京都大学大学院理学研究科物理学第一専攻

5. 液膜流上の2次元パルス

岩 崎 宏

流体、プラズマ等における自然現象では様々な美しいパターンがみられる。特に、2次元、3次元的に局在した空間構造が現われることがある。例えば、斜面を流れる薄い水の流れ（液膜流）上の波では、馬蹄形をしたパルスが観測されている。しかし、これらの構造を説明する研究はこれまでのところ余りなされていない。その理由のひとつは、高次元構造を記述する方法が確立されていない事である。空間構造の基本モードであるソリトンの高次元への本質的な拡張すらできていない。
本研究では、液膜流の2次元構造の研究を通じて、2次元ソリトンの可能性を調べるものである。

液膜流上の長波長の波動を近似する2次元非線形偏微分方程式は

$$U_t + U U_x + U_{xx} + \delta \triangle U_x + \triangle^2 U = 0 \qquad (1)$$

$$(\triangle = \partial_x^2 + \partial_y^2 \ , \ 0 \leqq x \leqq L_1 、 0 \leqq y \leqq L_2)$$

の形をしていて、これはプラズマ中の不安定ドリフト波を記述する方程式としても知られている。
(1)はスケーリングをしてあり、線形項（第3，4，5項）はそれぞれ不安定項、分散項、散逸項を表し、δ は相対的な分散の強さ、$L_{1,2}$は系の大きさを表す。

1次元の場合（$\partial_y = 0$）、$\delta = 0$ でカオス解をもつ Kuramoto-Sivashinsky 方程式に、$\delta = \infty$ の極限でソリトン解をもつ KdV方程式に一致する。δ が有限なとき無秩序性と秩序性とが競合し、相互作用する局在秩序構造（ソリトン格子）が現われる。

以下、(1)の初期値問題の数値計算を δ が有限な場合と無限大の極限の場合とに分けて行なった。数値計算は空間については擬スペクトル法、時間については4次の修正ルンゲクッタ法を用いた。

(a)分散性と2次元秩序構造の関係

$\delta = 0$ の時、無秩序な構造が現われ不規則な運動をする。δ が有限の時、δ が増

加するにつれて、無秩序状態から次第に２次元秩序構造が現れ、δが充分大きくなると、同じ振幅の２次元パルスが格子状に並ぶ準安定な構造ができる。このとき２次元パルスの速度Ｃ 振幅Ｈ は、(b)の準ソリトンからの摂動で、

$$C = 0.41*\delta,\ H = 1.94*\delta \tag{2}$$

と表される。

(b) ２次元準ソリトン

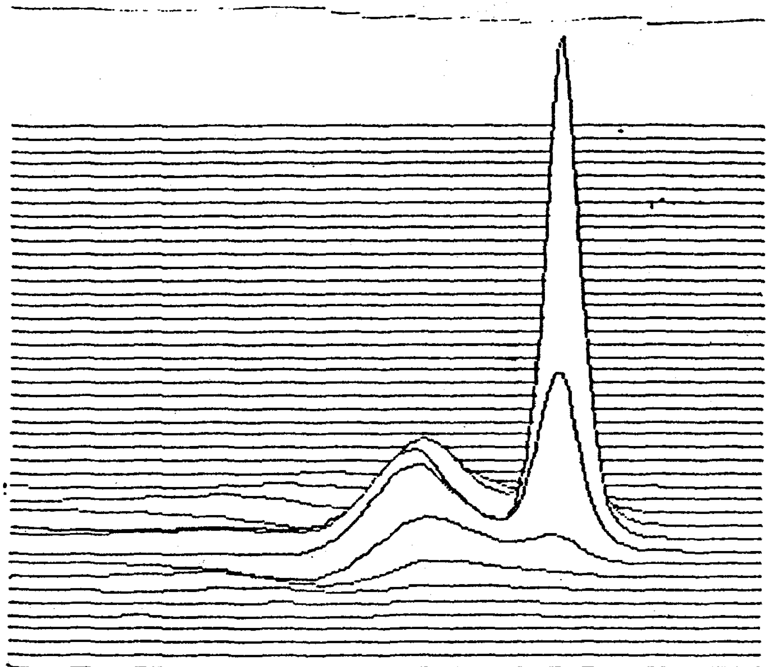
(1)の純分散極限（$\delta=\infty$）は、

$$U_t + UU_x + \triangle U_x = 0 \tag{3}$$

であり、これは磁気プラズマ中のイオン音波を記述するために Zakharovらが導出した Zakharov-Kuznetsov方程式（２次元ＫｄＶ）と呼ばれるものである。この方程式は大気圏のRossby波やプラズマの渦ソリトン波を記述する方程式としても知られている。この方程式が非可積分である事を示した。従って、(3)はソリトンを持たないと思われる。しかし(3)の安定な定常進行波は軸対称な２次元パルスで、このパルスは近似的にソリトンのように振舞う。（２次元準ソリトン）

シミュレーションでは、ＫｄＶソリトンは不安定であり軸対称準ソリトンが生じること、パルス同士の衝突で振幅は変化するが個性は保つこと（非弾性衝突）が確かめられた。

以上。発表会では、ＺＫ方程式の２次元軸対称ソリトンについて話す予定である。



左図：

速度の異なる２つのソリトンを衝突させたもの。