

# フラクタルに関連した 破壊現象（ひび）の研究（レビュー）

東工大理 田口善弘

## § 0. はじめに

本研究会の主題とは関係がない話題であるが、世話人のご厚意により発表の機会を与えられたので、報告書を提出する。

いわゆるフラクタル[1,2]と呼ばれる現象を研究する人々の中で、最近、固体の破壊現象（つまり、ひび）に興味を持っている一団の人々がいる。その目的は「なぜ、ひびはあの様な形をしているのだろうか？」と言うことに尽きる。以下では、このようなテーマで研究されたフラクタル屋の仕事のうち僕の知るものについて簡単に述べる。

## § 1. モデルの分類

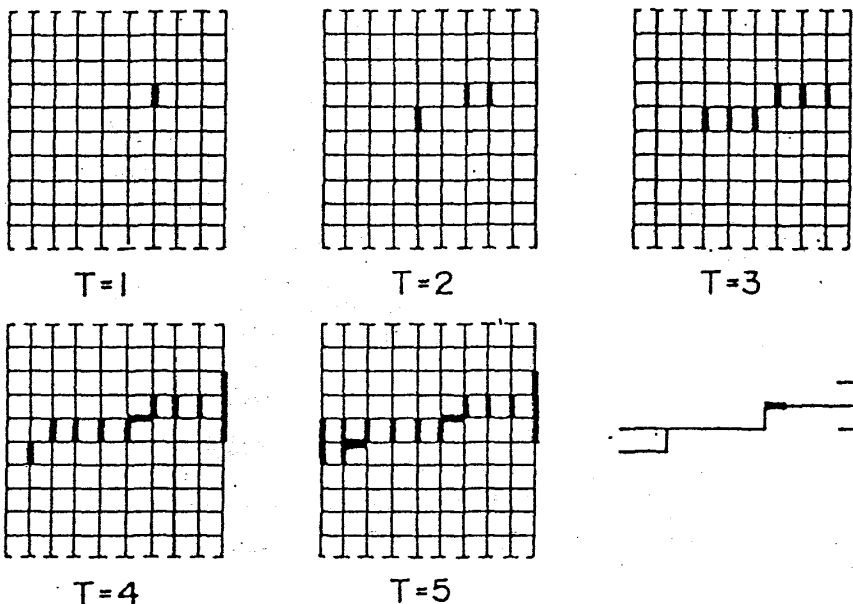
まだ、それほど仕事の数も多くなく、分類も容易である[3]。共通点としては、

- ① 単純な素子の協同現象による多体効果に、ひびのパターン形成の原因を求める。
- ② 弾性体の破壊を扱う。
- ③ 準定常近似（物質の応力緩和は、破壊の進行に比べて十分はやい）を仮定している。

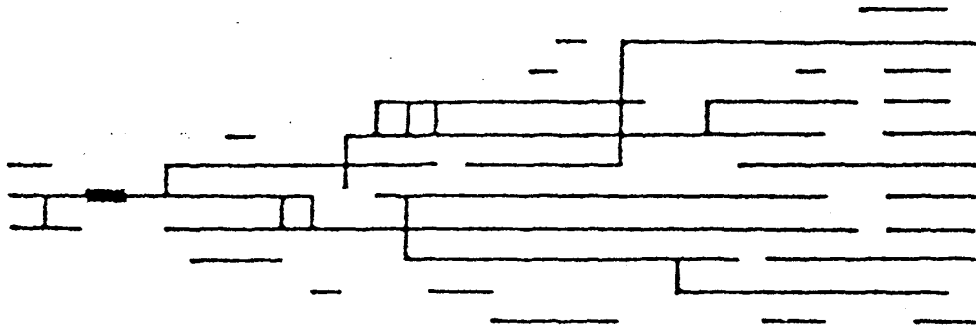
と言うものである。つまり、まだ定性的な模索段階で、とても現実を正確に再現するところまでは行っていない。これらは、次の2つのタイプに大きく分類することが出来る。

### << Type 1. しきい値素子の集合体 >>

このタイプの先駆的研究は、高安[4]によって行われた（のだと思う）。例えば、2次元正方格子を用い、格子を構成するボンドの一本一本を物質を構成する素子であると見なす。個々の素子は小さい応力に対しては弾性体として振舞うが、ある程度（しきい値）以上の応力を加えられると、破断してしまう。このモデルにおいて、現実の物質の持つ非一様性を実現するためしきい値の空間分布をランダムにする。そして、この正方格子に応力を少しずつ加えつつ、もし、しきい値を越える応力がかかったボンドがあればそれを壊して行く。



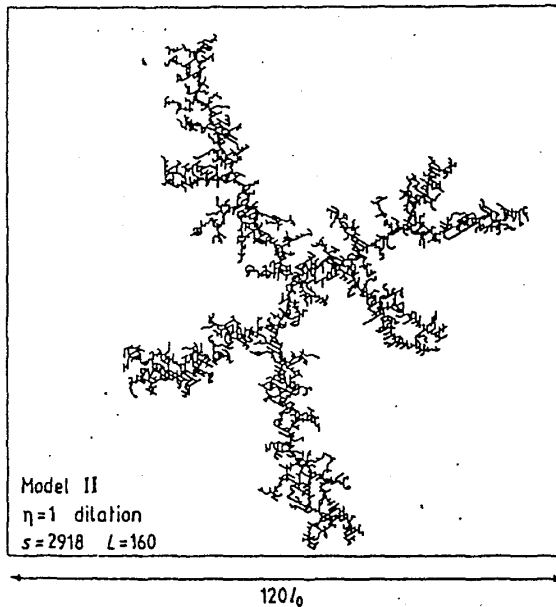
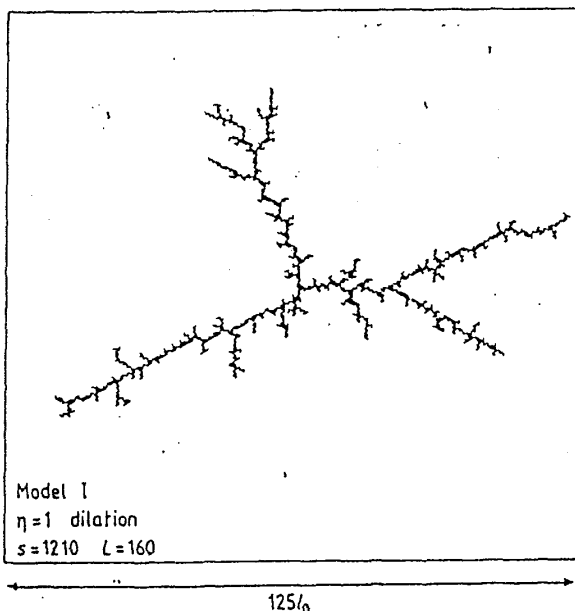
このような簡単なモデルで、なんと驚くべきことにひびによく似た枝別れ状のパターンが得られてしまったのである。



今のところこの手の研究でやられているのは、2次元のシステムに面に垂直な応力をかけた場合(たわみ) [4]と、面内応力(一様引っ張り)をかけた場合である [5]。まだ、余りやられていないようである。

<< Type 2. ひびの伝播型 >>

もう一つのタイプは、ひびの伝播、つまり、最初に存在した小さなひびが成長して大きなひびになって行くところをシミュレーションするものである。そのアルゴリズムはDLA [6]に酷似している。まず、一様な弾性体を持ってきて、その中央に小さなひびをつける。次に、全体に適当な応力をかける。平衡状態に達したら、このひびの周囲の応力場を計算する。次に、このひびを成長させるわけだが、どの方向にひびが成長していくかを応力の大きさに応じて決める。つまり、応力最大の方向により大きく成長するが、応力の小さい方向には余り成長させない、と決める。これまた、きわめて簡単なアルゴリズムであるが、見事に枝別れ状のパターンを再現する。この研究を最初に行ったのは、Guineaのグループで、三角格子に一様変形または面内の歪を与えた場合のひびの成長をシミュレートした。この研究は最近、Meakinとの共同研究としてかなり詳しく計算がやり直された [7]。その結果解ってきたことは、成長規則の細かい差異が全体の形に強く影響する、ということである。下図は、成長出来る方向の定義を微妙に変えた場合のパターンの変化であるが、見るからに全然違う違うパターンとなっている。もちろん、フラクタル次元も微妙に異なる。



そのほか、二次元平面にたわみを加えた場合のひびの成長パターンの研究を筆者が行っている[8]。

この研究の過程で解ってきたことは、「破壊のモデルはユニバーサリティーが極度に弱い」と言うことである。この点、成長確率の細かい定義によらず同じパターンを形成したDLAとは対照的である。この「弱いユニバーサリティー」が、モデルの作り方のせいなのか、それとも、一見同じように見える現実のひびの多くは実際には微妙に異なっているのか、その辺りからのチェックが必要であろう。

### § 3. 実験

ひびのパターンというものに着目した実験は余りないようである。僕が知っているのは唯一

「ポリエチレンの球を水につけてふくらませる。ガラスにはさんで乾かす。ポリスチレン球が縮んで、球と球の間に隙間が(ひび)出来る。」

と言う実験である[9]。これについては対応するシミュレーションも行われており[9]、よい一致を見ている。いずれにせよ、ひびの一般的な性質を反映するケースとは言いがたい。

### § 4. 問題点と展望

このようにパターン形成としての破壊の研究は、まだ、ほとんど手つかずの状態である。いささか、僭越ながら、問題点と展望を述べさせて頂く。

① 準定常近似で説明できるひびがどの程度あるのか疑問である。

似たようなパターンが得られたからと言って、そのモデルが正しいことの保証にはならない。実際、ひびが枝別れする原因は、ひびの成長速度が音速に近づくことにより、周囲の変形が追いつかなくなると、2次破壊が生じることによる、と言うことを示す実験、および、シミュレーションもあるらしい[10]。もしそうであるとすれば、ここで挙げたモデルは根本から間違っている可能性がある。

② (準定常近似が正しいとしても) ユニバーサリティーの弱さは意味があるか?

§ 2. で述べたことであるが、モデルの詳細を変えただけで全体のパターンが大きく変わるため、どんなパターンでも再現できてしまう可能性がある。こんなモデルで本当によいのか疑問が残る。

このような疑問を解決するには、まず、(DLAにおける松下の電析実験の様な)よい実験を行う必要がある。これは、難しいのだろうか。また、もう一つの道としては、安易なモデル化に走らず、3つの破壊モードにきちんと対応したシミュレーション、または、連続体の運動方程式を直接積分するような計算を行う必要があるだろう。しかし、これは著しく困難だと思われる。

以上、フラクタルに関連する破壊現象の研究はほとんど何も解っていないと言う方が正しいと言うのが現状である。意欲ある方はチャレンジしてください。

参考文献

- [1]マンデルブロ著、「フラクタル幾何学」(日経サイエンス)
- [2]高安秀樹著、「フラクタル」(朝倉書店)
- [3]H.J.Herrmann, in Random Fluctuation and Pattern Growth, p148, eds. H.E.Stanley and N.Ostrowsky (1988:Kluwer)
- [4]H.Takayasu, Prog. Theor. Phys., 74, 1343, (1985)
- [5]M.Shahimi and J.D.Goddard, Phys. Rev. B, 33, 7848, (1985)
- [6]P.Meakin in Phase Transitions and Critical Phenomena, vol.12 eds. Domb & Lebobitz, (1988: Academic Press)
- [7]P.Meakin, G.Li, L.M.Sander, E.Louis, F.Guinea, J. Phys. A, 22, 1393,(1989)
- [8]Y-h.Taguchi, Physica A156,741(1989)
- [9]A.T.Skjeltorp and P.Meakin, Nature 322,789(1986)
- [10]大橋一利、基研研究会「パターン形成、運動及び統計」、1989年