

コメント

分岐点近傍における挙動 I

---Type I 間欠性カオスの場合---

小林達治

九州大学理学部物理教室

間欠性カオスは、層流的（ラミナー）運動と乱流的（バースト）運動の二つの特徴的な運動から成る。間欠性カオスの発生点にカオス側から近づく極限で、粗視化された局所軌道拡大率 $\Lambda_n(q)$ に着目すると、 $\Lambda_n(q)$ は不連続に変化し、間欠性カオスの特徴的な二つの運動を別々に取り出すことができる。また、この時、軌道拡大率 Λ を持つ確率 $\psi_n(\Lambda)$ は、線形部分を持つ、このような動的構造関数の振舞いが q -相転移である。（動的構造関数 $\Phi_n(q)$ 、 $\Lambda_n(q)$ 、 $\sigma_n(q)$ 、 $\psi_n(\Lambda)$ の定義とそれらの示す q -相転移については、この報告の中の『アトラクターの特異な局所構造と q -相転移』（森 肇）を参照）

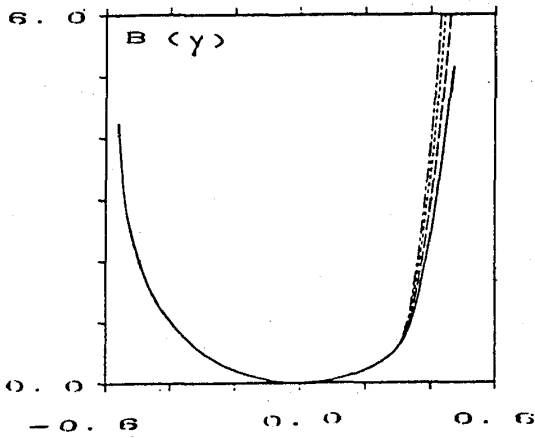
この発生点の近傍での q -相転移の生じる様子は、 $\psi_n(\Lambda)$ の線形部分の生成の仕方として捉えられる。ここで、発生点からの距離は層流的運動の特性時間 τ によって測り、 $\psi_n(\Lambda)$ の $\Lambda = \hat{\Lambda}$ （ $\psi_n(\Lambda)$ が最も線形に近いような点）での接線からのずれ $\Delta\psi(\Lambda)$ を $\Delta\Lambda = \Lambda - \hat{\Lambda}$ の関数として τ でスケールし直す。この時、臨界スケーリング則

$$\Delta\psi(\Lambda) = \tau^{-\eta} B(\Delta\Lambda)$$

がリベラーの軌道拡大率よりも小さい部分で成り立つことが、SOM写像とLogistic写像で、数値的に確かめられた。ただし、 η は $\sigma_n(q)$ の最大値の τ 依存性から得られ、また、 $B(y)$ は、 y の普遍関数である。図1は、 $\eta = 1.0$ に対するSOM写像の $B(y)$ であり、図2は $\eta = 1.06$ に対するLogistic写像の $B(y)$ である。Logistic写像では、粗視化の長さ n 、アンサンブル数が有限であることがばらつきの一つの原因である。

また、動的構造関数は、お互いに移り変わることができるので、 $\psi_n(\Lambda)$ についての臨界スケーリング則から、他の動的構造関数についても、スケーリング則を得ることができる。それは、図3、図4に示す。

図1 SOM画像の $\psi_n(\Lambda)$ のスケーリング関数 $B(\gamma)$
 $\eta = 1.0$



$$\Delta \Phi_n(q) = \Phi_n(q) - \Phi_n(q) - (q - \hat{q}) \Lambda_n(q)$$

ただし $\sigma(\hat{q}) = \max_q [\sigma(q)]$

図3(a) $\Phi_n(q)$ のスケーリング関数

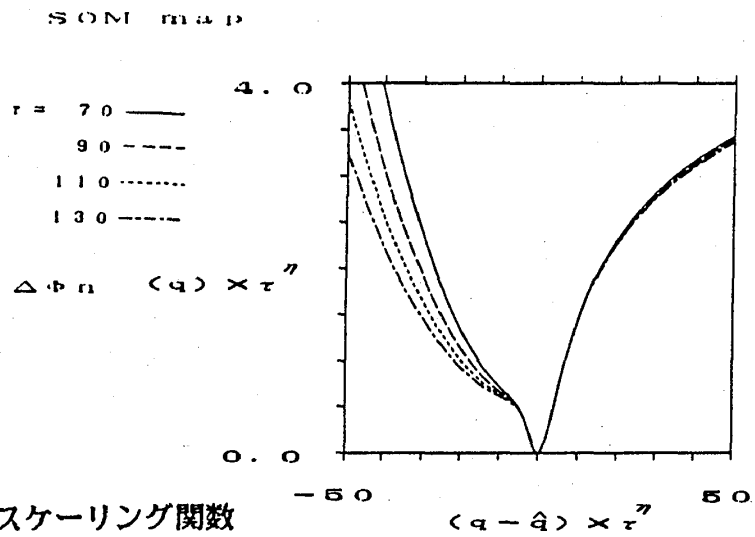


図3(b) $\sigma_n(q)$ のスケーリング関数

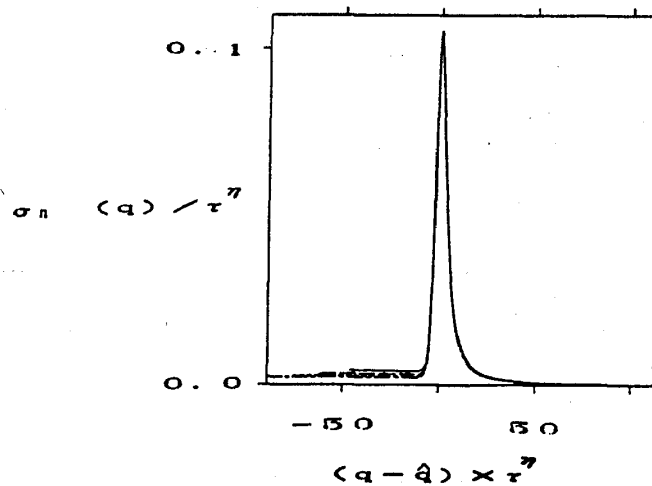
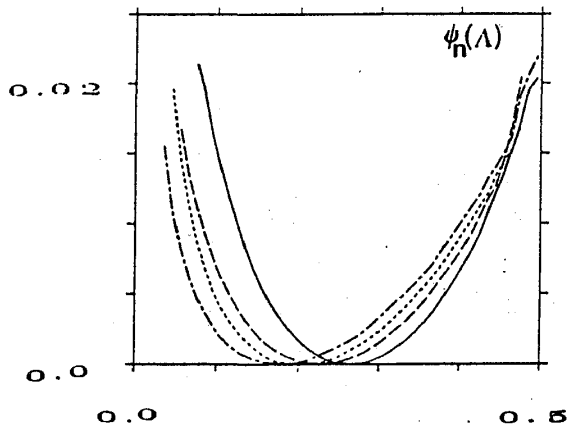
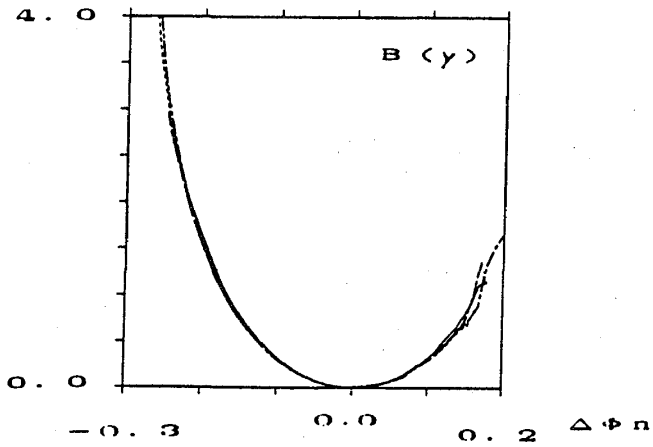


図2 Logistic写像の $\psi_n(\Lambda)$ とそのスケーリング関数 $B(y)$
 $\eta = 1.06$



アンサンブル数 $N = 1.2 \times 10^6$

$n = 600$



$\tau = 70$ ———
 90 - - - -
 110 ·····
 130 - - - -

図4 (a) $\phi_n(q)$ のスケーリング関数

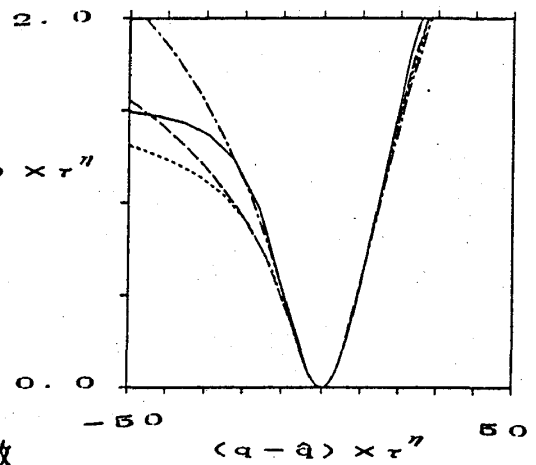


図4 (b) $\sigma_n(q)$ のスケーリング関数

Logistic map

$\eta = 1.06$

