間欠的のり移りと揺らぎスペクトル

九大理　柴田博史　藤坂博一　森　肇

I. はじめに

目標

間欠的にいくつかの状態をのり移る時系列の統計的特徴をとらえる。

(例) ロジステックマップ，強制振子，ダフィング方程式，ヘノンマップ，スタンダードマップ etc.

(解析の手段)

n－stae model

連分数展開法

II. 揺らぎスペクトルと時間相関

粗視化された物理量の導入と取り扱う関数の構造

$$\xi_n(X_0) = (1/n)\sum_{i=0}^{n-1} u(X_i)$$

$$\begin{aligned} M_q(n) &\equiv < \exp[qn\xi_n(X_0)] > \\ &= Q_q(n)e^{n\phi(q)} \end{aligned}$$

$$(\phi(q) = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\ln M_q(n))$$

$$\xi(q) = \frac{\partial\phi(q)}{\partial q}$$

$$\psi(\xi) = \max_q(\xi q - \phi(q))$$

$$\begin{aligned} P(\xi;n) &\equiv < \delta(\xi_n(X_0) - \xi) > \\ &\propto e^{-n\psi(\xi)} \end{aligned}$$

散逸系では、一般に次のようなスケーリング則がなりたつ。

$$\phi(q) = \kappa\bar{\phi}(q/\kappa)$$

$$\xi(q) = \bar{\xi}(q/\kappa)$$

$$\psi(\xi) = \kappa\bar{\psi}(\xi)$$

κ:遷移確率

$$Q_q(n) = J_q^{(0)} + {\sum}' J_q^{(l)} \exp[-(i\omega_q^{(l)} + \gamma_q^{(l)})n]$$

$$\gamma_q = \kappa\bar{\gamma}(q/\kappa)$$

$$\omega_q = \kappa\bar{\omega}(q/\kappa)$$

$\psi(\xi)\cdots$揺動スペクトル

$Q_q(n)\cdots$q次相関関数

III. 具体的計算

(例) ロジスティックマップの３バンドクライシス直後

$$X_{n+1} = f(X_n) = a - X_n^2, \quad a > a_c = 1.79032\ldots$$

３回イテレート写像は、３つの状態をのりうつる。

a) 直接数値シミュレーション

$$M_q(n) = < e^{qn\xi_n} >$$

$$(\xi_n(X_0) = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1} X_{3i})$$

$$\phi(q) = \frac{1}{n}\ln M_q(n), \quad \xi(q) = \frac{\partial\phi(q)}{\partial q}$$

nとしては１５００ぐらい、アンサンブル数は、10^7くらいとる。

b) ３－ｓｔａｔｅ　ｍｏｄｅｌ

$\phi(q)$,$Q_q(n)$:一般化遷移行列 T_qの固有値で決まる。

近似A

$$T_q = \begin{pmatrix} (1-\kappa)e^{q\xi_1} & 0 & \kappa e^{q\xi_3} \\ \kappa e^{q\xi_1} & (1-\kappa)e^{q\xi_2} & 0 \\ 0 & \kappa e^{q\xi_2} & (1-\kappa)e^{q\xi_3} \end{pmatrix}$$

$$\bar{\psi}(\xi) = (\frac{1}{z^3 + az + b})^{1/3}\{\xi - (z+c)\} + 1$$

$$z = \frac{-a + \sqrt{a^2 - 3(\xi - c)\{a(\xi - c) + 3b\}}}{3(\xi - c)}$$

近似B

$$T_q = \begin{pmatrix} \{1-(h_{21}+h_{31})\kappa\}e^{q\xi_1} & h_{12}\kappa e^{q\xi_2} & h_{13}\kappa e^{q\xi_3} \\ h_{21}\kappa e^{q\xi_1} & \{1-(h_{12}+1)\kappa\}e^{q\xi_2} & h_{23}\kappa e^{q\xi_3} \\ h_{31}\kappa e^{q\xi_1} & \kappa e^{q\xi_2} & \{1-(h_{13}+h_{23})\kappa\}e^{q\xi_3} \end{pmatrix}$$

c) 連分数展開法（２極近似）

$M_q(n)$をラプラス変換したものの連分数展開の打ち切りからでる極より$\phi(q)$,γ_qを求める。

A). 完全に数値的な方法

B).$|q| \ll 1$として、２極近似より導出される極を与える２次方程式の各係数をκで展開。係数は数値的に求める。

$$\bar{\phi}(y) = \sqrt{a_1 + a_2 y + a_3 y^2} + a_4 + a_5 y$$

$$\bar{\gamma}(y) = 2\sqrt{a_1 + a_2 y + a_3 y^3}$$

（a_i:オーダー１の定数）

IV. まとめ

散逸系では、ｎ－ｓｔａｔｅ ｍｏｄｅｌ あるいは、連分数展開が成功しているように思われる。

ハミルトン系では、一般化遷移行列のような行列を使ってのマルコフモデルが成立しない。なにか別の方法が必要。

1) H.Shibata,H.Fujisaka and H.Mori,submitted to Physica D.