Generalized observable・instrumentの概念と無限自由度量子系 －ミクロ・マクロ複合系とレベル移行を扱うための枠組について－

京大数理研・小嶋　泉

1．はじめに

場の量子論の通常の議論では，（経路積分による）Green関数の計算および散乱理論・応答理論の文脈でのその物理的解釈が主として問題とされるが，閉込めや赤外発散相殺の物理的機構に関する議論，観測可能量のスケール依存性・ミクロ－マクロ移行，非平衡相転移，量子重力と宇宙論との関わりや更には量子光学・光通信等に関係した問題の系統的な考察には，《場の理論では何をどういう仕方で見ているのか？》という，ある意味で観測論的な側面をもつ問題が重要になってくる．以下の内容は，既知の事実の紹介或いはその再解釈の域を出るものではないが，ミクロ－マクロの相互関係の理解と両者間の移行過程の理論的記述という問題を考える際に有用な幾つかの概念が非可換確率論・量子情報理論の中で開発されているので，物理にとってのその意味を少し考えてみようというのが話の趣旨である．

さて，通常の量子力学の理論的枠組からその骨格を取り出すとすれば，

i)　Hilbert空間$\mathfrak{H}$による状態概念の記述，

ii)　$\mathfrak{H}$上での物理量の代数［e.g.正準交換関係］の既約表現

→《observablesは$\mathfrak{H}$上のすべてのself-adjoint operators》，

iii) HamiltonianとSchrödinger方程式・Heisenberg方程式：《dynamicsの記述》，

iv)　観測過程："波束の収縮"と確率解釈→《マクロ世界との繋がり・解釈》，

というような形に概ね要約できるだろう．

ここで，i) & ii) の妥当性は，例えば有限自由度正準交換関係についてのStone-von Neumann定理によって，そのすべての既約表現が互いにユニタリー同値であり，かつ勝手な表現が常にこの一意的な既約表現の直和の形に分解できるということに基づく．即ち，一つのHilbert空間とそこでの物理量の既約表現を固定して（例えば，L^2 空間での掛算・微分によるSchrödinger表現）議論を展開しても，Dirac変換理論の立場でユニタリー変換の自由度を取込んでおけば，それで一般性は失われなかった．しかし，周知のように自由度無限大の系ではこうした表現の一意性が成立たずユニタリー非同値な表現の問題が現われるので，表現に依らない物理量の代数そのものをまず想定し，しかるのち，問題の状況に応じて設定された状態毎に異なる表現とそれによって定まるHilbert空間を扱うことが必要になる．これについては既に色々の所で論じられているので，ここでは改めて議論しない．

次に，ii)とiv)の関わりについては，連続スペクトルをもつ物理量や非可換量の同時観測における近似測定の概念や，量子古典対応におけるWigner関数・伏見関数等を考慮すると，observableの概念やそのスペクトル分解の扱いをもう少し柔軟な形に拡張しておくことが必要になる．通常観測理論では，可逆力学系としてのiii)から不可逆散逸過程的なiv)を如何にして整合的に導くかということが議論されるが，ここでは，その逆向き［iv)→iii)］の問題がNaimark拡大やinstrumentの実現問題というような形で本質的に議論に入ってくる．元来，物質運動と時空構造とは宇宙進化の不可逆過程の中で互いに他を規定し合いながら発展してきた歴史的産物であり，また，実験結果と理論構築

の間の相互的なfeedback過程ということをも考えるならば，ひたすらミクロのiii)からマクロのiv)を導くという一方通行的な問題の立て方は，“central dogma”と言えないだろうか？実際，量子論的可逆力学系自身，マクロ世界を組立てる構成要素・素過程を与える一方では，逆にそこから導出されるべきはずのマクロ的環境をそれ自身の《境界条件》という形で先取りし前提してしまってもいるのである．むしろ，量子／古典，可逆力学系／不可逆散逸系，ミクロ／マクロの関係を双方向的なものとして，両者の間の整合的な相互規定関係を論ずる見方が必要になってきているのではないだろうか．

2．非可換量の同時測定とgeneralized observables

まず問題点の整理のために，HolevoやDaviesたちによるobservable・measurementの概念の一般的取扱いを簡単に復習する．詳しい内容を知りたい方は，文献[1],[2],[3]等を参照して頂きたい．

i) Generalized observables

相互に非可換な２つの物理量$A=\sum_i \lambda_i \underbrace{|\phi_i\rangle\langle\phi_i|}_{\equiv P_i}$, $B=\sum_j \mu_j \underbrace{|\psi_j\rangle\langle\psi_j|}_{\equiv Q_j}$のsuccessive measurementを考えると，系の状態変化は

$$\rho \xrightarrow[\uparrow A]{} \sum_i P_i \rho P_i \xrightarrow[\uparrow B]{} \sum_{i,j} Q_j P_i \rho P_i Q_j$$

測定値の確率分布は

$$Pr(A=\lambda_i, B=\mu_j|\rho) = Tr\, Q_j P_i \rho P_i Q_j = Tr\, \rho (P_i Q_j P_i)$$

で記述される．ここで$\hat{M}_{ij} \equiv P_i Q_j P_i$は，和が$\mathbb{1}$になるpositive operatorだが，

$$\hat{M}_{ij} \equiv P_i Q_j P_i \geqq 0, \qquad \sum_{i,j} \hat{M}_{ij} = \mathbb{1},$$

projectionではない：

$$\hat{M}_{ij}^2 \neq \hat{M}_{ij}.$$

連続スペクトルの場合にも適用できる形に書くなら，

$$Pr((A,B)\in E|\rho) = Tr\, \rho \underbrace{\left(\sum_{(\lambda_i,\mu_j)\in E} P_i Q_j P_i\right)}_{\equiv \hat{M}(E)} = Tr\, \rho \hat{M}(E).$$

そこで，positive operator-valued measure(POM) $\hat{M}$

$$\hat{M}: \{\text{Borel sets in } \Omega\} \ni E \longmapsto \hat{M}(E): \text{positive operator}$$

で，i) $\hat{M}(\Omega) = \mathbb{1}$, ii) $\hat{M}(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i) = \sum_{i=1}^{\infty} M(E_i)$ ($E_i \cap E_j = \phi$ for $i \neq j$)

を満たすものを generalized observable と呼ぶ．もし，$\hat{M}(E)$がすべてprojectionsなら，通常の議論でのcompatible observablesの同時対角化のスペクトル測度に帰着する．

ii)（Holevoの意味での）measurement

Holevoは[2]の中で，measurementの概念を，《量子系の状態ρに測定値の古典的確率分布μ_ρを対応させるアフィン写像$\rho \longmapsto \mu_\rho$》として抽象的に定義している：

$$\mu : \text{(initial) quantum state } \rho \longmapsto \mu_\rho \text{ :測定値の確率分布}$$

$$\text{s.t. } \mu_{\lambda\rho+(1-\lambda)\sigma} = \lambda\,\mu_\rho + (1-\lambda)\,\mu_\sigma$$

これは，梅垣－大矢[4]で，q(uantum)-c(lassical) channelと呼ばれているものに相当する．i)のgeneralized observablesの定義とは随分外見が異なるが，実はgeneralized observablesとここでのmeasurementとは，次の関係によって１対１対応で結ばれている：

$$\mathrm{Tr}(\rho\,\hat{M}(E)) = \mu_\rho(E).$$

iii) 非可換量の同時測定と近似測定の概念

２つの物理量A，Bを，i)のgeneralized observableの意味でスペクトル分解して，

$$A = \int \lambda\,\hat{M}(d\lambda, d\mu) = \int \lambda\,\hat{M}(d\lambda \times \mathbb{R})$$

$$B = \int \mu\,\hat{M}(d\lambda, d\mu) = \int \mu\,\hat{M}(\mathbb{R} \times d\mu)$$

と書けたとする時，もしA，Bが非可換ならば，$\hat{M}(d\lambda \times \mathbb{R})$または$\hat{M}(\mathbb{R} \times d\lambda)$の少なくとも一方はspectral projectionにならないことが証明され[1]，近似測定という概念が重要になる．具体例としては，位置と運動量の《同時測定》の場合がDavies[1]，Holevo[2]，小澤[5]その他によって詳しく議論されており，次節で見るようにWigner関数・伏見関数との関係をこの観点から整理しておくことは有用と思われる．$|\alpha\rangle$を位置・運動量の期待値０の状態

$$\langle\alpha|\hat{q}|\alpha\rangle = \langle\alpha|\hat{p}|\alpha\rangle = 0$$

として，その期待値をそれぞれq,pにずらした状態を$|\alpha_{q,p}\rangle$とすると，

$$|\alpha_{q,p}\rangle \equiv e^{i(p\hat{q}-q\hat{p})}|\alpha\rangle$$

$$\Rightarrow \langle\alpha_{q,p}|\hat{q}|\alpha_{q,p}\rangle = q, \quad \langle\alpha_{q,p}|\hat{p}|\alpha_{q,p}\rangle = p.$$

そこで，q,p-plane内のBorel set $E \subset \mathbb{R}^2$ に対して

$$\hat{M}(E) \equiv \int_{(q,p)\in E} |\alpha_{q,p}\rangle\langle\alpha_{q,p}|\,\frac{dq\,dp}{2\pi}$$

とおくと，$(E \longmapsto \hat{M}(E))$はgeneralized observableを与える．系の初期状態がdensity operator ρで与えられているとして

$$\rho(q,p)\equiv\langle\alpha_{q,p}|\rho|\alpha_{q,p}\rangle/(2\pi)$$

とすれば，このgeneralized observable $\hat{M}$の測定における位置と運動量の確率分布は

$$P_r((q,p)\in E|\rho)=\mathrm{Tr}\,\rho\hat{M}(E)=\int_E \rho(q,p)dq\,dp$$

で与えられる．量子論的不確定性関係のため誤差なしに位置と運動量の同時測定を与える測定過程は実現不可能だが，このようなgeneralized observableを用いれば近似的な意味での《同時測定》を扱うことが可能となり，$\rho(q,p)$は測定値の同時確率分布を与える．ここで「近似的」ということの意味は，以下の式が示すように，系の状態ρにおける物理量のゆらぎに加えてgeneralized observable Mに由来する誤差が測定値の分散に付加されることを意味する．一般にgeneralized observableにはこの意味での《近似測定》が不可避的に絡んでくる．

位置 $\hat{q}$ ： $\hat{M}(E_1\times\mathbb{R})=\iint\chi_{E_1}(x-q)|\alpha(q)|^2dq\,d\hat{q}(x)$ （ただし $\hat{q}=\int x\,d\hat{q}(x)$）

⇒ 期待値 $\mathrm{Tr}\,\rho\int x\,\hat{M}(dx\times\mathbb{R})$

$$=\mathrm{Tr}(\rho\hat{q})-\langle\alpha|\hat{q}|\alpha\rangle=\mathrm{Tr}(\rho\hat{q})\equiv\bar{q}$$

分散 $\mathrm{Tr}\,\rho\left(\int x\hat{M}(dx\times\mathbb{R})-\bar{q}\right)^2$

$$=\mathrm{Tr}\,\rho(\hat{q}-\bar{q})^2+\underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{\langle\alpha|\hat{q}^2|\alpha\rangle}$$

運動量 $\hat{p}$ ： $\hat{M}(\mathbb{R}\times E_2)=\iint\chi_{E_2}(y+p)|\tilde{\alpha}(p)|^2dp\,d\hat{p}(y)$ （ただし $\hat{p}=\int y\,d\hat{p}(y)$）

⇒ 期待値 $=\mathrm{Tr}\,\rho\hat{p}\equiv\bar{p}$

分散 $=\mathrm{Tr}\,\rho(\hat{p}-\bar{p})^2+\underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{\langle\alpha|\hat{p}^2|\alpha\rangle}$.

そこで次には，この付加的な誤差を如何に小さくするかが問題となり，それを実現する１つの場合が伏見関数ということになる．

３．Naimark拡大とWigner関数・伏見関数．

i) Naimark拡大

前節では，通常のobservableの一般化としてgeneralized observableの概念を得たが，Naimark拡大の方法は，逆に任意のgeneralized observable $\hat{M}$を，系の（抽象的）拡大により通常のobservable(sのfamilyの‘同時対角化’のスペクトル測度)$\hat{P}$に帰着することを一般的に可能にする．このとき初めに与えられたgeneralized observable $\hat{M}$は，拡大された系を元の系へprojectionすることによって回復される：

$$\exists \text{ Hilbert space } \mathfrak{H}_1 \quad \exists \text{ spectral projections } E \mapsto \hat{P}(E) \text{ in } \mathcal{K} = \mathfrak{H} \otimes \mathfrak{H}_1$$

$$\text{s.t. } \hat{M}(E) = \mathrm{Tr}_{\mathfrak{H}_1}(|\alpha\rangle\langle\alpha|\hat{P}(E)) \quad : \text{ partial trace}$$

$$\Rightarrow \mathrm{Tr}_{\mathfrak{H}}\, \rho \hat{M}(E) = \mathrm{Tr}_{\mathcal{K}}(\rho \otimes |\alpha\rangle\langle\alpha| \hat{P}(E)).$$

証明は[1,2,3]等を見て頂くことにして省略するが，要点は可換代数$L^\infty(\Omega)$上の正値写像

$$L^\infty(\Omega) \ni f \mapsto \hat{M}(f) \equiv \int_\Omega f(x) \hat{M}(dx)$$

が完全正値性

$$\forall n \in N \quad \forall f_i \in L^\infty(\Omega) \quad \forall A_i \in B(\mathfrak{H}) \ (i=1,\cdots,n) : \sum_{i,j=1}^{n} A_i^* \hat{M}(f_i^* f_j) A_j \geqq 0$$

を満たすことと，完全正値写像の標準形

$$\hat{M}(f) = V^* \pi(f) V \qquad \text{ただし，} (\pi, \mathcal{K}) : L^\infty(\Omega)\text{の表現，} \ V : \mathfrak{H} \hookrightarrow \mathcal{K}$$

を与えるStinespring定理からの帰結である．

ii) $(\hat{q}, \hat{p})$の同時測定の場合の Naimark 拡大 ⇒ 伏見関数

先に見た位置と運動量の近似的同時測定の問題は，このNaimark拡大の文脈から見ることでその本質がわかりやすくなる．Generalized observable $\hat{M}(dq,dp)$

$$\hat{M}(dq,dp) = |\alpha_{q,p}\rangle\langle\alpha_{q,p}| \frac{dq\,dp}{2\pi}$$

をFourier変換してstate ρにおける期待値を計算すると

$$\mathrm{Tr}\left(\rho \int e^{i(uq+vp)} \hat{M}(dq,dp)\right)$$

$$= \mathrm{Tr}(\rho\, e^{i(u\hat{q}+v\hat{p})}) \overline{\langle\alpha| e^{i(u\hat{q}+v\hat{p})} |\alpha\rangle}$$

$$= \mathrm{Tr}(\rho \otimes |\overline{\alpha}\rangle\langle\overline{\alpha}| \underbrace{e^{i(u\hat{q}+v\hat{p})} \otimes e^{i(-u\hat{q}+v\hat{p})}}_{\exp[iu(\underbrace{\hat{q}\otimes 1 - 1\otimes\hat{q}}_{\hat{Q}}) + iv(\underbrace{\hat{p}\otimes 1 + 1\otimes\hat{p}}_{\hat{P}})]})$$

を得る．ただし，$|\overline{\alpha}\rangle$は

$$\langle q|\overline{\alpha}\rangle \equiv \overline{\langle q|\alpha\rangle} = \overline{\alpha(q)}$$

で定義され，また最初の等式では後述の量子特性関数に関する非可換Parseval等式を用いた．ここで

$$[\hat{Q}, \hat{P}] = [\hat{q}, \hat{p}] \otimes 1 - 1 \otimes [\hat{q}, \hat{p}] = 0$$

により，$\hat{Q},\hat{P}$はHilbert space $\mathfrak{h}\otimes\mathfrak{h}$上で同時対角化可能であり，そのスペクトル測度を$\hat{N}(dq,dp)$と書けば

$$e^{i(u\hat{Q}+v\hat{P})}=\int e^{i(uq+vp)}\,\hat{N}(dq,dp).$$

したがって，

$$\int e^{i(uq+vp)}\mathrm{Tr}(\rho\hat{M}(dq,dp))=\int e^{i(uq+vp)}\mathrm{Tr}(\rho\otimes|\bar{\alpha}\rangle\langle\bar{\alpha}|\,\hat{N}(dq,dp)),$$

$$\mathrm{Tr}(\rho\hat{M}(dq,dp))=\mathrm{Tr}(\rho\otimes|\bar{\alpha}\rangle\langle\bar{\alpha}|\,\hat{N}(dq,dp))=\underbrace{\frac{1}{2\pi}\langle\alpha_{q,p}|\rho|\alpha_{q,p}\rangle}_{=\rho(q,p)}dq\,dp$$

が成立つ．$|\alpha>$として不確定性関係を最小にするGauss状態

$$\langle x|\alpha\rangle=\frac{1}{(\pi\sigma)^{1/4}}\,e^{-x^2/(2\sigma)}$$

をとったとき，同時確率分布$\rho(q,p)$が伏見関数[6]に一致することが，次のようにして理解される．

まず

$$Z_\rho(u,v)\equiv\mathrm{Tr}(\rho\,e^{i(u\hat{q}+v\hat{p})})$$

を量子特性関数と呼ぶが，これは$\hat{q},\hat{p}$が相互に可換ならば，Trが積分 $\int dqdp$，ρが確率密度関数$\rho(q,p)$に帰着し，確率論における状態＝確率分布$\rho(q,p)dqdp$のFourier変換としての特性関数に対応する量である．$\rho(q,p)$の通常のFourier変換に関するParseval等式の非可換versionとして，非可換Parseval等式

$$\int\frac{du\,dv}{2\pi}Z_\sigma(u,v)^*Z_\rho(u,v)=\mathrm{Tr}(\sigma^*\rho)$$

がこの量子特性関数に関して成立つ．Wigner関数[6]はこの量子特性関数の逆Fourier変換として与えられる：

$$\int\frac{du\,dv}{(2\pi)^2}e^{-i(uq+vp)}Z_\rho(u,v)=P_\rho^W(q,p)\ :\ \text{Wigner fn.}$$

$\hat{q},\hat{p}$可換の場合には元の同時確率分布$\rho(q,p)$が再現され非負の結果を与えるはずだが，$\hat{q},\hat{p}$の非可換性：$[\hat{q},\hat{p}]=i\hbar\neq0$のゆえにWigner関数は正値性を満たさない（上の非可換Parseval等式でσとρが直交する場合を考えよ）．

以上を整理すれば，

$$\rho(q,p)=\int\frac{du\,dv}{(2\pi)^2}e^{-i(uq+vp)}\mathrm{Tr}(\rho\,e^{i(u\hat{q}+v\hat{p})})\langle\alpha|e^{-i(u\hat{q}+v\hat{p})}|\alpha\rangle$$

$$=\int dq'dp'\ P_\rho^W(q',p')\,P^W_{|\alpha\rangle\langle\alpha|}(q'-q,p'-p)$$

$$= \mathrm{Tr}(\underbrace{\underbrace{\rho}_{\text{system}} \otimes \underbrace{|\bar{\alpha}\rangle\langle\bar{\alpha}|}_{\text{probe}}}_{\text{合成系}} \underbrace{\hat{N}(dq, dp)}_{\text{合成系の可換同時測定}\,(\hat{Q},\hat{P})})/dq\,dp$$

即ち，systemとprobeの合成系をつくり，その合成系における可換同時測定を考えて，それを再びsystemへproject outすることにより，probeの状態 $|\alpha>$ に付随する付加的誤差を伴った近似的同時測定が得られ，そこでの測定値の同時確率分布が上の $\rho(q,p)$ によって与えられるということである．伏見関数は，probe状態 $|\alpha>$ にGauss状態をとった場合の同時確率分布 $\rho(q,p)$ の特殊ケースである．

最後に，上の問題では物理量の交換関係だけが問題であってdynamicsは関係ないということを考慮して，

$$\hat{Q} = \hat{q} \otimes 1 - 1 \otimes \hat{q} \longrightarrow \hat{q}_s, - \hat{q}_p : \text{probe粒子に対する}\underline{\text{相対座標}}$$

$$\hat{P} = \hat{p} \otimes 1 + 1 \otimes \hat{p} \longrightarrow \hat{p}_s + \hat{p}_p : \text{合成系の}\underline{\text{重心運動}}$$

と書換えれば，もっと直観的な理解もできる．probeのmass→∞の極限では，probe state $|\alpha>$ のもつ位置のゆらぎはeffectiveに0となり，対象粒子そのものの位置測定過程が得られることになる．

iii）場の量子論への拡張

このNaimark拡大による可換化→古典確率化の考え方に従って，場の量子論におけるgenerating functional或いはeffective actionをもっと物理的に解釈できないだろうか．通常，これらの量は場の演算子の非可換性のために複素量となり，直接的な物理的解釈を付与することは不可能であって，単にGreen関数やvertex関数を扱う上で便利なtechniqueとして用いられるか，あるいはせいぜい並進不変な外場のsourceに対するeffective potentialの形でのみ物理的な解釈がなされるに過ぎない．しかし，場の量 ϕ が可換量，即ち，確率変数だとしてみるなら，期待値汎関数としての状態 ω は確率分布に対応し，したがって

$$Z[J] \equiv \omega(T\exp iJ\hat{\phi})$$

で与えられる generating functional $Z[J]$ は確率分布のFourier変換として特性関数を表わすことになる．$\hat{\phi}$ が正準交換関係に従う自由場の場合には，

$$V[J] \equiv T\exp iJ\hat{\phi}$$

とおくと

$$V[J_1]V[J_2] = e^{-\iint dx\,dy\, J_1(x)\,\theta(y^0 - x^0)[\hat{\varphi}(x), \hat{\varphi}(y)]\, J_2(y)}\, V[J_1 + J_2]$$

が成立ち，可換確率変数の中心拡大にほかならない．そこで，$\hat{\phi}$ とantilinearな関係で結ばれる“tilde field” $\tilde{\hat{\phi}}$ を導入して

$$U[J] \equiv T\exp iJ(\hat{\varphi} - \tilde{\varphi})$$

とおくと

$$U[J_1]U[J_2] = U[J_1+J_2]$$

が満たされる．そうすると，Bochner-Minlosの定理によって，distribution $\mathcal{S}'$上のpositive-operator valued measure $\hat{\mu}$ が存在して

$$U[J] = \int_{\varphi\in\mathcal{S}'} e^{iJ\varphi}\, d\hat{\mu}(\varphi)$$

が成立つ．したがって，自由場$\hat{\varphi}$の時系列的なconfigurationに関して近似測定や伏見関数を議論することが可能になる．

ただしこの考え方では，$\hat{\varphi}$の４次元交換関係がｃ数になるということが本質的に効いており，そのためには［相対論的場の量子論の文脈では］$\hat{\varphi}$が正準交換関係を満たす自由場でなければならない［Greenberg-Robinsonの定理］ので，相互作用のある場合は排除される．後者の場合には，（漸近的完全性の仮定の下に）interacting Heisenberg field $\hat{\mathcal{O}}_H$ を自由場＝漸近場で書き表す Haag-Glaser-Lehmann-Zimmermann の公式[7]

$$\hat{S}\hat{\mathcal{O}}_H = :e^{\hat{\varphi}(\Box+m^2)\frac{\delta}{\delta J}}: \langle 0|T\hat{\mathcal{O}}_H e^{iJ\hat{\varphi}_H}|0\rangle|_{J=0}$$

を，

$$\langle\beta,\mathrm{out}|\hat{\mathcal{O}}_H|\alpha,\mathrm{in}\rangle = (\langle 0|\otimes\langle\beta|):T(\hat{\mathcal{O}}_H\otimes\mathbb{1})e^{i\hat{j}_H\otimes\hat{\varphi}}:(|0\rangle\otimes|\alpha\rangle),\quad \text{ただし，}(\Box+m^2)\hat{\varphi}_H\equiv\hat{j}_H,$$

という形に書換えてみると，interacting Heisenberg field との関係では漸近場$\hat{\varphi}$自身が１つの probe system として機能していることがわかる．勿論こうした解釈ひとつで相互作用場の取扱いの困難が解消されるなどと期待するのはそもそも筋違いだが，場の量子論での散乱過程固有の伝統的取扱い法を，観測理論・応答理論・通信理論等の異なった領域とも共有し得る広い土俵の上で捉え直しておくことは，種々の領域・階層間の移行の問題を論ずる上で重要なことと思われる．例えば，$T\neq 0°$ Kでは通常の真空上の場の理論における漸近条件が成立ず，S行列はたとえ存在したとしてもtrivial（$\hat{S}=\mathbb{1}$）との議論［８］があり，Haag-Ruelle或いはLSZ的な見方での散乱理論定式化は困難である．しかし，有限の寿命をもつ準粒子の散乱という見方は温度平衡の状況下でも十分意味のある物理的描像であり，また摂動論的に散乱事象を論ずることに支障はないのだから，何等かの意味で$T\neq 0°$ Kでの散乱過程の定式化が可能のはずである．多分，このためには［（system + probe)⇒近似測定］の見方が有用ではないかと期待される．

モレキュールの時には，この後instrumentの概念に関して多少紹介めいた話をしたが，特にoriginalityを主張すべき内容があるわけではないので，興味のある方には文献［1, 5］等を参照頂くことにして，ここでは議論を省略したい．

［文献］

[1] Davies,E.B., Quantum Theory of Open Systems, Academic Press, 1976.

[2] Holevo,A.S., Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory, North-Holland, 1982.

[3] 広田　修，光通信理論，森北出版，1985.

[4] 梅垣寿春－大矢雅則，量子論的エントロピー，共立出版，1984.

[5] M.Ozawa, Phys.Rev.Lett.60,385(1988);小澤正直，'87研究会報告（素粒子論研究 78,No.2,B141(1988)；物性研究 51(1988)）.

[6] 例えば，中村孔一,'87研究会報告（素粒子論研究 78,No.2,B92(1988)；物性研究 51(1988)）.

[7] Haag-GLZ公式については，以下を参照のこと：
R.Haag, Kgl.Danske Videnskab.Selskab.Mat.-fys.Medd.,29,no.12(1955);
V.Glaser, H.Lehmann and W.Zimmermann, Nuovo Cim.,6,1122(1957);
T.Kugo, & I.Ojima, Suppl.Prog.Theor.Phys.no.66(1979), Appendix.

[8] H.Narnhofer, M.Requardt and W.Thirring, Comm.Math.Phys.92,247(1983).