1次元乱流の記述の縮約

京大 理 佐々真一

「動機」

空間的に広がった系でのspatio temporral chaos を、広い意味で乱流と呼ぶことにする。乱流を如何に理解するか、という問題を考えるとき、まず、どのような問題設定をするのか、というのが問題となる。実用的な側面からでなく、純粋科学の立場から乱流を研究しようと考える時、理論家も実験家も同じように悩んでしまう。乱流は高自由度の統計集団だから、何か統計量を計って特徴付けをしよう、というのが恐らく第一歩であろう。エネルギースペクトルやそのゆらぎなどの classical な統計量に始まって、力学系的な立場からリアプノフスペクトルやその揺らぎ、情報論的な立場から information flow などの modern な統計量に至るまで、各人の motivation に従い色々な統計量が考えられている。我々はこれらの統計量を通して、何が起こっているのかを客観化しようとしている。乱流に接する研究者は乱流に対して主観的な幻想を抱いていて、これを少しでも多くの人と共有せんがために、或は、自分の中の頑固な他人を納得させるために日々研究に励んでいる。

ここで問題とするのは1次元 spatio temporal defect turbulenceである。私がそれに対して表現したいものは、乱れの（パターン）ダイナミックスの論理そのものである。ほとんど周期的なパターンがゆっくりと変動しつつ、所々、基本となる単位が生成したり消滅したりしている。これはＫＳ方程式をモデル方程式として、パソコン等の visual machine を使って、私のニューロン達に学習させた結果に得た描像の最も表面的な説明である。私の右脳が得た描像はもっと豊かであるのに、左脳でこれを捉えるとき、極めて貧弱になる。そこで欲求不満が生じる。この欲求不満を解消したいというのが、正直なところ、最も大きな動機である。更には、これが、乱流に於ける統計性を運動方程式からどの様に理解するのか？　という問題への足がかりを与えると思われる。

すべきことは、パターンダイナミクスが理解しうるモデルを、元の方程式から導出することである。これは、即ち、1次元 spatio temporal defect 乱流の記述の縮約を行うことに他ならない。以下で、ＫＳ方程式に対する記述の縮約の概略を述べる。

「概略」

周期的パターンがゆっくりと変動している、ということは局所的に安定な定常周期解が大域的に変調している、と考えられる。これは phase dynamics と総称される一連の手法によって記述できる。今の問題の場合、Howard & Kopellの方法を base に置くのが最も適切である。変調を記述する変数は、局所的な波数であり、それが従うダイナミクスは非線形な粘弾性方程式である。非線形とは、粘性係数や弾性係数が局所的な波数に依っていることを意味する。しかも、粘性係数は局所的な波数が小さくなると負になるし、弾性係数はそれが大きくなると負になる。共に正となる波数領域もごくわずかながら存在するので、系全体でその波数に落ち込んだ場合は定常周期パターンに緩和する。しかし、system size が非常に大きい場合は（通常、我々が乱流と呼んでいるパラメータでは）そういうことは、初期条件を特殊なものに選ばない限り、ほとんど起こらない。一般的には大域的変調不安定性を持っているので、これを何処かで解放しなければ系が壊れてしまう。今の場合、局所的な構造を破壊することに依って、それを成し遂げているのである。つまり、局所波数が１より大きくなると、局所的な安定性も失われ、基本単位自身(one modal solution)が消滅する方向に向かうし、0.5 より小さくなると one modal solution から two modal solution へ局所分岐を起こそうとする。ＫＳ乱流の乱流たる所似である基本パターンの生成消滅の表現が、これらの局所分岐に他ならない。

次に、局所分岐のルールを組み込んだ局所波数のダイナミクスのモデルを実際に計算機で動かしてみる。その spatio temporal pattern は 生のそれと似ており、確かに縮約が成功していることを示唆している。勿論、最終的な判断を下すにはもっと詳細な調査が必要である。

「展望」

ＫＳ乱流の統計性を縮約モデルから理解できるであろうか。実際、縮約モデルがＫＳ乱流の本質をぎりぎりで表現しているなら、可能性はあると思われる。縮約モデルのチェックと同時にこの問題も考えたい。１次元 spatio temporal 乱流以外の乱流に対しても、特に、２次元的な対象に対して、パターンダイナミクスを尊重した縮約を考えて行きたい。