非平衡神経回路網におけるノイズ分布

東工大理　西森秀稔

1．Hopfield型の神経回路網の動作

脳を構成している神経細胞（ニューロン）は，多数の他のニューロンから入力を受け，その結果として生じる細胞膜電位がある閾値を超えると自らパルスを出して次のたくさんのニューロンに信号を伝える．パルスを出している状態を$S_i = 1$，出してない状態を$S_i = -1$とすると，多くのニューロンの相互作用している系である神経回路網はイジングスピン系と密接な関連があることがわかる．ニューロンｊからニューロンｉへの信号伝達強度（シナプス結合）をJ_{ij}とすると，ｉへの入力信号は$\Sigma_j J_{ij} S_j$であるから，閾値を０として神経回路網の時間変化を記述する方程式は

$$S_i(t+\Delta t) = \mathrm{sgn}\left(\Sigma_j J_{ij} S_j(t)\right) \qquad (1)$$

となる．J_{ij}をどう選ぶかによって系がどういう機能を持つかが規定される．例えば，空間的に固定されたパターンを記憶させ，雑音を含んだ不完全なパターンから完全なパターンを回復する連想記憶の働きは

$$J_{ij} = \frac{1}{N}\sum_{\mu} \xi_i^{(\mu)} \xi_j^{(\mu)} \qquad (2)$$

とすれば良いことがわかっている．ここで，$\xi^{(\mu)}_j$はμ番目の空間パターンでニューロンｊが興奮しているかどうかを±１のイジング変数で表わしたものである．

イジングモデルのハミルトニアン（エネルギー）

$$H = -\sum_{ij} J_{ij} S_i S_j \qquad (3)$$

を導入すると，（１）のダイナミクスにたいしてもっと良い見通しを得ることが出来る．つまり，（１）は各スピンをそれぞれの局所的な有効場の方に向けよという命令だから，（３）のエネルギーは（１）のダイナミクスで単調減少するか変化しないかのいずれかである．したがってエネルギーが状態の関数として図１のような構造を持っているとすると，初期状態に応じた極小に向かって単調な変化をしていって，ついには極小に達すると変化は停止する．だから極小の位置に記憶させたい空間パターンを対応させておくと，不完全なパターンか

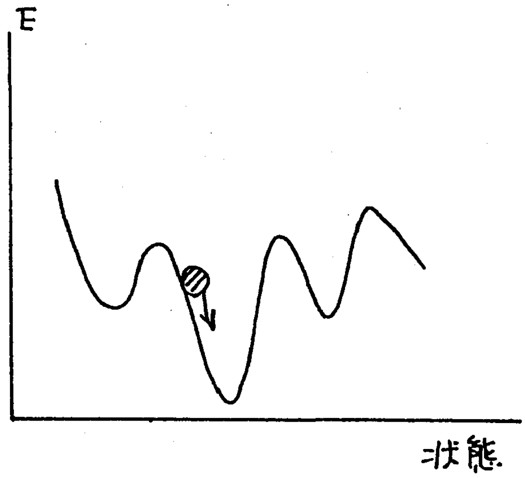

図１

らノイズを含まない完全なパターンを回復することが可能になる．（２）によってそのようなパターンの埋め込みが可能になるのである．実際にパターンを回復する例を図２に示す．

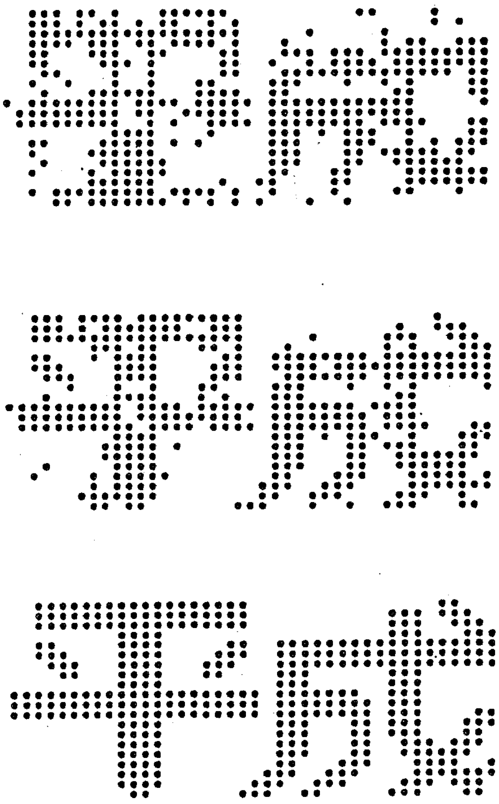

図 2

２．統計力学

ニューロンの動作が確率的になって，必ずしも（１）のようには入力信号と出力が対応してない場合を考える．例えば，「温度」を仮想的に導入して入力信号がh_iのときS_iが１になる確率を

$$\frac{1}{1+\exp(-2\beta h_i)} \qquad (4)$$

ととる．これはマスター方程式における詳細釣り合いの条件を満たしているので十分長い時間の後には通常のボルツマン分布に従う状態分布が実現される．それゆえ平衡系の統計力学が適用でき，（３）で表わされる系のさまざまな性質をわれわれになじみの深い手法で解明することが可能になる．その結果を図３に示す．横軸はニューロンの総数に対する埋めこんだパターンの数の比，縦軸は温度である．十分温度が高いと各ニューロンが勝手に興奮したりしなかったりするパラ相になる．また十分低温では，埋めこんだパターンがよく回復され得る記憶回復相（R）が出現する．中間の温度領域で現れるスピングラス相においてはパラ相と違って各ニューロンの状態は安定しているが，埋めこんだパターンとは無関係な状態になっている．図からわかるように，温度とパターン数がある限度以下でないと連想記憶は出来ない．

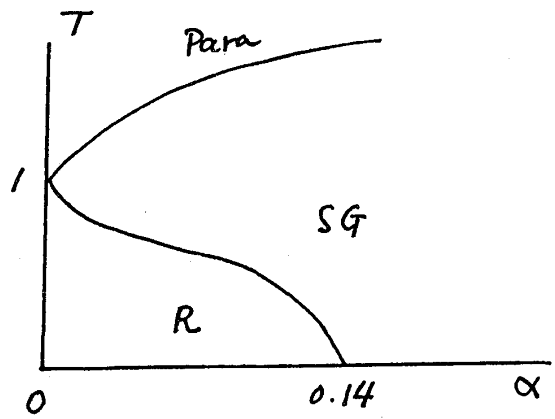

図 3

３．記憶回復過程のダイナミクス

（１）はマクロな数のニューロンに対する方程式である．これを有限個の変数の式に縮約できれば取り扱いが非常に見通しの良いものになる．すべてのニュー

ロンが一斉に状態更新をする同期系で，入力信号 h_i を特定のパターン（例えば１番目）に対応する部分とそれ以外に分け，後者をガウス型の確率変数だと仮定しよう．そうすると見るべき変数は１番目のパターンと現在の系の状態との類似性を表わすパラメータａとガウス分布の幅σだけになる．そしてこれらの時間変化は

$$
\begin{aligned}
a_{t+1} &= \mathrm{Erf}(a_t / \sigma_t) \\
\sigma_{t+1} &= r + 4[p(\bar{a}_t)]^2 + 4r\bar{a}_t a_{t+1} P(\bar{a}_t)
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

という漸化式に従うことがわかる．１番目以外のパターンからの信号の和をガウス分布と見なせるかどうかを数値シミュレーションで調べてみたところ，初期条件等によっては実際そうなっていることがわかった．つまり初期状態が思い出そうとしているパターンにある程度以上近くて最終的に記憶回復が成功する場合には確かにガウスノイズの仮定は満たされているのである．

ニューロンの動作が確率的であるような場合（４）にも（５）に相当するダイナミクスを導くことが可能である．その結果によると，図３の主要な特徴である記憶回復（Ｒ）相が存在し，スピングラス相との境界領域が統計力学的な手法で求めた図３のそれと定量的にもよく一致する位置にある．このように統計力学的な手法による平衡系の解と，ノイズのガウス分布の仮定から導かれた結果がよく一致することは深い考察に値する．

文献

D.J. Amit : Modeling brain function, Cambridge Univ.Press, 1989

西森秀稔 : 電子情報通信学会誌 73 (1989) No.7, 701.