

多変数時間揺動の揺動スペクトル理論と一般化相関関数

鹿大理 藤坂博一, 井上政義

我々は、ここ数年来、一変数時間揺動の新しい統計物理的解析法の開発を中心にした研究を続けてきたが、これは、揺動スペクトル理論および一般化相関関数として、ほぼ完成したと考えている。揺動スペクトル理論における統計熱力学形式の存在は、典型的には、ストレンジアトラクターや発達した乱流で開発されたマルチフラクタル理論との深いつながりを示唆している。表面上は全く異なる現象が、奥深い所で、このような類似の構造を持つのは興味深い。

揺動スペクトル理論における基本的な量は特性指数 λ_q であり、これのLegendre変換により揺動スペクトル等は得られる。 λ_q は時間揺動の大局的(長時間)特性を記述するが、これではとらえられない、あらゆる時間相関は一般化相関関数 $Q_q(n)$ で記述できる。第一原理から、 λ_q および $Q_q(n)$ を導く方法も、固有関数展開法、連分数展開法としてすでに我々が提案した。これらの新しい方法、量を用いて種々の揺動の解析、特に、カオス臨界点近傍の揺動の静的および動的スケーリング則を中心にした研究が進みつつある。

揺動スペクトル理論では、揺動量 $u(j)$ の、時間領域 n にわたる平均値

$$\alpha_n = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n u(j)$$

の揺らぎが、 n を大きくしていくときに、どのように減少していくかに注目する。大きな n に対して、 α_n は長時間平均 α_∞ の回りに漸近的に正規分布を持ち、その幅は $1/\sqrt{n}$ に比例して小さくなる。従って、 $\{u(j)\}$ の中

に長さ n の二つの異なるサブ時系列 S_1, S_2 を考え、これらの領域に対する α_n が同じ値を持つとき、これらを生ずる系の内部状態は異なっているも、 α_n を観測する限りにおいては異なる内部状態を区別できない。これらを区別するには、他の変数の時系列 $\{v(j)\}$ を観測し、その平均値

$$\beta_n = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n v(j)$$

の相違を見ればよい。このように、より詳細な系の状態を知るには、観測する量をふやす必要がある。

講演では、多変数時系列

$$\{\underline{u}(j)\} = \underline{u}(1), \underline{u}(2), \dots, \underline{u}(j), \dots$$

に対する平均量

$$\underline{\alpha}(n) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \underline{u}(j)$$

より、特性関数

$$M_{\underline{q}}(n) = \langle \exp[n\underline{q} \cdot \underline{\alpha}(n)] \rangle$$

を考え、 $n \rightarrow$ 大に対する $M_{\underline{q}}(n)$ の漸近形を調べることにより、多変数時間揺動に対する揺動スペクトル理論および一般化相関関数の理論が構築できることを述べた。更に、一変数揺動の場合の自然な拡張として、固有関数展開法と連分数展開法を開発した。

多変数揺動を観測するということは、通常熱力学体系に対応させて考えると、系が、荷電粒子系、或いは、スピン系であれば、運動エネルギー、位置エネルギーによる純力学的な内部エネルギーだけでなく、電磁気的外力による内部エネルギーをもあわせて考慮することにより、より詳細な熱力学的記述が可能であるということに対応している。一変数の場合、熱力学

との対応でいえば、フィルタリング パラメータ q は逆温度対応量である。二変数時系列を考え、それぞれに対応するフィルタリング パラメータを q_1, q_2 , ($\underline{q} = \text{Col.} (q_1, q_2)$) とする。 q_1 は《逆温度 β 》に対応し、 q_2 は、たとえば、《外部磁場 h 》に相当すると考えると、多変数時系列解析の必要生が理解できる。また、熱力学には、系の熱力学状態を記述するのに十分な熱力学変数のセットが考えられるように、時間揺動に対しても、系の揺動特性を記述するのに過不足のない時間揺動の完全な組という概念を導入することができるだろう。

一変数系の揺動スペクトル理論、一般化相関関数およびそれらの応用については文献(1)～(2)を、多変数系の詳細については、文献(7)を参照していただきたい。

文献

(1) 自己相似性の統計熱力学形式。

M. Inoue and H. Fujisaka, Prog. Theor. Phys. 77(1987), 1077.

H. Fujisaka and M. Inoue, Prog. Theor. Phys. 77(1987), 1334.

(2) 揺動スペクトル理論と一般化相関関数の固有関数展開法。

H. Fujisaka and M. Inoue, Prog. Theor. Phys. 78(1987), 268.

(3) 揺動スペクトル理論と一般化相関関数の連分数展開法。

H. Fujisaka and M. Inoue, Prog. Theor. Phys. 78(1987), 1203.

H. Fujisaka and M. Inoue, Phys. Rev. A, to be published,

(Correlation functions of temporal fluctuations).

(4) カオス臨界点近傍における静的および動的スケーリング則。

H. Fujisaka, R. Hagihara and M. Inoue, Phys. Rev. A 38(1988), 3680.

T. Yamane, T. Yamada and H. Fujisaka, Prog. Theor. Phys. 80 (1988),
588.

M. Inoue, H. Fujisaka and O. Yamaki, Phys. Lett. A 132(1988), 403.

H. Fujisaka, A. Yamaguchi and M. Inoue, Prog. Theor. Phys., to be
published, (Dynamic scaling law of order- q time correlation
function).

A. Yamaguchi, H. Fujisaka and M. Inoue, Phys. Lett. A, to be
published, (Static and dynamic scaling laws near the
symmetry-breaking chaos transition in the double-well
potential system).

M. Inoue, O. Yamaki and H. Fujisaka, Phys. Lett. A, to be
published, (Scaling behavior of fluctuation spectra for
chaotic dynamics).

(5) アンサンブル プロセッシングと揺動スペクトル理論。

H. Fujisaka and M. Inoue, Phys. Rev. A 39 (1989), Feb..

(6) スピン系等への応用。

M. Inoue and H. Fujisaka, Prog. Theor. Phys. 79 (1988), 557.

H. Fujisaka and M. Inoue, Prog. Theor. Phys. 79 (1988), 758.

T. Tanaka, H. Fujisaka and M. Inoue, Phys. Rev. A, to be published,
(Free energy fluctuations in a one-dimensional random Ising
model).

M. Inoue, K. Tanabe and H. Fujisaka, Prog. Theor. Phys., to be
published, (Fluctuation spectrum theory of Ising spin
sequences - A new approach to Ising spin patterns -).

(7) 多変数揺動への拡張。

H. Fujisaka and M. Inoue, to be submitted to Phys. Rev. A.

一変数揺動に関しては、以上の原論文の他に、少々古くなるが、科研費（昭和61・62年度）の研究成果報告書【カオス運動に内在する拡散的性質と間欠的性質の新しい方法による研究】（昭和63年3月）を参照して貰いたい。なお、同報告書は、物性研究（vol. 50, No. 4, -1989年1月号-）に掲載される予定である。