一次元複素ＴＤＧＬ方程式における新しい乱流

京大・理　岩本貴司、佐々真一

§ 動機

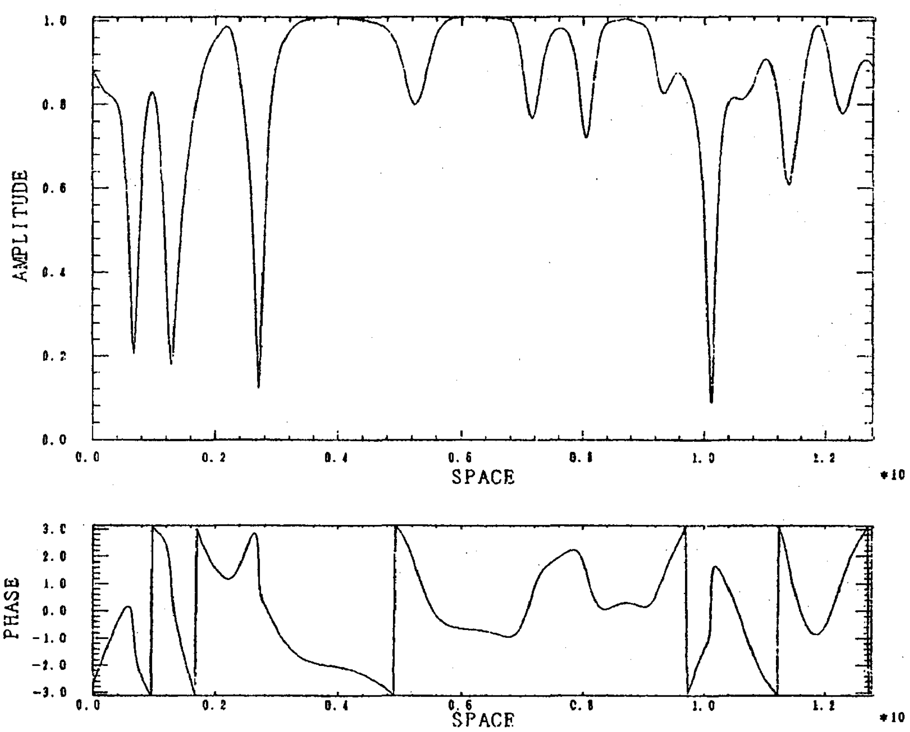
モデル方程式の解析を通じて乱流現象の理解を深めたい。今回、液晶、化学反応系等の、振動媒質系における乱流の研究を念頭に１次元複素ＴＤＧＬ方程式

$$\partial_t W = W + (1+c_1)\Delta W - (1+c_2)|W|^2 W \tag{1}$$

の乱流解を研究した。この方程式は、ある系が super critical な Hopf 分岐を起こした直後の、分岐 mode の時間発展を記述することで知られる[1,2]。研究の結果、新しい乱流状態を発見し、その乱れの論理を明らかにしたので報告する。

§ これまでに知られている乱流

方程式(1)は、２種類の乱流解を持つ。その現象の鍵になるのは、(1)の一様振動解 $W_0 = e^{-ic_2 t}$ の安定性であることが知られている[2]。 $1+c_1c_2>0$ のパラメータ領域で、この解は線形安定である。不安定性が弱い（ $1+c_1c_2 \lesssim 0$ ）領域では、位相のみが乱れた位相乱流が得られる。振幅は、位相に slave してほとんど１になる。不安定性がさらに強い（ $1+c_1c_2$ がより小さい）領域では、振幅の自由度が回復し、振幅乱流となる。従来、この二つの乱流の関係は明らかにされていなかった[3]が、今回の数値実験の結果、両者がパラメータ空間ですみわけていることがわかった。

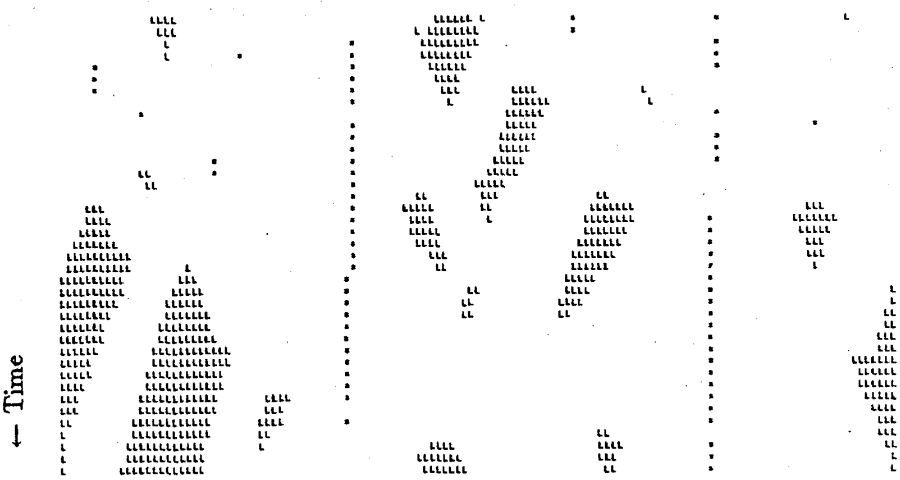


(Fig 1)

§ 新しい乱流

$c_1 \sim 0$, $c_2 \sim 1.8$ 近傍の領域では、一様振動解 W_0 は、線形安定であるが、その basin は小さい。一

般の初期条件のもとでは、位相乱流や振幅乱流とは異なる、新しい乱流—hole乱流—に至る。その乱流は、位相特異点、平面波、一様振動領域の、各要素から構成される(Fig 1)。特に、位相特異点は、1次元複素場において non generic であるにもかかわらず、長い寿命を持っている。これらの要素が互いに生成、消滅、侵食を繰り返すことによって、 hole 乱流が形成される (Fig 2)。



Space → (Fig 2)

*：位相特異点

L：一様振動領域

§ hole 乱流の論理

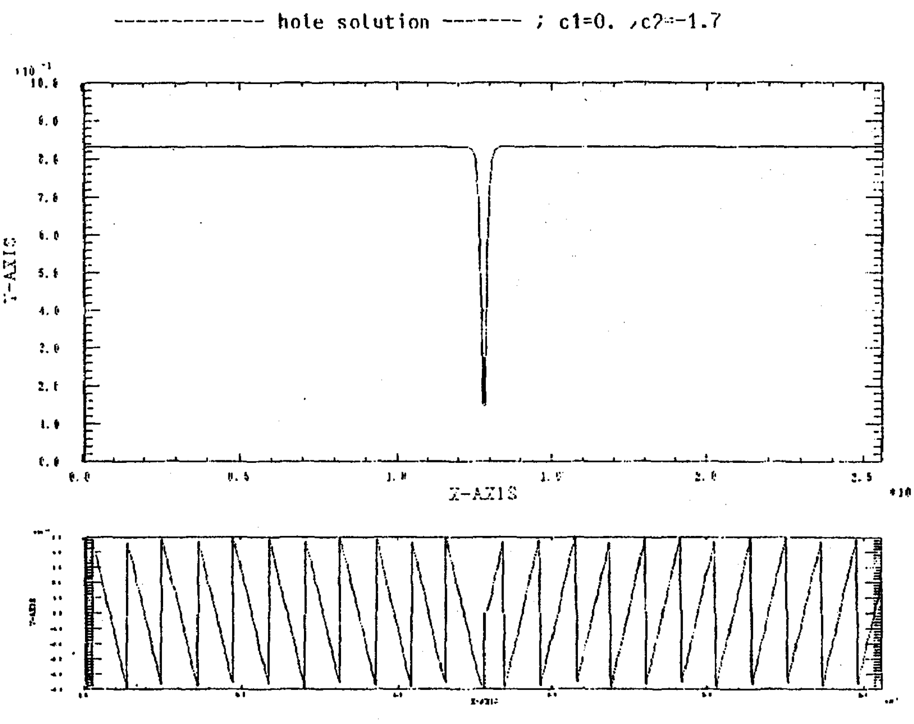
ＴＤＧＬ方程式(1)は、位相特異点とそれに付随する平面波からなる定常解、hole 解

$$W_H = \sqrt{1-Q^2}\tanh(kx)\exp i(\theta(x)-\omega t+\phi)$$

$$\partial_x\theta = Q\tanh(kx),\quad Q,\ \theta,\ \omega,\text{は、}\ c_1,\ c_2\ \text{の関数}$$

を持つ[4,5] (Fig 3) 。その平面波の安定性が、 hole 乱流を理解するうえでの鍵になる。

hole 乱流に至るパラメータ領域では、その平面波は不安定である。その不安定性を開放する道として、２通りが考えられる。一つは、新たな位相特異点を作る方向。こうして作られた位相特異点に付随する平面波はやはり不安定であり、 feedback loop が形成される。もう一つは、平面波から安定な一様振動領域に至る方向。しかし、この道を通じて系全体が一様振動解に至ることはまれである。平面波と一様振動領域とが接する理想的な境界は、両者の固有振動数の違いから、一様振動領域を狭める方向に移動する。以上の機構により、 hole 乱流における乱れの起源を理解することができる。



(Fig 3)

§ 議論

ここで報告した hole 乱流は、1次元複素TDGL方程式に限ったものではない。反応拡散系のモデルである、Brusselator において、 hole 乱流に至るパラメータ領域が存在することが確認されている[6]。

§ 参考文献

[1] A.C.Newell and J.A.Whitehead, J. Fluid Mech. **38** (1969) 279

[2] Y.Kuramoto *Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence,* Eds. H.Haken, Springer, Berlin, 1984

[3] P.Coullet, L.Gil, and J.Lega, *Defect-mediated Turbulence* , preprint, submitted to Phys. Rev. Lett.

[4] A.C.Newell in *Lectures in Applied Mathematics* Vol 15, Am. Math. Society, 1974

[5] K.Nozaki and N.Bekki, J. phys. Soc. Japan **53** (1984) 1581

[6] J.Takeda, 修士論文 (1989)