電気粘性流体: Electro-Rheological Fluid

日産・基礎研　　滝本淳一

1. 電気粘性流体とは

電気粘性流体（Electro-Rheological Fluid: 以下ERF）とは、シリコンオイル等の絶縁性の液体に金属や有機物等の分極しやすい物質の微粒子（1 μm程度の大きさのもの）を分散させた分散系で、電場をかけることにより粘性が飛躍的に増大することをその特徴とする[1]。

より具体的には、図1の様な配置で電場Eとずり速度$\dot{\gamma}$を与えてずり応力τを測定すると図2の様になる。これからわかる様に、電場の無い場合はτがずり速度に比例するNewton流体である($\tau=\eta\dot{\gamma}$)が、電場を加えると

$$\tau=\tau_y+\eta\dot{\gamma} \tag{1}$$

の様にいわゆるBingham流体として振る舞う。そして、電場による応力の増加分τ_yはずり速度にはほとんど依存せず、電場の2乗に比例することが実験的に知られている。$\dot{\gamma}\to 0$で有限の応力τ_yが残るということは、外から与える応力がτ_yより小さい場合は流体は流れずに固体の様に振る舞うことを意味する。

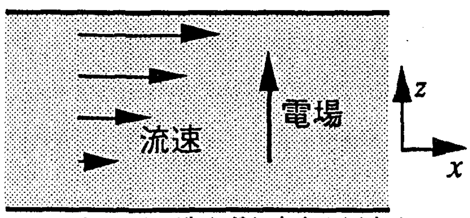

図1. ずり速度と電場の配置

この意味でτ_yは降伏応力(yield stress)と呼ばれる。典型的なERFでは$E\sim 1$ kV/mm程度の電場を加えた時、$\tau_y\sim 10^3$dyn/cm^{2}程度である。

このように、ERFを用いると系の力学的性質を電場によって制御することが出来るので、ロボットのアクチエータや自動車のトルコン、クラッチなど各種の工学的利用が提案されており、実用化に向けて多くの努力が払われている。一方ERFはそれ自体として物理の対象としても非常に興味深いものであるが、物理的な視点からの研究はまだ少ない。以下では電場による応力増加のメカニズムを中心に我々の行なっている簡単な理論解析の結果を報告したい。

2. モデルと次元解析

ERFの最も簡単化されたモデルとして以下の様なモデルを考える：分散粒子としては半径aの金属球を考え、分散媒は誘電率ε_0、粘性率η_0の完全な絶縁性の液体とする。また分散粒子と分散媒は共に同じ比重ρを持つとする。外から加え

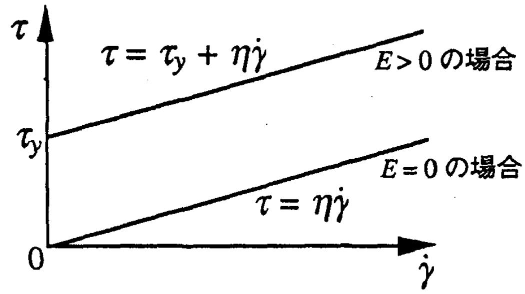

図2. ずり応力とずり速度の関係(実験)

た電場Eとずり速度$\dot{\gamma}$も含めた各パラメータの典型的な値は

$$\begin{aligned} &a \sim 1\ \mathrm{mm}, && \rho \sim 1\ \mathrm{g/cm^3}, \\ &\eta_0 \sim 0.2\ \mathrm{poise}, && \varepsilon_0 \sim 1, \\ &E \sim 1\ \mathrm{kV/mm}, && \dot{\gamma} \sim 1000\ \mathrm{/sec} \end{aligned} \tag{2}$$

程度である。これらのパラメータから無次元パラメータを作ると例えば次の3つが作れる：

$$P \equiv \frac{k_B T}{a^3 \varepsilon_0 E^2} \sim 10^{-4}, \quad Q \equiv \frac{\rho a^2 \varepsilon_0 E^2}{\eta_0^2} \sim 10^{-3}$$

$$R \equiv \frac{\rho a^2 \dot{\gamma}}{\eta_0} \sim 10^{-4} \tag{3}$$

Pは熱的なエネルギーと電気的なエネルギーの比で、それが小さいということは熱運動(Brown運動)は無視できることを意味する。以下では熱の効果は全く考えないことにする。またQ, R は共にReynolds数と見做せる量で、それらが小さいということは分散媒の流れはStokes流であること、あるいは運動方程式で慣性項を無視出来る（常に力の釣り合いが成り立っている）ことを意味する。

さて、ずり応力τは一般にQ, R, ϕ（=分散粒子の体積分率）の無次元関数fを用いて

$$\tau = \frac{\eta_0^2}{\rho a^2} f(\phi, Q, R) \tag{4}$$

と表せるが、fがQ,Rで展開できると仮定してQ,Rの１次までとると、f_1、f_2を体積分率ϕの無次元関数として

$$\tau = \tau_y + \eta\dot{\gamma}$$

$$\tau_y = f_1(\phi)\varepsilon_0 E^2 \qquad \eta = f_2(\phi)\eta_0 \tag{5}$$

となり、実験式(1)と降伏応力が電場の２乗に比例することが再現できる。さらにこの議論が正しければ、体積分率が一定なら応力は粒子の半径には依らないことになる（但し、上記の展開が可能であるという数学的に厳密な根拠は無い）。

3. クラスターの効果

静止したERFに電場をかけると粒子が数珠状に繋がったクラスターが形成されることが顕微鏡観察により知られている（図3）。これは電場によって各粒子に誘起された分極間の相互作用を考えれば容易に理解できる。

まず、降伏応力τ_yをこのクラスターを切るのに必要な応力であるとして見積ってみよう。そのためには互いに接している粒子を引き離すのに必要な力F_cを知る必要がある（図4）。実は粒子が完全な金属であるとしてF_cを求めると形式上は無限大になってしまうのであるが、金属球を使うとクラスターを電流が流れてしまい電場を維持するのが不可能になるので、実際は金属球の表面に絶縁膜を付けるとか、大きいが有限の誘電率ε_1をもつ物質の粒子を使う（金属は$\varepsilon_1 \to \infty$に対応する）とかしなくてはならない。個々の場合のF_cの正確な表式は複雑（あるいは求めるのが困難）であるが、ここでの定性的議論のためにはF_cは物質依存のパラメータ αを用いて

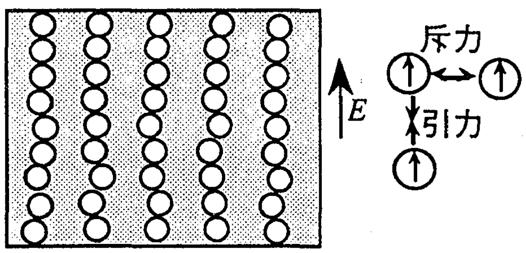

図3. 電場によって誘起されたクラスター

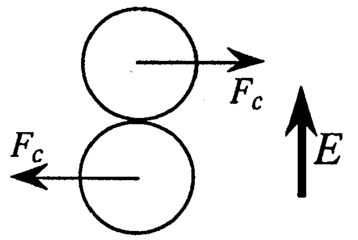

図4. 電気的引力の最大値

$$F_c = \alpha a^2 \varepsilon_0 E^2 \qquad (6)$$

の形に表すことが出来るとすれば十分である（例えば金属球に厚さdの絶縁膜を付けた場合は$\alpha \sim a/(10d)$となる）。このF_cは1本のクラスターを切るのに必要な力であるから、降伏応力は単位面積当たりのクラスターの本数$\sigma=3\phi/(2\pi a^2)$とF_cの積として

$$\tau_y \sim \sigma \cdot F_c \sim \frac{3\alpha}{2\pi}\phi \cdot \varepsilon_0 E^2 \qquad (7)$$

と見積れる。τ_yが体積分率ϕに比例するということは実験的にも報告されている[2]。

さて、上で求めた降伏応力は静止したERFを流し始めるのに必要な力であるが、図2からわかるように、流れているERF中に電場で誘起される応力もずり速度によらずそれと（ほぼ）同じ大きさである。（図2では全く同じとしてあるが、実際は少し違うらしい。しかし同じ程度の大きさであることは間違いない。）このことはどうすれば理解出来るだろうか？

ずり速度があると当然それはクラスターを切ろうとするので、定常状態では図5のように有限の長さのクラスターが存在していることになると予想される。このクラスターの長さを次のようにして評価してみる。

ずり速度があるために流体が各粒子を引き離そうとする力は、粒子に流体から働く力をStokes抵抗($6\pi\eta_0 av$)で近似すれば見積ることが出来る。定常状態ではこの力は粒子が電気的に引き合う力と丁度釣り合っているはずである。後者の力がF_cを越えることが出来ないという条件からクラスターの長さの上限n_cが

$$n_c \sim \left(\frac{2\alpha}{3\pi}\frac{\varepsilon_0 E^2}{\eta_0 \dot{\gamma}}\right)^{1/2} \qquad (8)$$

と決まる。n_c（程度）より長いクラスターは存在できない（切れてしまう）が、短いクラスターは衝突により連結することが出来るので、定常状態で存在するクラスターの平均的な（特徴的な）長さもやはりn_c程度であるとみなせる。

さてn_cは粒子間の電気的引力がF_cを超えられないという条件から決まったのだから、逆に言えばn_c程度の長さをもつクラスター内の粒子間にはF_c程度の引力が働いていることになる。このことは粒子間に働く電気的引力はずり速度に依らず常にF_c程度の値に保たれることを意味する（そうなるようにクラスターの長さ、形が自動的に決まる）。また単位面積をよぎるクラスターの本数σもクラスターが切れることによっては変わらない。以上から、ずり速度のある場合に電場で誘起される応力もやはり(7)式で見積られることになり、τ_yがずり速度に依らないことが定性的に理解できたことになる。

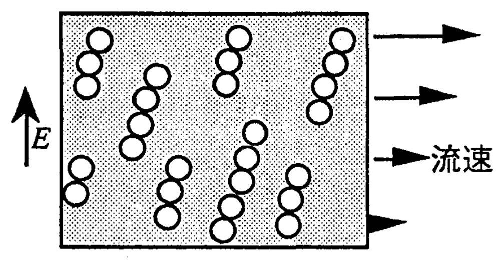

図5. ずり速度のある場合のクラスター

4. 計算機シミュレーション

前節での議論は非常に直感的、定性的であるので、その正当性を確かめるため計算機シミュレーションを行なった。

粒子jとkの間の電気的相互作用$\mathbf{F}_{jk}$としては双極子間相互作用を仮定し、各粒子が持つ双極子モーメント$\mathbf{p}$としては電場中にある孤立した金属球が持つモーメント$\mathbf{p}=a^3 e_0 \mathbf{E}$を用いる。この相互作用の場合(6)式の$\alpha$は$1/\sqrt{15}$になる。また粒子$j$と分散媒の相互作用は$\mathbf{f}_j = -6\pi\eta_0 a \mathbf{v}_j$（$\mathbf{v}_j$は平均の流速に相対的な粒子の速度）という単純なStokes抵抗を用いる（従って流体を介しての粒子間の相互作用は無視することになる）。この２つの力をもとに以下の様なステップで計算を行なう：まず適当なランダムな配置から出発し、その配置での$\mathbf{F}$を計算することにより各粒子に働く電気的な力を求める。そして、それと$\mathbf{f}$が釣り合うという条件から各粒子の速度$\mathbf{v}_j$を求め、この速度である微小時間だけ粒子を移動させて、次の時刻での配置を求める。

計算は粒子の中心は常に１つの平面上あるとする"２次元"モデルと、通常の3次元モデルの両方で行なったが、以下では2次元モデルの結果を中心に示す（3次元でも結果はほとんど同じ）。またずり速度は$\varepsilon_0 E^2/(6\pi\eta_0)$を単位に測り、応力は$a\varepsilon_0 E^2$（3次元なら$\varepsilon_0 E^2$）を単位に測ることにする。

図6はシミュレーションによりいくつかのずり速度に対して求めた典型的な粒子配置である。予想通り有限の長さのクラスターが存在し、その長さはずり速度と共に短くなっている。

図7はクラスターの平均サイズnのずり速度依存性を示したもので、式(8)の予想どおりほぼ$\dot{\gamma}^{-1/2}$に比例している。同じ図には

$$\tau_y = \frac{1}{V}\sum_{<jk>} \left\langle F^x_{jk}(z_j - z_k)\right\rangle \tag{9}$$

を用いて求めた応力τ_yのずり速度依存性も示してある。（我々のシミュレーションでは流体力学的相互作用に対し大胆な近似を行なっているので全応力を正確に計算することは出来ないが、この式で電場によって誘起された応力を見積ること

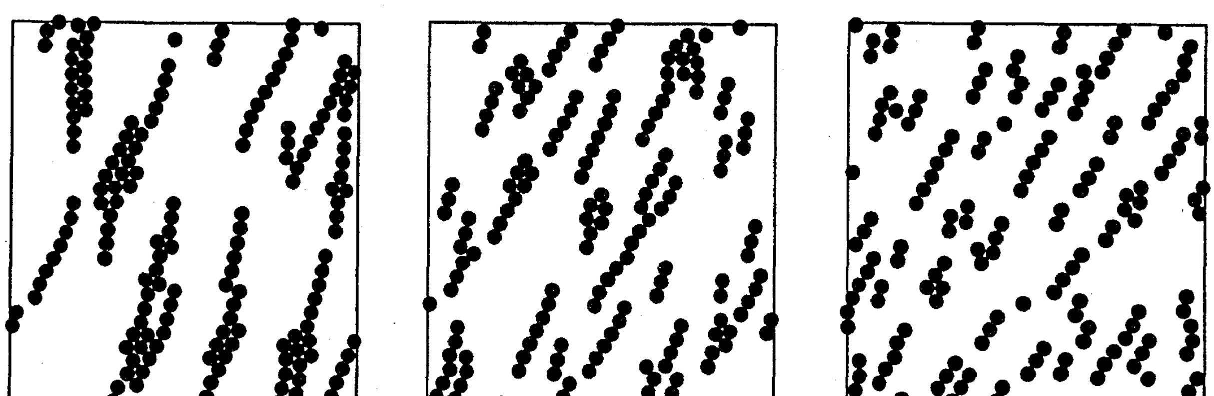

図6. シュミレーションによる典型的なクラスターの配置。面積分率 ϕ=0.196.

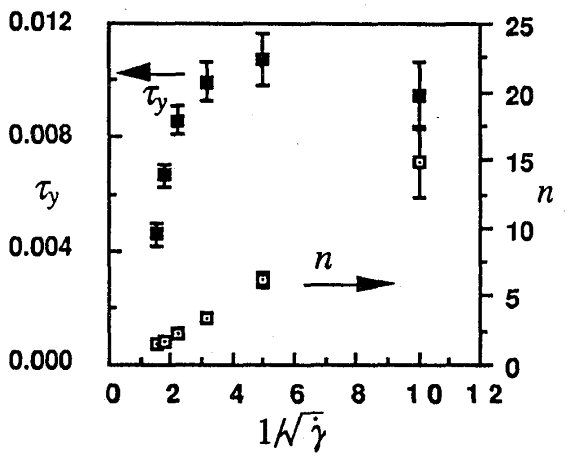

図7. 誘起応力及びクラスターサイズのずり速度依存性 ($\phi = 0.196$)

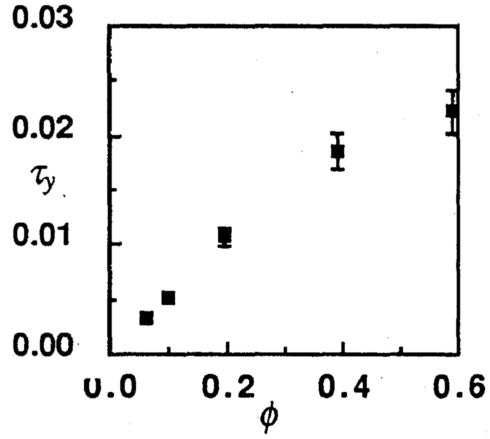

図8. 誘起応力の"面積分率"依存性 $\dot{\gamma} = 0.04$

は出来る[3]。）これからわかるように、クラスターサイズnが2程度より大きい間はτ_yはほぼ一定であり、図2（あるいは式(1)）の実験事実や前節での(7)式による見積と一致する。一方ずり速度がn~1となるほどまで大きくなるとτ_yは減少してくるが、それを支持する実験はいまのところ無いようである（あまりずり速度の大きい場合は測られていない）。

図8はτ_yの体積分率（実は面積分率）依存性を示す。明らかに$\tau_y \propto \phi$の関係があり、(7)式の予想と一致する。応力の絶対値は(7)式（の2次元版）の1/3程度である。3次元での計算でもほとんど同様の結果が得られており、$\tau_y \approx \sigma F_c/4$となる。$F_c$は1本のクラスターで支えられる"最大"の力であることを考えると1/3~1/4の因子がつくことはもっともな結果であろう。

5. 終わりに

最後に"相分離"の可能性について触れておきたい。今回の計算方法で、粒子の体積分率が大きくずり速度も大きい場合に長時間シミュレーションを続けると、粒子密度の大きい領域と小さい（ほとんど0）領域の2相に分離することが見いだされた（相境界は図1で電場に垂直な面になる）。しかし、ϕや$\dot{\gamma}$が大きい場合は今回の計算では無視した粒子間の流体力学的相互作用が重要な場合と予想されるので、この相分離は近似のために生じた現象かも知れない（実験的にも今のところ見つかってはいない）。また仮に相分離が起こったとすると流速分布も今回仮定した図1の様な単純なずり流とは異なる筈で、流速分布も同時に計算しながらのシミュレーションが必要である。これらの点は今後の検討課題としたい。

参考文献

[1] H. Block and J. P. Kelly, *J. Phys. D* **21** 1661(1988)
[2] L. Marshall et al., *J. Chem. Soc., Faraday Trans. 1*, **85** 2785 (1989)
[3] M. Doi and S. F. Edwards, *The Theory of Polymer Dynamics*, pp.72.