

量子多体問題における対称性と保存則

----- 統計物理学における場の量子論の方法について -----

名古屋商科大学 豊田 正

1. 理論物理学における多様性と類似性

理論物理学の分野は、天体宇宙物理、素粒子物理、原子核物理、物性物理、生物物理、情報物理と非常に広範囲であり、それらの研究対象は極めて多様である。理論物理学の目的は、それらの多種多様な自然現象を、いくつかの法則に基づいて統一的に理解してゆくことにある。

経験事実として捉えられた多様な自然現象は、はじめは幾重もの、人為的な衣を纏った形、例えば、実験が行なわれた時代に利用可能な実験技術の特殊性に依存した形式等、本質的な物理が直接には姿を顕していない形式で表わされることが殆どである。そのような形で表現された自然現象に取り組むところから理論物理学の仕事が始まるのである。Hertzはこのことを明確に述べている：「...体系の構成は徹底的にその論理的基礎を明らかにすべきである。重要でない概念は取り除き、重要な概念の諸関係を最も簡単な形に引き戻すべきである。...さうして其の理論の根本的な考えを、それが最初纏っていた偶然的な形式から解放することを研究してきた。[Hertz(1890),矢島訳]」このHertzの言葉とその精神を、私は、Alberta大学の高橋康教授に教えて頂いた。今日これからお話する内容は、Edmontonで高橋教授の許で、このようなHertzの理論物理学に対する考えを、少しでも今日の統計物理学の研究に反映させようとした試みの一つの報告である。

多様な自然現象を法則に基づいて統一的に理解してゆこうとするとき、ひとつの有効な方法は、多様性の中に潜む類似性を捜すことである。本研究では、「多様性の中に潜む類似性を捜すという操作」を理論における種々の変換に対する対称性という視点で捉え、とくに統計物理学における場の量子論の方法に関して、Hertzの精神を追求することを試みた。

2. 統計物理学における場の量子論の方法

1955年、松原によって場の量子論の方法が統計物理学に導入されて以来[1]、場の量子論の方法、とくにファイマン・ダイアグラムによる摂動展開の手法は統計物理学の重要な研究手段となってきている。ダイアグラムによる展開法が当時の統計物理学の研究者にさほどの違和感なく受け入れられた背景には、古典的なクラスター展開が標準的手法として確立していたこ

とが大きく作用していたと思われる。実際、石原のグループによって開発され数多くの問題に適用されてきている量子クラスター展開法は、古典的クラスター展開と場の量子論に基づくダイアグラム展開の2つの理論を統一的な観点から理解することを可能にしたのである [2]。

このような統計物理学における場の量子論の方法は、もともと、量子多体系のミクロなハミルトニアンから出発して熱力学的諸量を計算することを目指していた。それは不可避免的に摂動展開等のなんらかの近似計算へと研究者を向かわせることになった。その結果、様々のモデル・ハミルトニアンとダイアグラムによる摂動計算が氾濫する状況が出現したのである。

そのような計算では、出発点となるモデル・ハミルトニアンの妥当性はともかく、近似計算によって得られた結果が、もとのハミルトニアンの性質をどの程度正確に反映しているのかという点が重要である。すなわち近似法の妥当性に関する検証が必要である。例えば、恣意的な近似法の故に、もとのハミルトニアンから導かれるはずのない結果を出してしまうことが起こり得る [注]。摂動展開に基づく近似法の妥当性を検証するためには、摂動展開に依拠しない理論的枠組みがどうしても必要である。

一方、統計物理学の中の諸分野で、あるいは素粒子物理学・原子核物理学の諸分野で、場の量子論の方法に基づいて開発された近似法は、RPA, HF, ラダー近似, 中間結合法, ループ展開, ペア近似, トロン近似, ボゾン展開, スピン揺らぎ繰り込み近似, Migdal近似, Tamm-Dancoff近似, ϵ 展開, $1/N$ 展開, スレーブ・ボゾン, 等々枚挙にいとまがない。ところが、これらの一見異なった現象・モデルにたいして開発された近似法がなんらかの類似性・共通性を持つことがしばしば見受けられる。すなわち、これらの多様な近似法のなかに類似性を見だし、さらに、それらを統一的観点から整理することは冒頭に述べたHertzの精神に則った理論物理学の当然の道であろう。

3. 有限温度Ward-Takahashi関係式

前節で提起した2つの課題, (i)摂動展開に依拠しない場の量子論の理論的枠組み, (ii)場の量子論における多種多様な近似法を統一的観点から整理統合するための理論的枠組み, を可能にするのが、場の量子論の正準形式に基づく一般化された有限温度Ward-Takahashi関係式(GFT WTR)に他ならない [4,5]。

[注] その顕著な例は物性物理学で非常に重要な量子輸送係数の摂動計算の場合である。実際、量子多体系の輸送係数の計算の際には種々の保存則を満足するような近似法を用いないと物理的に正しくない結果を生じることがBaymとKadanoffによって指摘されたのである [3]。

GFTWTRとは、量子多体系のハミルトニアンを持つ、種々の変換に対する対称性を、異なる温度グリーン関数の間の関係式として表現したものである。その導出は摂動展開等の近似に全く依拠しないことが重要である。

量子多体論では温度 Green関数を摂動展開で近似計算するが、その際、必ず、ある n について n 体以上の温度 Green関数を「モデル」で置き換える操作が行なわれる。そのような「モデル Green関数」に、出発点のハミルトニアンから要請される種々の物理的条件を明確な形で課するのがGFTWTRである。それ故、(i)の目的のためにGFTWTRは有効に用いることができるのである。実際、Baym-Kadanoff理論はGFTWTRを用いて一般化することができる[5,6]。

このことは、一方で、次のような見方を可能にしている。すなわち、物理的に意味のある近似法は、もとのハミルトニアンを持つ種々の対称性のなかで、考察の対象としている現象に関して"relevant"な対称性については、正しく反映している。言い換えれば、物理的に意味のある近似法は、そのような"relevant"な対称性に関するGFTWTRを満足している、という見方である。このことは、逆に、GFTWTRを用いて多様な近似法のなかに潜む類似性を捜し出すことができること、つまりGFTWTRが(ii)の目的のためにも有効であることを示している。

以上の成果を踏まえて、現在さらに研究を進めている。

文献

- [1] T.Matsubara, Progress of Theoretical Physics, 14, 351(1955).
- [2] A.Isihara, Statistical Physics, Academic Press(1971).
- [3] G.Baym and L.P.Kadanoff, Physical Review, 124, 287(1961).
- [4] T.Toyoda, Annals of Physics, N.Y., 173, 226(1987).
- [5] T.Toyoda, Phys.Rev.A, 39, 2659(1989).
- [6] M.revzen,T.Toyoda,Y.Takahashi and F.C.Khanna, Phys.Rev.B,40,769(1978).