連続q相転移 （コメント）

九大・理・物　　森　信之

Type III 間歇性カオスにおいて、その発生点近傍での動的構造関数の振舞いについて調べた。具体的に用いたモデルは、Type III 間歇性カオスの時系列の振幅の増減を表す、

$$x_{n+1} = -(1+\varepsilon)\,x_n - x_n^3 \qquad (1)$$

という写像で、[1] $|x_{n+1}| > 1$となったところで、一様に区間$I = [-1,\ 1]$に再投入されるとする（図１）。式（１）の時系列から直接、動的構造関数を求めたのが図２である。カオス側（$\varepsilon > 0$）から分岐点（$\varepsilon = 0$）に近づくにつれ$\sigma(q)$のピークが大きくなり、$\varepsilon \to 0$で発散するようである。

どうしてこのようなことが起こるのか調べるために、藤坂・井上 両氏によって導入された一般化フロベニウス・ペロン演算子H_qによる１次元写像の解析方法を利用した。[2] H_qの最大固有値$\nu(q)$がわかれば、動的構造関数$\Phi(q)$は、

$$\Phi(q) = -\ln \nu(q) \qquad (2)$$

で与えられる。

図１の写像をマルコフ分割し、その分割に対して写像関数を区分線形近似してやると、H_qは各要素に傾きの$-q$乗をもつ様な遷移行列となる。[3] その固有値方程式は、最終的に

$$\nu^{n+1} - \sum_{i=0}^{n} I_{n-i}^{q}\,\nu^{i} = 0 \qquad (3)$$

となり、数値的に求めた$\nu(q)$から式（２）を通して$\Lambda(q)$や$\sigma(q)$を計算したのが図３である。$\varepsilon \to 0$のとき$\sigma(q)$は$q = 1$で発散している。

ここでは、バーストからの再投入が一様であるとしているので、区間の長さI_jはラミナーの持続時間の分布関数$p(j)$に比例している。そして分布関数$p(j)$は$\varepsilon \to 0$において、分岐の局所構造を反映したべき分布になる。そのことが、$\sigma(q)$の発散を引き起こす原因である。

$\sigma(q)$の発散の様子は、図４において示されるように、ラミナーの特性時間$\tau \equiv 1/2\varepsilon$の対数のべき乗になっているようである。べき指数は数値的に、１．５３２である。また、$\varepsilon \to 0$における$\sigma(q)$の形は、$q \lesssim 1$で $1-q$ のべき乗になっているようだが、それを調べたのが図５である。べき指数−０．９２が得られている。$\sigma(q)$がこのような形をしているということは、$\Lambda(q)$が$q = 1$で連続であるということであり、Type I 間歇性カオスやクライシスにおいて見られた不連続なq相転移とは本質的に異なった、Type III 間歇性カオス特有の連続q相転移である。

参考文献

1. H. Okamoto, H. Mori and S. Kuroki, Prog. Theor. Phys. 79 (1988), 581.
2. H. Fujisaka and M. Inoue, Prog. Theor. Phys. 77 (1987), 1334.
3. N. Mori, T. Kobayasi, H. Hata, T. Morita, T. Horita and H. Mori, Prog. Theor. Phys. 81 (1989), No.1.