

間欠性カオスの q 相転移に関するスケーリング則

名大工 本田 勝也
 静大教養 佐藤 信一

我々が以前に提案した統計力学的定式に基づいて間欠性カオスの q 相転移を解析的に議論する。特に連続的に相転移する場合の臨界指数を求め、熱平衡系における臨界現象との比較をおこなう。¹⁾

前回の研究会で報告したように、1次元写像 $x_{n+1} = x_n + x_n^z$ ($\text{mod } 1, z > 0$) は、 $r = z/(z-1)$ が $1 < r \leq 2$ の場合 $q=1$ で2次相転移をする。²⁾ 秩序パラメータに相当するバーストの q 次重みつき頻度 $\psi(q, \mu)$ と、それに共役な変数 μ を導入すると、圧力関数は $0 < \varepsilon = 1 - q, \mu < 1$ に対して $P(q, \mu) = -(q-1)K_q = \varepsilon^{1/(r-1)} \Lambda(\mu/\varepsilon)$ (K_q ; q 次レニエントロピー) と表されることが導かれる。ここで、スケーリング関数は $\Lambda(x) = C(1+Dx)^{1/(r-1)}$ ($C, D > 0$) である。秩序パラメータは $\psi(q, \mu) = -\partial P(q, \mu)/\partial \mu$ と与えられるから、臨界指数 $\beta = (2-r)/(r-1), \delta = (r-1)/(2-r)$ が求められる。同様に、“磁化率”，“比熱”相当量に対しても $\gamma = \alpha = (2r-3)/(r-1)$ が得られる。相関距離に相当する特性時間の臨界指数は、 q 次の重みつきパワースペクトラムから計算され、それぞれ $\nu = 1/(r-1), \eta = 5-2r$ と与えられる。興味深いのは、これらの臨界指数は熱平衡系と同じスケーリング則

$$2 = \alpha + 2\beta + \gamma = \alpha + \beta(1 + \delta) = \eta + \gamma/\nu = \alpha + d\nu$$

を $d=1$ として満たしていることである。間欠性カオスにおいても臨界現象と同様に長時間にわたる“ゆらぎ”が存在していることを意味している。しかし、無秩序相にあたる $q > 1$ では、“温度” q や“磁場” μ によって励起される“ゆらぎ”は完全に凍結されており、相転移点前後における臨界指数の対称性は破れていることに注意する。

詳細は文献1)を参照されたい。

文献

- 1) K. Honda and S. Sato, Prog. Theor. Phys. 82(1989)682.
- 2) 佐藤信一, 本田勝也, 物性研究 51(1989)793.