格子による閉じ込めと解放

九大　　松田　博嗣

連続空間の問題を格子空間で扱うのは，固体のように，粒子の配置が近似的に格子状であるからという場合もあるが，流体の統計物理学や場の量子論などのように，相互作用の効果を摂動論的に取扱うときに現れる発散の困難を格子空間を導入することにって予め回避しようという場合もある。

後者の場合として，例えば超流動液体ヘリウムの相転移の統計物理学において，自由粒子系も無摂動系とし，原子間相互作用を摂動論的に取入れようとすると，相互作用ポテンシャルのフーリエ変換が結果に現れる。原子間に働く強い近距離斥力ポテンシャルをそれに用いると，フーリエ変換は発散したり，斥力ポテンシャルの形にその値が強く依存したりする。この斥力ポテンシャルは元来原子の不可侵入性に対応してあるものであるから，上のようなフーリエ変換の振舞は現実の液体ヘリウムの特徴を押さえたものとは言えない。そこで最近接格子点間隔を斥力ポテンシャルの到達範囲，すなわち分子直径の程度にとると，１つの格子点はたかだか１個の分子のみも含みうるとして現実の系が近似でき，磁性体を表すスピン系との対応もついて，流体と固体磁性体といった全く異なる見掛けをもつものの振舞が統一的に捉えられる。

このような場合は格子による発散の閉じ込めに当り，格子理論の利点の一つである。今一つの利点は連続無限の自由度をたかだか可算無限に落すことが出来，有限空間では自由度が可算個となって計算機による数値的取扱いが容易になることである。これは格子による数学的取扱いの困難よりの解放とも言える。むろん解析的取扱いには連続空間の方が簡単という場合もある。しかし，厳密な解析的取扱いが可能なのはごく限られているから，多くは近似に頼ることになる。近似の正当性は間々あいまいで，理論家は狭い分野やモデルに閉じ込められて，近似の研究に憂き身をやつすことになりかねない。格子は研究者の閉じ込めを解放すると言う利点もある。

実際，格子理論が有効なのは狭い意味の理論物理学に限定されない。例えば集団生物学の格子モデルが最近研究されるようになってきた。集団生物学は集団遺伝学，個体群生態学，疫学を３つの柱とする生物学の大分野である。日本名の不統一からも判るように，これらは概ね３つそれぞれ別々の分野のようにして研究が進められてきた。しかし，理論物理学者の目で見れば，集団生物学の理論は複製子（replicon）と総称されうる自己複製能

をもつ粒子的要素の集団の振舞を，要素の性質から演繹的に導こうとするもので，統計物理学の考え方と規を一にしている。

亡くなられた湯川先生は「自然現象の中から法則を発見し，それを媒介として，広い範囲の諸現象の統一的理解に到達しようというのが物理学の目標で，特に基礎物理学とは基礎がはっきりせず，グラグラしている分野をやる学問である」と常々言っておられた。ここでは素粒子論が基礎で物性論はその応用というような見方は夙く斥けられている。

こうして集団生物学は広い意味の統計物理学と見られるが，基礎がグラグラしているのは何だろうかと言うことになる。これには色々意見もあろうが，私としては，ネオダーウイニズムの適用限界，利多的行動進化の要因，病原体が生物の諸形質に及ぼす効果の３つを特に挙げたい。

これについてのくわしい解説は他の機会に譲り，狭い意味の統計物理学の場合との対応で集団生物学の格子モデルを少し考えよう。生物個体の空間的不可侵性と個体間の一生涯を通じての相互作用の到達距離が集団の空間的拡がりに比して小さいことは，格子気体模型の場合と正に対応している。集団生物学ではまだ意識されていないが，例えば，熱力学的極限についての問題もあろうし，Navier-Stokes 方程式のような巨視的方程式の分子論的基礎づけに対応して，Lotka-Volterra 方程式の複製子論的基礎づけといったアカデミックな問題もあるであろう。

生物集団にあって，ふつうの粒子集団にない侵入と絶滅という事象は生物進化には集団中の複製子の数は少数個であるので，ここでは Lotka-Volterra 方程式のような決定論では表わされない確率論的取扱いが要請され，格子模型はそれを表わすのに特に大奉な役割をするものと期待される。

何れにしても，理論物理学を学んだ者がその心と技とを他分野の発展のために生かせる余地は大きいと私は考えている。その当否は今後の研究の発展で測るしかない。格子理論の研究が理論物理学者の目を他分野へ解放することに役立って，基礎物理学が広い視野広い心の研究者によって支えられ進展することを願ってやまない。