

Title	バンド分離点近傍のq次パワースペクトル(カオスとその周辺,研究会報告)
Author(s)	柴田, 博史; 藤坂, 博一
Citation	物性研究 (1991), 56(2): 185-187
Issue Date	1991-05-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/94520
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

バンド分離点近傍のq次パワースペクトル

九大理 柴田博史 藤坂博一

これまでパワースペクトルは時系列の相関の様子や系固有の振動数を捉えるのに非常に役だってきた。ところが、これまでのパワースペクトルでは、これに対して、我々は、非常に長い時系列を長いサブ時系列に分割し、そのサブ時系列をパラメータqで分類し、分類分けされた時系列についてパワースペクトルをとることを行った。すると、パラメータqによって分類分けされた時系列の特徴をうまくとらえることができた。今回は、特にカオス系に一般的に見られるバンド分離点近傍の間欠的のり移りに注目し、q次パワースペクトルで、カオス時系列の特徴をとらえた。

ロジステックマップの二回イテレートした時系列は、図2に示すようにバンド分離点近傍では、2つの領域を間欠的に行き来する。

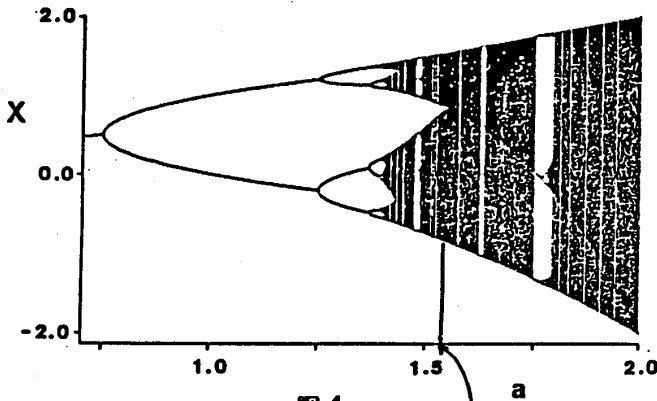


図 1

$a_0 = 1.543689 \dots$

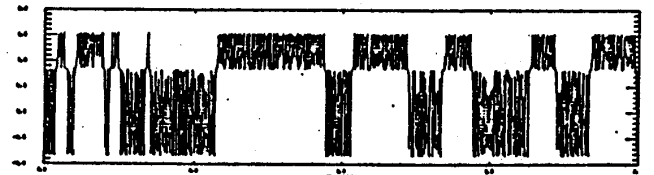


図 2

ここで $a = a_1(1 + \epsilon)$ とし、 ϵ は $(\frac{1}{100})^2 = 10^{-4}$, $(\frac{1}{75})^2 = 1.777 \dots \times 10^{-4}$, $(\frac{1}{50})^2 = 1.25 \times 10^{-4}$ を用いた。バンド分離点近傍では、平均のバンドに滞在する時間 τ は、 $\tau \approx \frac{1}{\epsilon}$ の関係にある。

A. ミクロカノニカル法

ここでは、パラメータqの導入と熱力学的形式さらに、q次パワースペクトルの構成について述べる。

時系列が、 $\{u_n\}_{i=1}^n$ であったとしよう。 $M_q(n)$ と $\phi(q)$ を次のように定義する。

$$M_q(n) \equiv \langle e^{q \sum \alpha_n} \rangle \simeq e^{\phi(q)n}$$

$$\alpha_n \{k\} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_{i+(k-1)n}$$

$$\alpha(q) = \frac{d\phi(q)}{dq}$$

一方 α_n が α という値をとる確率は次のように表される。

$$P_n(\alpha) \equiv \langle \delta(\alpha_n - \alpha) \rangle \simeq e^{-n\sigma(\alpha)}$$

上述の $\phi(q)$ と $\sigma(\alpha)$ とは、十分大きな n に対してルジャンドル変換で結ばれている。つまり

$$q = \frac{d\sigma(\alpha)}{d\alpha}$$

$$\phi(q) = \alpha(q)q - \sigma(\alpha(q))$$

例えば、 $\alpha(q)$ は図3のようになる。

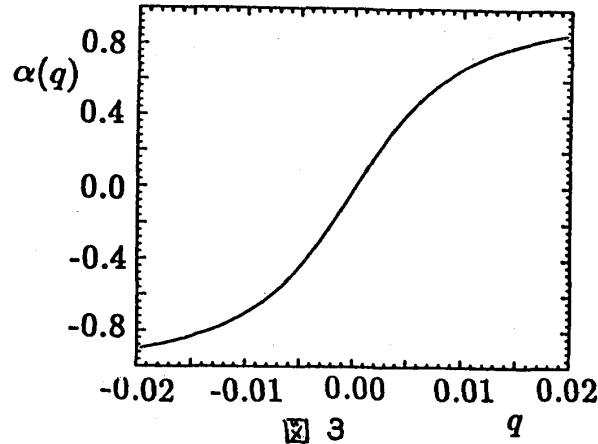


図 3

$\alpha(q)$ は q の単調増加関数である。ある q に対して $\alpha(q)$ が定まるが、 α_n が $\alpha(q)$ をとるサブ時系列をひきぬきパワースペクトルを作る。これが q 次パワースペクトルである。

$$I_q(\omega) = \langle \text{平均値が } \alpha(q) \text{ の値をとるようなサブ時系列のパワースペクトル} \rangle$$

B. カノニカル法

n が十分大きいことを使って、次のことがいえる。すべてのサブ時系列から、ほしい q に対して、(サブ時系列のパワースペクトル) $\times e^{q n \alpha_n}$ と $M_q(n)$ を計算する。

$$I_q(n) = \langle (\text{サブ時系列のパワースペクトル}) \times e^{q n \alpha_n} \rangle / M_q(n)$$

A.B. 2つの方法を使って、バンド分離点近傍にあるスケーリング則を調べた。

(1) 間欠的のり移りの時系列の q 次パワースペクトルのスケーリング則
バンド融合直後では、 q 次パワースペクトルは次の形をとることが予想される。

$$I_q(\omega) = K_q \frac{2\gamma_q}{\omega^2 + \gamma_q^2}$$

↓

$$\frac{I_q(\omega)}{I_q(0)} = \frac{1}{1 + (\frac{\omega}{\gamma_q})^2}$$

実際、 $q = 0.0, 0.005, 0.01, 0.015$ についてプロットしてみる。

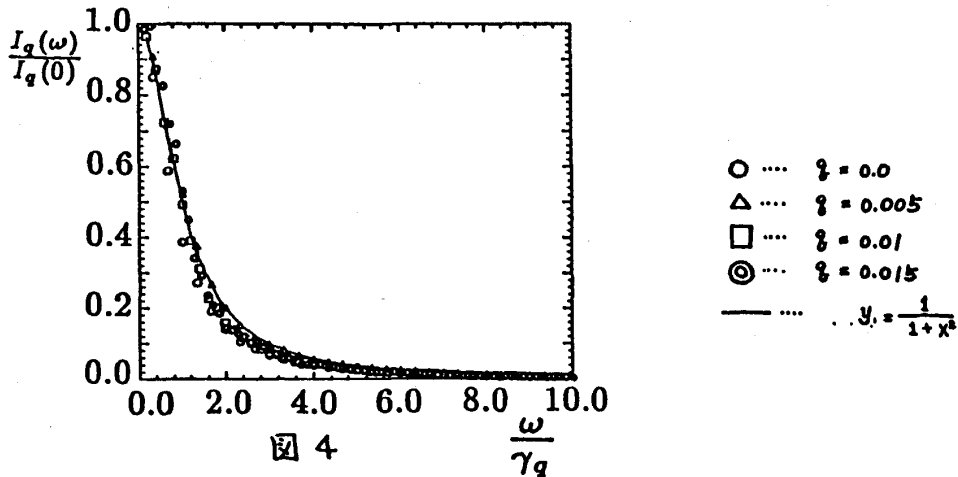
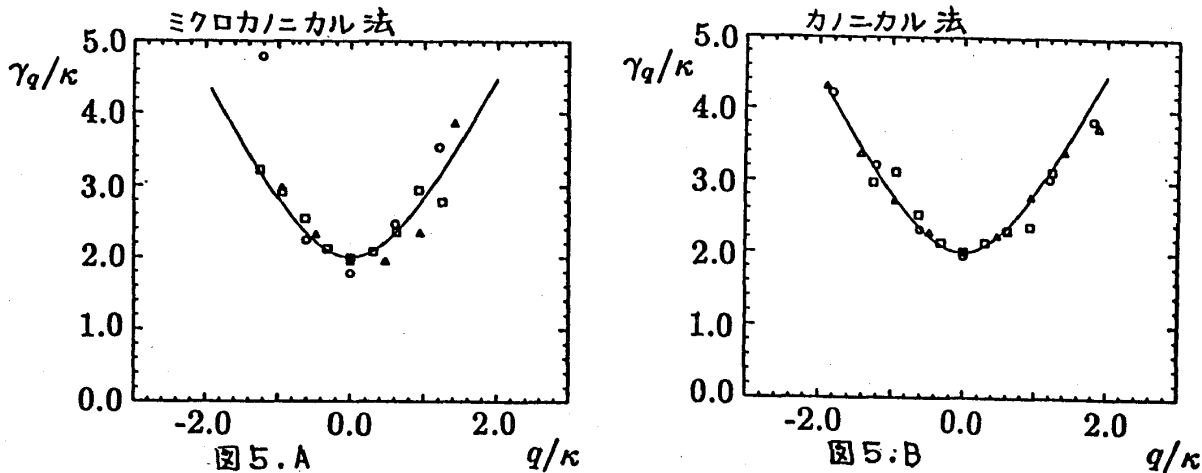


図 4

これは、A. ミクロカノニカル法を使って実行された。スケーリング則が成立している。

(2) バンド融合直後に見られる γ_q のスケーリング則
 q 次パワースペクトルをもとに相関の減衰率 γ_q を計算した。



ここで κ は、ある状態からもう一方の状態へのり移る遷移確率で、 0.828×10^{-2} , 1.059×10^{-2} , 1.608×10^{-2} の値をとっている。簡単な2値モデルより

$$\gamma_q = \kappa g(q/\kappa), \quad g(x) = 2\sqrt{1+x^2}$$

が導かれるが、これとよくあう。

結論

以上見てきたように q 次パワースペクトルは、時系列のいろいろな振動形態の特徴を抜き出している。通常のパワースペクトルは $q=0$ の q 次パワースペクトルである。 $q=0$ でない時系列は q 次パワースペクトルによって、初めてその相関がとらえられたのである。これまで見落としてきた時系列の相関が如実にみれる。ここで注意しておきたいのは、その時系列に使う物理量である。アトラクターののり移りの様子を見たければ、アトラクターの位置を物理量とするのがよかろう。実験データの解析に是非とも使いたいものである。マイクロカノニカル法では q が0から離れた所のデータを得たいときには、多くのアンサンブルをとらなければ、その中に得たいデータがないという状況が生じる。その点カノニカル法では、すべてのデータから q 次パワースペクトルが得られてより少ないデータで済む。

バンドマージング直後のアトラクターの位置の時系列からは、図4、図5に見られるようなスケーリング則が成立している。図5での実線は2値モデルから導出される時系列の、相関の減衰率 γ_q のスケーリング関数である。 $\epsilon = (\frac{1}{100})^2, (\frac{1}{75})^2, (\frac{1}{50})^2$ いずれの場合も γ_q のスケーリングが成立している。Aでは20万個のサブ時系列、Bでは2万個のサブ時系列を用いた。