

Orthonormal Wavelet Analysis of Turbulence

京大防災研 山田 道夫

京大数理研 大木谷 耕司

高レイノルズ数乱流に見られるエネルギースペクトルの普遍的相似則 (Kolmogorov相似則) の成立には、大きなスケールの運動から小さなスケールの運動へのエネルギーカスケード過程が重要な役割を果たしていると考えられている。しかし従来、このエネルギーカスケード過程は理論的考察の対象ではあるものの、実験的に直接に示されたことは無かった。最近、Argoul et al. (Nature, 338 (1989) 51) は、風洞内の1点で計測された乱流速度の時系列データに連続wavelet変換を適用し、さまざまなスケールの運動がもつエネルギーの時間的変化を可視化した。その結果、運動が活性化されている領域の形が、大きなスケールから小さなスケールへ向けて繰り返されるpitchforkパターンとして捕らえられることが見いだされた。Argoulらはこのパターンをエネルギーカスケード過程の実験的検出として解釈したが、その後、同様のパターンは人工的な乱数列の連続wavelet変換でも現れることが注意され、パターンのみをもってエネルギーカスケード過程の可視化と解釈するには困難があることが指摘された。連続wavelet変換に現れるこのようなパターンの原因の可能性として、連続wavelet変換がover-completeな関数系による展開のため展開係数間に (データの性質によらず) 現れる一次従属関係が考えられる。そこでここでは、このような一次従属関係を引き起こすことの無い正規直交化されたwaveletを用いて乱流のデータ解析を行った。

解析に用いたデータは、大気乱流 (マイクロスケールレイノルズ数 $\sim 10^4$) を1点で観測して得た速度の時系列であり、エネルギースペクトルは2桁以上の幅をもつ $-5/3$ 乗領域を持っている。対比のために、これと全く同じエネルギースペクトルを持つが各フーリエ成分の位相を一様乱数で与えた乱数時系列を作り、解析結果を比較した。これら2つの時系列は、見かけは良く似ており肉眼で区別することは困難である。しかし、直交waveletで展開し、その係数から各スケールの時系列を作ると (図1、大きな j が小さなスケールに対応)、乱流では、小さなスケールにおける間欠性が顕著なことが分かる。また各スケールにおけるwavelet係数 (各スケールの速度差に対応) の分布関数を作ると (図2、実線は正規分布)、乱数時系列では正規分布と良く一致するのに対し、乱流では小さなスケール (大きな j) ほど正規分布から外れむしろ指数的な形に近くなっていることが分かる。異なったスケールのエネルギー分布同士の関係を調べるため、全体の時間を狭い時間区間に分割し、それぞれの区間でwaveletスペクトルを作り、この局所的waveletスペクトルの時間的変化をグラフ化したものが図3 (横軸が時間軸、縦軸がスケールに対応) である。乱数時系列と乱流のどちらも、分割区間の大きさを変えて描いたグラフはこれらのグラフに相似的な様相を示している。しかし、乱

数時系列のグラフが小さなスケール（手前の方）で平坦になるのに対し、乱流のグラフでは大きなスケールから小さなスケールへ向かう山谷構造が見られる。この山谷構造は、大きなスケールの運動の中に小さなスケールの運動が励起されていることを示しており、乱流のエネルギーカスケード構造の反映であると考えられる。

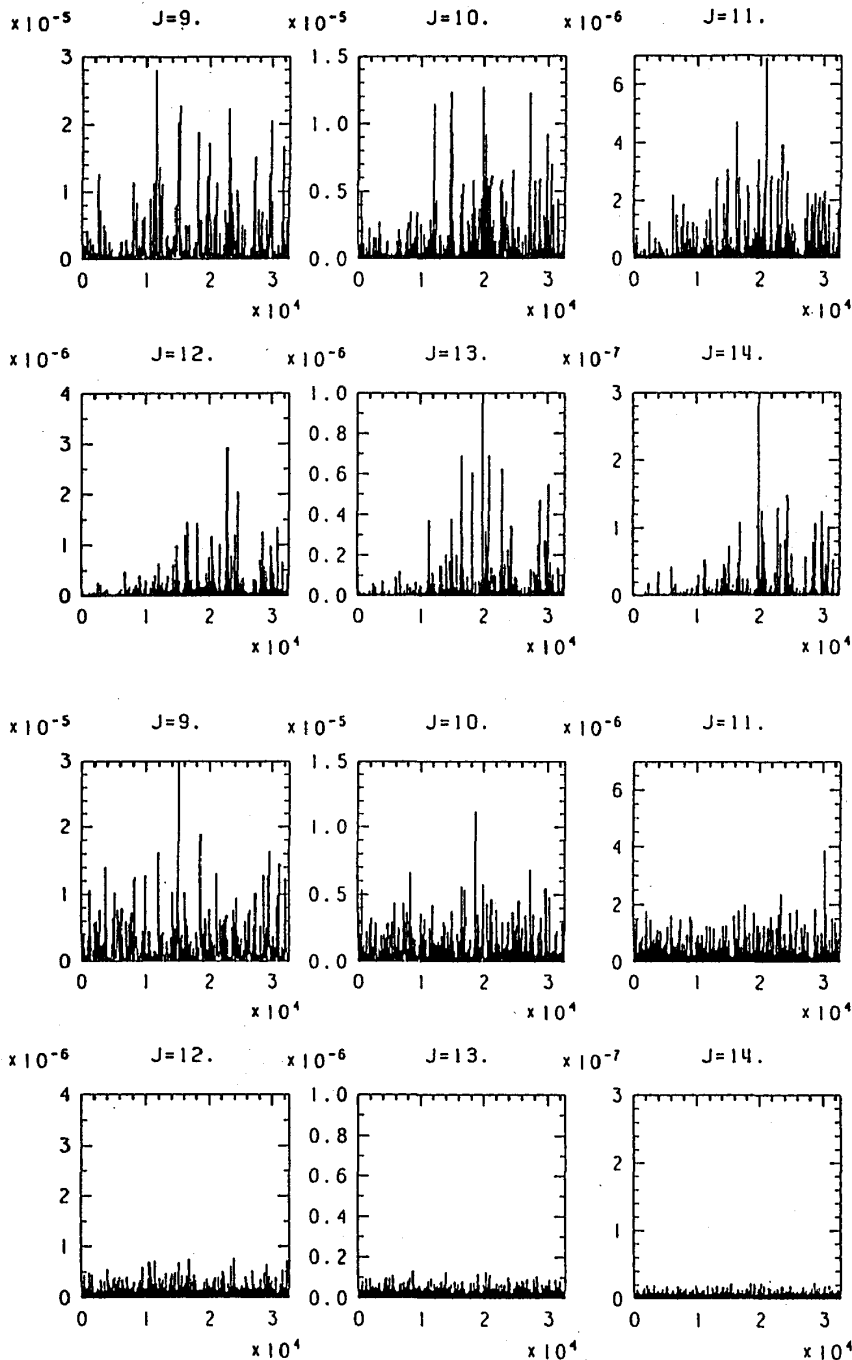


図 1

乱流

乱数

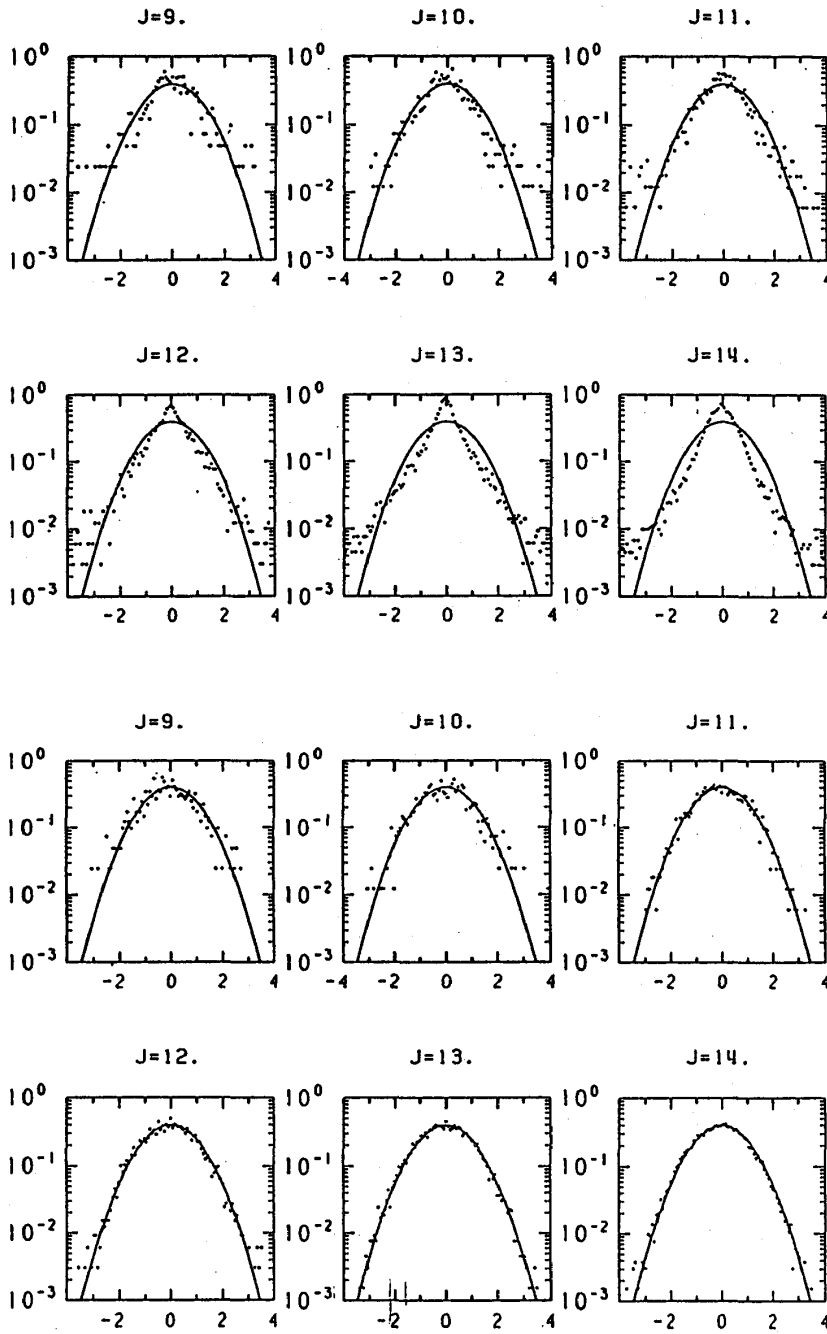


図2
乱流

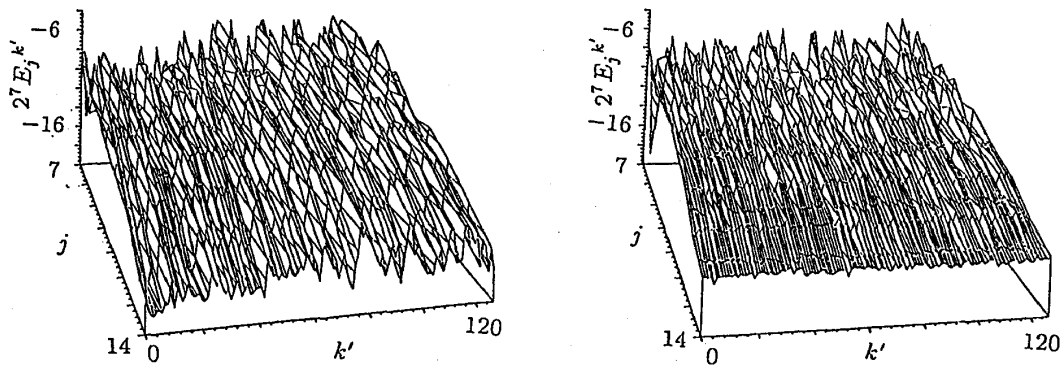


図3

乱流

乱数