3次元凝縮系の相転移とDefect
—液晶 Smectic-Nematic 転移を例にとって—

京大・理　池　田　隆　介

連続自由度をもつ系の相転移を考えるのに，topological-defect の無視できない case がしばしばある。その典型的なのが2次元（2D）XY 系での Kosterlitz-Thouless（KT）理論だが，3DXY でも（line）defectの励起が相転移の原因になりうる例として，Smectic-Nematic（N）液晶転移[1]がある。通常の3DXY model で転移の際の vortex-loop の成長を考えると，その core の臨界的成長も無視できない[2]ため，defect（vortex）による記述は意味をなさないが，Smectic 液晶での dislocation line は有限な energy （per wnit length）をもつという理由により，この困難を免れて単に dislocation-loop の臨界成長という記述[3]が物理的に許される。実は，この立場が脚光を浴びた理由はむしろ別にあって，Fig.1 の Smectic A（SmA）（そこで，director の平均的方向 $\hat{n}_0$ は layer に垂直）とN間の転移が 2^{nd} order という実験事実を，この dislocation-loop 理論に至って初めて理論的に説明できたのである。

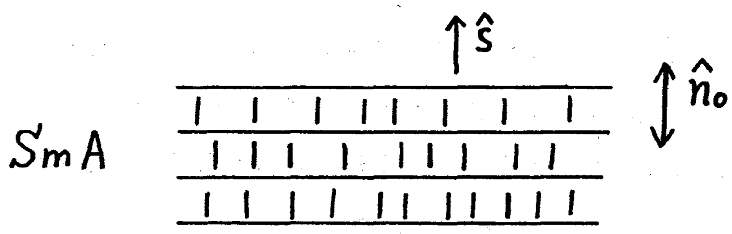

Fig.1

この理論は，（特別な状況での）Smectic C（SmC）melting に対して拡張が試みられた[4]。この場合，SmC（Fig.2）で layer-normal vector $\hat{S}$と$\hat{n}_0$ が平行でないという事実に起因して，translational Symmetry とともに $\hat{S}$ の orientational order をも伴った中間相（N′）が SmC と N との間に存在することが期待される。

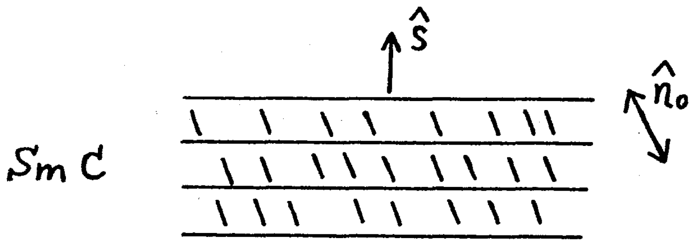

Fig.2

しかるに，この議論は SmC－N′転移が 2^{nd} order であることが示されてない等，完備されていない。SmC - melting へのこの拡張は最近，より整備された形で一般的な場合も含めて定式化された[5]。以下ではその解説と結果を簡潔に与える。

Smectic-N 転移を現象論的に考えるのに，通常，Smectic translational-order をdensity -wave の立場でみて，Landan 理論をつくるのが自然である。この立場で，SmA－N，SmC－N 両転移を統一的に満足できる形で記述できる唯一のモデルとして，Chen-Lubensky model [6] というのがある。ここから，SmA，SmC 各々に適当な elastic free energy を導出するのは単純で，前者はよく知られた de Gennes model [7] になる。後者の SmC に対するモデルは次の形をとる。

$$F_c = \int d^3 r \left[B\left((\partial_z u - t^{-1} \Delta n)^2 + (\partial_x u - t \Delta n)^2 \right) + K (\partial_y{}^2 u)^2 \right] + F_n$$

ここで，u は Smectic-layer の displacement field，Δnは director $\hat{n}$ と layer-normal $\hat{S}$ とのなす角のゆらぎ，パラメーター B，K，t は正で温度依存性は無視できるとする。さらに F_n は通常の Frank free energy を意味する。この表式からわかるように，外場によって directon $\hat{n}$ が長波長で固定されないなら，SmC はいわゆる (translational) quasi-long range order をもち，その結果として，dislocation-line energy は単位長さ当たり有限(つまり，log 的なサイズ依存性をもたない) ということになる。この側面は SmA，さらには，2DXY model に類似で，実際この系が dislocation-loop の臨界成長で有限温度での転移を起こすことは，KT 理論と同様，energy と entropy のつりあい[3]から説明できる。

その相転移を統計力学的に定式化するには，XY-class に特有な duality の考察，さらに，転移の性質を調べる目的で，U(1)－gauge 不変な ϕ^4－model への変換が必要であった。その詳細については，文献 5 を参照していただきたい。ここでは，重要な結論を列挙するにとどめよう。

1)．SmC の melting temperature は，現象論的に導入された dislocation-loop の core energy (per unit length) E_c を用いて，$E_c / 3 k_B$ で与えられる。その数値を具体的にみることはできないが，適当なオーダー ($\sim 10^2$ (K)) をもっていることは評価できる。

2)．その転移は 2^{nd} order で，XY-duality が反映して，inverted XY [8] という universality class になる。つまり，free dislocationの存在が秩序パラメータの有限な状態を意味するような 3DXY モデルに相当する。

3)．既に述べたように，この転移の上側の相はNでなく，別の中間相 (N′) になっている必要がある。そこでは，director field $\hat{n}$ とともに，layer-normal vector $\hat{S}$ が orientational long range order をもつことが示せる。従って，さらに N′－N 転移 (XY-classであると期待される[4]) の存在が要求され，その転移温度の荒い評価から，N′相の存在する温度巾は高々

～数 (K) と予想される（N相とN′相の違いは，Fig.3 をみれば明らかだろう）。

結局上の議論では，dislocation-line element のエネルギーが有限，つまり，line element間の相互作用が転移の性質に影響しないことが本質的で，SmA－N転移[1]での議論と特に変わりはない。SmC 相の melting-temperature がSmA のそれとはあまり変わらないと期待されることから，実験での検証が望まれる。

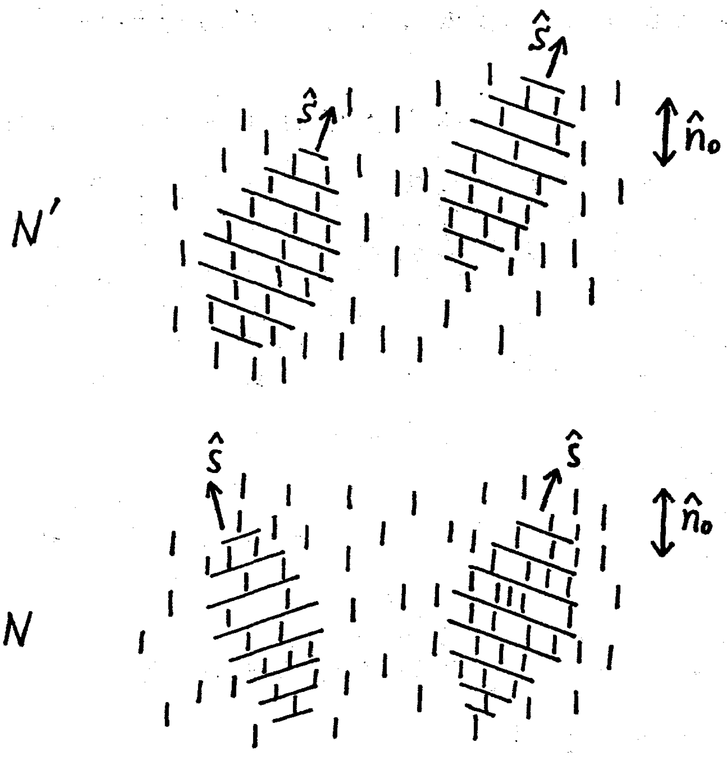

Fig.3

参 考 文 献

1). 包括的なレヴューとして，例えば
T.C.Lubensky, J.Chim.Phys. (Paris) **80** (1983) 31.

2). 例えば，次の文献をみよ。
G.Williams, Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 1926.

3). W.Helfrich, J.Phys. (Paris) **39** (1978) 1199 ; D.R.Nelson and J.Toner, Phys. Rev. B**24** (1981) 368.

4). G.Grinstein, T.C.Lubensky, and J.Toner, Phys. Rev. B**33** (1986) 3306.

5). R.Ikeda, Phys. Rev. A **39** (1989) 312.

6). J.H.Chen and T.C.Lubensky, Phys. Rev. A**14** (1976) 1202.

7). P.G.de Gennes, Solid State Commun. **10** (1972) 753.

8). C.Dasgupta and B.I.Halperin, Phys. Rev. Lett. **47** (1981) 1556.