

最近二成分混合流体に現れる Benard 対流が、実験的理論的にいくつかのグループによって研究されている¹⁾⁻⁵⁾。実験においてよく用いられているのは、直方体中の 8wt% から 28wt% のエタノールを含んだ水である。この系のきわだった特徴として次のようなものがある：(1) Rayleigh 数を上昇していくと、熱伝導状態から振動対流状態へ直接遷移する。(2) 対流ロール胞の進行波状態が現れる外部パラメータ領域がある。(3) 対流状態が空間的に局在して熱伝導状態の中に現れる外部パラメータ領域がある。(4) 上記の (3) 及び (4) の状態が同時に起ることがある。

さらに、直方体容器のロール軸に垂直方向の壁の境界条件の効果をとりはらうため、同軸二円柱間領域（環形 annulus）に閉じこめられた流体を用いた実験が、二つのグループによって行なわれた。この系を記述するため一つの模型方程式をつくり、その時間発展を computer で追跡した計算結果を、研究会で報告した。無次元化された運動方程式は、速度 \mathbf{u} 、温度 Θ 、温度と濃度のある一次結合からなる変数 H に対して、

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \sigma \Delta \mathbf{u} - \sigma \left(\Theta - \frac{S}{1+S} H \right) \mathbf{e}_z + \frac{1}{\rho} \nabla \delta p = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} - \Delta \Theta - R u_z = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \Theta \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \Delta \Theta - L \Delta H = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) H \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

となる。ここで ρ は密度、 δp は圧力、 \mathbf{e}_z は z 軸（垂直軸）方向の単位ベクトル、 R は Rayleigh 数、 σ は Prandtl 数、 L は Lewis 数、 S は分離比を表す。境界条件は、 $\mathbf{u} = \partial_n \mathbf{u}_n = 0$, $\Theta = \partial_z H = 0$ (水平壁), $\partial_n \Theta = \partial_n H = 0$ (垂直壁)。ただし n は壁の法線方向ベクトルである。いま環形を考え、方程式を円筒座標 (r, φ, z) で書き表す。ここで r は動径、 φ は方位角、 z は高さ方向のそれぞれ変数である。速度場 $\mathbf{u}(u_r, u_\varphi, u_z)$ は二次元的と仮定して、流れ関数 Φ を用いて

$$u_r = 0, \quad u_\varphi = -\frac{\partial\Phi}{\partial z}, \quad u_z = \frac{1}{r} \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} \quad (5)$$

と表すと、場は Φ, Θ, H の三個となる。さらに環形の領域を $\Gamma_1 < r < \Gamma_2, -0.5 < z < 0.5, -\pi < \varphi < \pi$ で定義し、場を直交関数系を用いて次のようにモード展開する：

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{\ell, m, n} C_{\ell, m, n}(t) e^{i\ell\varphi} \chi_m\left(\frac{r - \Gamma_0}{r}\right) \phi_n(z) \quad (6)$$

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{\ell, m, n} T_{\ell, m, n}(t) e^{i\ell\varphi} \psi_m\left(\frac{r - \Gamma_0}{r}\right) \chi_n(z) \quad (7)$$

$$H = \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{\ell, m, n} E_{\ell, m, n}(t) e^{i\ell\varphi} \psi_m\left(\frac{r - \Gamma_0}{r}\right) \psi_n(z) \quad (8)$$

ここで、 $\Gamma = \Gamma_2 - \Gamma_1, \Gamma_0 = (\Gamma_1 + \Gamma_2)/2$ で、それぞれの展開関数系は次の境界条件を満たす： $\phi_n(\pm 0.5) = \phi'_n(\pm 0.5) = \chi_n(\pm 0.5) = \psi'_n(\pm 0.5) = 0$ 。これらの展開を運動方程式に代入し Galyorkin 法により、各時間係数に対する常微分方程式系を導く。

具体的計算は Kolodner ら及び Kato-Sawada の実験のパラメータに対して、18個のモードに truncate した方程式を用いた。線形安定解析により対流への遷移は、Hopf 分岐によることが見出された。さらに、一方向進行波成分のみに non-zero の初期値を与え、系の時間発展を computer で追うと、進行波解はしばらくは存続するが、やがて非線形相互作用により他方向に進む進行波も励起され、静止ロール解になってしまうという結果を得た。進行波解が不安定なことの解明は今後の課題である。

文献

- 1) R.W.Walden, P. Kolodner, A. Passner and C.M. Surko: Phys. Rev. Lett. **55**(85), 496.
- 2) R. Heinrich, G. Ahlers and D.S. Cannel, Phys. Rev. **A35**(87), 2761.
- 3) A.E. Deane, E. Knobloch and J. Toomre, Phys. Rev. **A37**(88), 1817.
- 4) M.C. Cross and K. Kim, Phys. Rev. **A37**(88), 3909.
- 5) P. Kolodner, D. Bensimon and C.M. Surko, Phys. Rev. Lett. **60**(88), 1723.