published)）でも見られている．

参考文献

Hirsch, R. and Wolf, D.E. (1986). Anisotropy and scaling of Eden clusters in two and three dimensions, *J. Phys. A*, **19**, L 251-256.

Langer, J.S. (1980). Instabilities and pattern formation in crystal growth, *Rev. Mod. Phys.*, **52**, 1-28.

Meakin, P. (1986). Universality, nonuniversality, and the effect of anisotropy on diffusion-limited aggregation, *Phys. Rev. A*, **33**, 3371-3382.

Meakin, P. (1988). The growth of fractal aggregates and their fractal measures, *Phase Transitions and Critical Phenomena*, Vol. 12 (eds. C. Domb and J.L. Lebowitz), 336-489 and references therein, Academic Press, London.

Ovsienko, D.E., Alfintsev, G.A. and Maslov, V.V. (1974). Kinetics and shape of crystal growth from the melt for substances with low L/kT values, *J. Cryst. Growth*, **26**, 233-238.

Peters, H.P., Stauffer, D., Hölters, H.P. and Loewenich, K. (1979). Radius, perimeter, and density profile for percolation clusters and lattice animals, *Z. Phys. B*, **34**, 399-408.

Saito, Y. and Ueta, T. (1989). Monte Carlo studies of equilibrium and growth shapes of a crystal (to be published).

Uwaha, M. and Saito, Y. (1988). Fractal-to-compact transition and velocity selection in aggregation from lattice gas, *J. Phys. Soc. Japan*, **57**, 3285-3288.

Voss, R.F. (1984). Multiparticle fractal aggregation, *J. Statist. Phys.*, **36**, 861-872.

Witten, T.A., Jr. and Sander, L.M. (1981). Diffusion-limited aggregation, a kinetic critical phenomenon, *Phys. Rev. Lett.*, **47**, 1400-1403.

Witten, T.A., Jr. and Sander, L.M. (1983). Diffusion-limited aggregation, *Phys. Rev. B*, **27**, 5686-5697.

樹枝状結晶成長における横枝の発生機構と選択機構

東北大学電気通信研究所　田　中　　敦

1. 序

樹枝状結晶成長は，拡散場におけるパターン形成の一つの問題として興味深いものである．特に，パラメータを変えることにより，様々なパターンを生じること，界面が不安定化し横枝を生じること等の性質を持ち，拡散場における一つのモデルであるDLAとの関連においても重要な問題である．ここでは，樹枝状結晶成長の定量的観察により，横枝の発生機構及び選択機構について議論する．

2. 実験方法

実験に用いたものは，塩化アンモニウム水溶液で，濃度は33.6%，$T_M=50.0$℃である．実験系を図1に示す．温度制御を行なってパラメータを変化させ，顕微鏡による観察を行なって録画し，後に，画像処理をかけることにより解析を行なった．

3. 実験結果

塩化アンモニウム結晶は，ある過飽和度の範囲においては，先端は安定な放物形を有し過飽和度が大きくなると，界面が不安定化し横枝が発生する．そのメカニズムの解明のため，定量的に観察したものが図2である．即ち，過飽和度を変化させた時に，先端から横枝の出始める位置までの距離，勿論，それは基準のとり方によるのだが，それがどのように変化していくか，

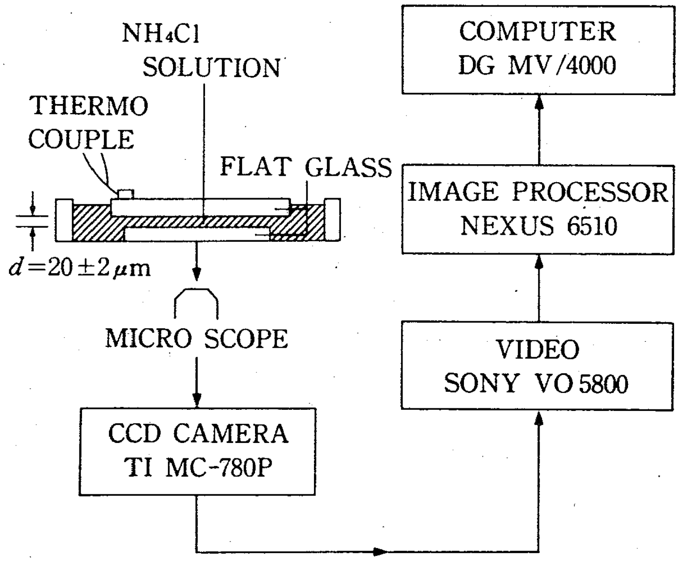

COMPUTER
DG MV/4000
NH4Cl
SOLUTION
THERMO
COUPLE
FLAT GLASS
IMAGE PROCESSOR
NEXUS 6510
d=20±2μm
MICRO SCOPE
VIDEO
SONY VO 5800
CCD CAMERA
TI MC-780P

図1. 実験系

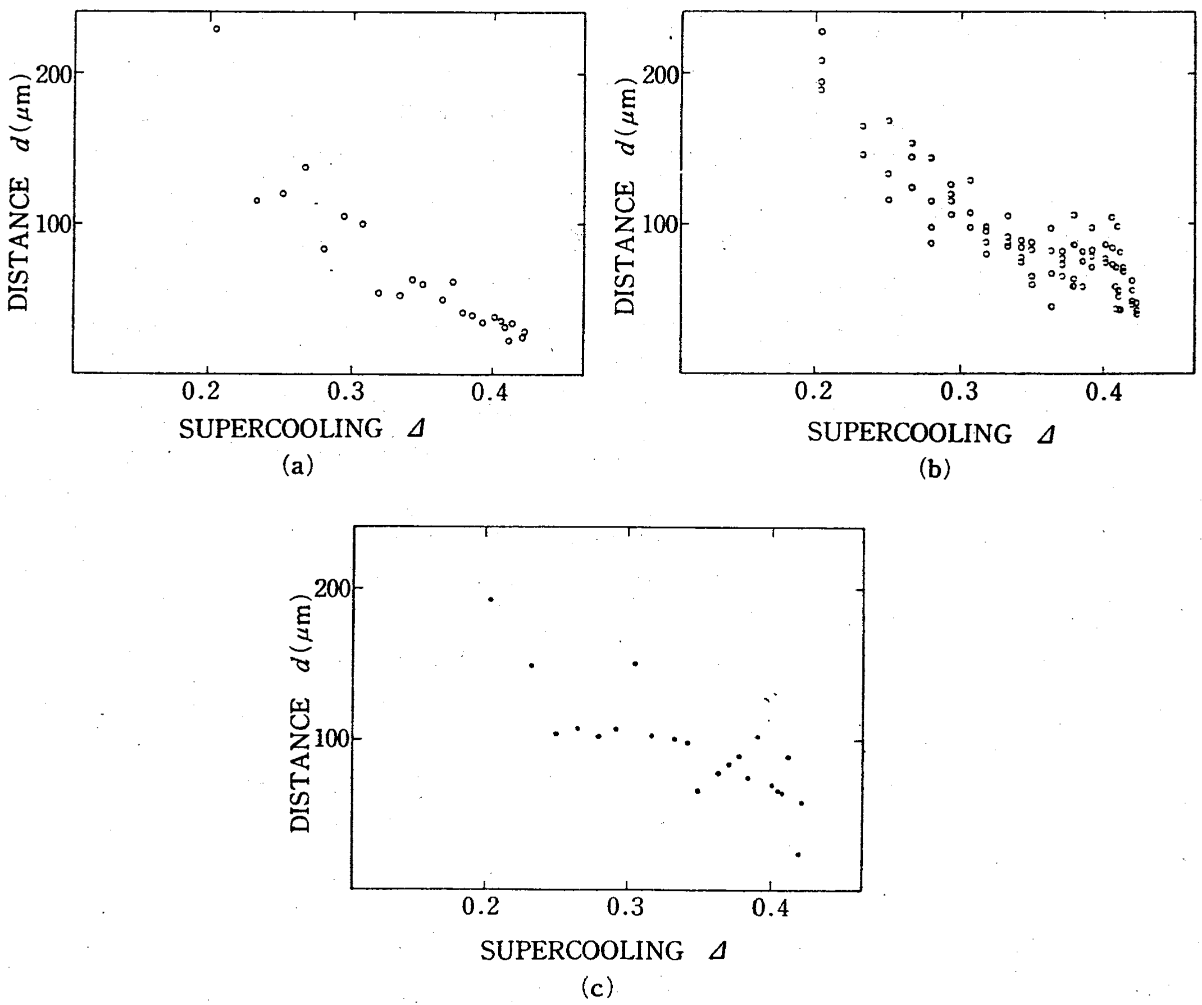
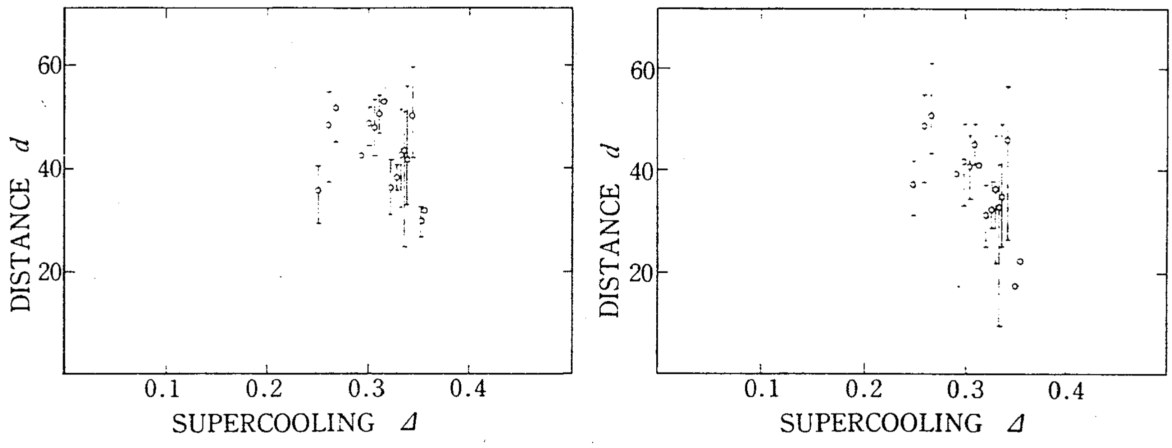

DISTANCE d (μm)
200
100
0.2
0.3
0.4
SUPERCOOLING Δ
(a)
(b)
(c)

図2.



(a) (b)

図 3.

ここでは三つの方法を用いて図示している．

図 2(a)では，安定な結晶先端が放物形であることを利用して，先端に対し放物形を当てはめ，それからずれ始める点を目測したものである．

この方法では，どうしても主観が入ってしまう危険性が大きいので，放物形からのずれに対して統計的手法を使って判断したものが図 2(b) である．

さらに，樹枝状結晶の持つ顕著な性質を利用したものが図 2(c)である．即ち，樹枝状結晶成長においては，横枝の周期は過飽和度の関数であり，過飽和度を決めると，それに対応して周期が一つ選ばれる．それならば，界面のデータをフーリエ変換することによって，モード選択が行なわれたかどうかを判断することができるだろう．実際，サンプリングする区間を，結晶先端から後方へとずらした時，様々なピークを持つパワースペクトラムから，一つのピークを持つものへと変化する様子が観察された．これは，先端におけるノイズが後方に伝わるにつれて増幅され，一つの波数が選ばれて横枝が発生した結果とみてよいだろう．それにより，横枝の出始める位置を判断したものが図 2(c) である．

いずれにしても，多少のばらつきはあるにせよ，横枝の出始める位置は，過飽和度と共に先端に近づいていくことがわかる．これは，Langer 等による理論 (Pieters and Langer (1986)) を支持しない．

一方，横枝の成長に注目すると，すでに指摘されているように，横枝の振幅は，先端からの距離の関数で，ほぼ指数的に増加する．それならば，横枝の出始めの明らかなオンセットはないと思われるが，実験系の精度は有限であり，分解能の問題もあるので，一定の基準を設けて，それを出始めと判断してもよいであろう．ここでは，振幅がモニター上で1ピクセル分になったところを出始めの位置とした（図 3(a)）．ここで，出始めの距離 d は，先端の曲率半径で規格化してある．しかし，判断基準も，やはり規格化しなければならないから，そうすると図 3(b) のようになり，ばらつきが多いことは否めないが，結晶先端の形は，過飽和度によらず，相似形になるという，いわゆる，スケール不変性が成り立つとは言い難い．

4. 結　論

塩化アンモニウム水溶液を用いた樹枝状結晶成長の定量的観察を行なった結果，横枝の発生機構と選択機構について，この実験系の精度内で言えることは，

(1) 横枝の出始める位置は，過飽和度が大きくなるにつれて，先端に近づく．

(2) 横枝は，先端におけるノイズが増幅されて発生するものと思われる．
(3) この実験系($d=20\pm2\ \mu$m)では，スケール不変性は成り立たない．

以上の3点であるが，この実験系の精度では，これ以上の結果を望むことは難しい．横枝の発生におけるノイズの役割，横枝の周期の選択機構の解明に対して，また違ったアプローチが望まれる．

参 考 文 献

Dougherty, A., Kaplan, P.D. and Gollub, J.P. (1987). Development of side branching in dendritic crystal growth, *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 1652-1655.

Nittman, J. and Stanley, E. (1987). Role of fluctuations in viscous fingering and dendritic crystal growth : A noise-driven model with non-periodic side branching and no threshold for onset, *J. Phys. A*, **20**, L 981-986.

Pieters, R. and Langer, J.S. (1986). Noise-driven side branching in the boundary-layer model of dendritic solidification, *Phys. Rev. Lett.*, **56**, 1948-1951.

確率過程のマルチフラクタル性と統計力学

静岡大学教養部　佐 藤 信 一
名古屋大学工学部　本 田 勝 也

散逸のある非線形力学系にはフラクタル性をもつストレンジ・アトラクターが生じることはよく知られているが，力学系とフラクタルの関係は幾何学的なものにとどまらずダイナミクスにも及んでいる．マルチフラクタル（Halsey et al. (1986)）という視点から見ると，ダイナミクスのフラクタル性の記述はフラクタル集合の記述と双対性があり，どちらも熱力学形式を内包している．この研究報告では，Intermittency (Manneville and Pomeau (1980)）と呼ばれる現象を示す力学系に統計力学的手法を応用してそのマルチフラクタル性を調べた結果と，力学系の“ゆらぎ”と相転移の関係について述べたい．

ある力学系において観測される時系列をしきい値を用いて2値化すると（しきい値以上で“1”，以下で“−1”を割り当てる）特定の記号列が観測される確率が定まる．その確率は力学系によって一意的に定まり，Intermittency に対応する確率過程のモデルは

(1a)　$p(1\mid-1)=a,\qquad p(1\mid1)=b$

(1b)　$p(-1\mid-1,\ldots,-1,1)=cj^{-\nu}$

である．ここで $p(s_1\mid t_1,\ldots,t_n)$ は $s_1(=\pm1)$ の後に，部分列 $\{t_1,\ldots,t_n\}$ が発生する条件付き確率である．規格化条件から $a+b=1$, $c=\{\zeta(\nu)\}^{-1}$ である（ζ は Riemann のゼータ関数）．直観的には，観測された記号列の中に$-1,\ldots,-1$ という部分列が繰り返し不規則に出現する現象と言える．このモデルは，その単純さにもかかわらず Intermittency のユニバーサルな性質を全て再現できる．

確率過程に統計力学を持ち込むための最初のステップは，時間軸を1次元空間に読みかえ（この系は離散時間系であるので当然1次元格子と見なす）格子気体と対応付けることである (Takahashi (1984))．状態1は粒子占有状態に，状態 -1 は空状態に対応する．そのとき，距離 j だけ離れている最近接粒子間の相互作用エネルギーは