

# スピングラスについて —平均均場理論を軸として—

筑波大学物理学系 高山 一

## 1. はじめに

スピングラスの研究は 1972 年 Cannella と Mydosh が希薄磁性合金の磁化率にある温度で鋭いカuspが存在することを見出した実験に端を発する。1975 年、Edwards と Anderson(EA) は強磁性と反強磁性の相互作用が空間的にランダムに入り混ざって存在するような磁性体における相転移の理論を展開し、希薄磁性合金の磁化率のカuspをはじめとする一連の現象がその相転移現象として説明できることを示した。EA 理論によれば、スピングラスを特徴付ける最も基本的な要素は「フラストレーション」と「ランダムネス」である。それらの特徴を備え、かつ、理論的な取り扱いが容易な理論模型が、EA 論文の直後に Sherrington と Kirkpatrick(SK) によって調べられた。全てのスピン間に同等な相互作用が存在するとする平均場模型である。予想に反してその解法は一筋縄でいかず、SK 模型の正しい相転移描像が得られるまでに数年を要した。1979, 80 年の Parisi のレプリカ非対称解に基づく議論で、相互作用の競合するランダム系における協力現象に関して従来の相転移描像とは異なる、全く新しい描像、概念を提起した。スピングラスの平均場理論と呼ばれるもので、具体的な内容を次節にまとめてある。

スピングラスの平均場理論の新しい考え方は、最適化問題や神経網模型など、磁性統計物理学を大きく越えた様々な分野の問題に直ちに展開されていった。一方磁性統計物理学としては、平均場模型と短距離型相互作用をもつ現実のスピングラス（以下その理論模型を EA 模型と総称する）との違いに研究の焦点が当てられた。後者の系で本当に熱平衡相転移が存在するのか？ この問題に対して確かな目処を与えたのが、1985 年に発表されたモンテカルロ法による大規模なシミュレーションである。後に続いた高温展開法による解析も含めて、3次元イジング EA 模型における有限温度での相転移の存在が強く確信されるに到った。この結果を踏まえて、相転移点の近く（但し、もっぱら常磁性相側）の臨界現象に関して実験面からも精度を

吟味した測定がされ、臨界指数について理論（数値解析）値との詳しい比較が行なわれている。

スピングラス研究に残された最後の難関が、現実のスピングラス物質（あるいは EA 模型）の低温秩序相の解明である。それは強磁性相など従来の相転移描像から類推されるものと本質的にはそれほど違いはないものなのか、それとも、平均場理論で期待されるような全く新しいタイプの秩序相か？ この難問に対する取り組みがこの 1,2 年精力的に進められており、平均場描像を支持する結果もいくつか報告されている。

以下では、すぐ上に述べた最近のスピングラス研究におけるいくつかのトピックスを紹介し、今後の展望を探る。そのためにまずスピングラスの平均場描像をまとめておく。

## 2. スピングラス転移の平均場描像

スピングラスの平均場理論によれば、SK 模型は以下のような特徴をもつ相転移を示す（詳細は文献 1]を参照されたい）。

- 1) スピン間相互作用  $\{J_{ij}\}$  の平均値  $J_0$  がゼロで有限な分散  $J$  をもつ SK 模型において、一様磁場  $h = 0$  の下では、臨界温度  $T_c (= J)$  で常磁性相が不安定化し、各スピランダムな方向に凍結したスピングラス相への（2 次）相転移が起こる。この転移を特徴付ける臨界異常はスピングラス磁化率、

$$\chi_{SG} = \frac{1}{N} \sum_{ij} (\langle S_i S_j \rangle_T - \langle S_i \rangle_T \langle S_j \rangle_T)^2$$

が担い（ $\langle \rangle_T$  は熱平均値）、その臨界異常を反映して一様磁場に対する（ $h \rightarrow 0$  極限での）非線形磁化率  $\chi_2$  が  $T_c$  で発散する。

- 2) スピングラス相はマージナルに（臨界）安定である（スピングラス相のいたるところで  $\chi_{SG}$  が発散する）。
- 3) スピングラス相における自由エネルギーは複雑な多谷構造を持つ。特に、1 スピン当りの自由エネルギーが共通の最小値をもち、かつ、 $N \rightarrow \infty$  の極限で無限大の高さの障壁で互いに他の状態から隔てられているような状態（純状態）が多数存在する。一方、常磁性相の自由エネルギーは単純な一谷構造であるから、スピングラス相転移は、単な

るスピン凍結（時間反転対称の破れ）に加えて、自由エネルギーの一谷・多谷構造（エルゴード・非エルゴード）転移とみなされる。

- 4) 自由エネルギーの多谷構造を示す特徴的な量が磁化パターンの重なり関数、

$$P(q) = \left\langle \sum_{\alpha, \beta} P_{\alpha} P_{\beta} \delta(q - q_{\alpha\beta}) \right\rangle_J; \quad q_{\alpha\beta} = \frac{1}{N} \sum_i m_i^{\alpha} m_i^{\beta}$$

である（ $P_{\alpha}$ は純状態 $\alpha$ の出現確率、 $\{m_i^{\alpha}\}$ は純状態 $\alpha$ における磁化パターン、また、 $\langle \rangle_J$ はサンプル（ランダム変数 $\{J_{ij}\}$ ）に関する平均を表す）。強磁性など従来の秩序相の $P(q)$ は高々数個のデルタ関数のみからなり（自明な $P(q)$ ）、一方、SK模型のスピングラス相における $P(q)$ はデルタ関数に加えて連続的に変化する部分をもつ（非自明な $P(q)$ ）。この非自明な $P(q)$ を正しく与えたのがParisiのレプリカ非対称解である。

- 5)  $\chi_{SG}$ の発散を伴う一谷・多谷構造型の相転移は $h \neq 0$ の下でも出現し、その臨界曲線はde Almeida-Thouless(AT)線と呼ばれる。また、 $\{J_{ij}\}$ の平均値 $J_0$ がその分散 $J$ より大きい系では強磁性相が安定となるが、この場合も温度降下とともに、自発磁化 $m \neq 0$ を保ったままで一谷・多谷構造型の相転移が起こり、強磁性秩序とスピングラス秩序との共存状態が出現する。

### 3. 現実のスピングラス現象

#### a) 常磁性相側の臨界現象

スピングラス磁化率 $\chi_{SG}$ は直接観測できないので、非線形磁化率 $\chi_2$ 、および交流線形磁化率などに反映される臨界緩和過程が詳しく測定されている。 $T_c$ にあまり近づけない（平衡緩和を測定しているかどうか保証されなくなる）という制約があるが、種々のスピングラス物質について、3次元イジングEA模型の臨界指数にほぼ見合う結果が得られている。<sup>1,2)</sup>ただし、これで一件落着というわけにはいかない。理論的には3次元系において有限温度で相転移が存在するのはイジングEA模型だけ（連続スピンEA模型の下部臨界次元は4以上）であるのに対して、上記の実験にはまずはHeisenbergスピン系と見なされる希薄磁性合金系も含まれ

るているからである。スピングラス転移に関しては、通常無視される比較的小さな磁気異方向性が系をイジングユニバーサリティ・クラスに引き入れているものと理解されているが、詳細な解析が必要である。<sup>3)</sup>

このように常磁性相側の臨界現象についてでさえ本質的な問題が残されているが、以下ではスピングラス秩序相に関する議論をみる。理論の対象は特に断わらないかぎり 3次元イジング EA 模型である。

#### b) 液滴模型

スピングラス秩序相に関して、平均場理論と異なる考え方に液滴（ドロップレット）模型と呼ばれる半現象論的なスケーリング理論がある。<sup>4)</sup> 長距離秩序をもつスピングラスの基底状態からの励起として差渡し  $L$  の液滴状のスピingroupの反転を考える。この励起に伴う自由エネルギーの増加  $F_L$  は  $L^\theta$  の  $L$  依存性を持つとし、また、この増分が  $F_L$  であるような液滴の分布関数  $P_L(F_L)$  は、大きな  $L$  に対して  $P_L(F_L) \sim (aL^\theta)^{-1} \rho(F_L/aL^\theta)$  で与えられると仮定する ( $a$  は  $T$  に依存する定数)。界面エネルギーの方法による数値解析の結果を援用すると、 $\theta \simeq 0.19$ ,  $\rho(0) > 0$ 、となる。これを認めると、ある温度  $T$  において距離  $L$  程度のスピingroupを妨げる、差渡し  $L$  程度の液滴で  $F_L < T$  を満たすものが  $T\rho(0)/aL^\theta$  に比例する個数存在すると見積られる。この結果を用いて  $\chi_{SG}$  に対応するスピingroup相関関数を評価すると、相関関数の距離に関するべき乗の減衰、従って、スピングラス相の臨界安定性が言える。この点は平均場理論の結果と一致するが、液滴模型を用いた重なり関数  $P(q)$  は自明なもの、すなわち、純状態は全スピingroupの反転状態を数えないと唯一つしかなく、また、有限磁場中の AT 転移は熱平衡相転移ではないと結論される。

#### c) 重なり関数 $P(q)$

平均場理論と液滴模型との基本的な違いは位相空間における自由エネルギー構造の捉え方にあり、 $P(q)$  で言えば、それぞれ非自明な  $P(q)$  と自明な  $P(q)$  を与える。最近、4次元イジング EA 模型が SK 模型と類似の非自明な  $P(q)$  をもつことが数値的に検証されている。<sup>5)</sup> 平均場描像が SK 模型だけに成立する特異なものでないことを示す例として重要な結果であるが、3次元系に関しては、非自明な  $P(q)$  を支持する結果<sup>6)</sup> も自明な  $P(q)$  を支持する結果<sup>7)</sup> もあり、まだ確定的な結論は得られていない。実際、3次元イジング EA 模型に関する数値解析の結果は微妙で、秩序変数  $q = \langle \langle S_i \rangle_T \rangle_J$  が  $T_c$  以下でもゼロである可能性さえ指摘さ

れている。<sup>8)</sup> 現在の大型スーパーコンピュータでも確かなシミュレーションの結果を出し得ていないわけで、計算物理学にとってもきわめてチャレンジングな問題である。なお、実験的に  $P(q)$  を直接観測する手だてはまだない。

#### d) 磁場中の AT 転移

磁場中の相転移の有無の問題は、直接スピングラス相の自由エネルギー構造を検証するわけではないが、平均場理論と液滴模型とを比較する上での一つのキーポイントである。平均場理論では  $\chi_{SG}$  の発散を伴う AT 転移が存在する。 $\chi_{SG}$  の発散を直接見る代わりに、 $\chi_{SG}$  がある一定値をとる温度と磁場を評価し、温度・磁場面でのそのような点の軌跡の特徴から、AT 転移の可能性を探る方法が考案されている。この方法を用いた詳しい解析によれば、<sup>9)</sup> 4次元系ではほぼ平均場理論の予想に一致し、2次元系では相転移無しの結果を示唆する。この解析でも3次元系の結果は微妙で、どちらかと言えば平均場描像の方を支持していると言える。

実験的には、研究のかなり早い段階から AT 転移(様)曲線が多数の系で観測されている。ただし、それらが熱平衡相転移であるかどうかを  $h = 0$  における相転移の解析と同様な精度で調べた解析は少なく、<sup>2)</sup> この点に関する実験結果もまだ確定したとは言えない。

#### e) スピングラスと(反)強磁性の競合・共存<sup>1)</sup>

強磁性と反強磁性相互作用の比率を変えていったときの EA 模型の相図は、ゲージ理論を用いた西森の理論と数値解析を組み合わせた研究でかなり明らかになってきているが、平均場理論の予想する強磁性とスピングラスの共存相に関する議論には到っていない。実験的には共存相を支持するもの(ただし、(反)強磁性相から共存相への転移が熱力学的な相転移かどうかを解析した例はまだない)と強磁性相から自発磁化が消失したスピングラス相へのリエントラント転移を示すものが報告されている。後者は平均場描像の破綻と言うより、SK 模型が単純過ぎるためと考えられる(平均場模型の範囲で SK 模型をわずかに拡張すれば観測されているリエントラント転移を再現できる<sup>10)</sup>)。スピングラスと(反)強磁性の競合・共存の問題も、スピングラス相そのものを理解する上で重要な手がかりになる。

#### f) Aging 効果と自由エネルギーの階層構造

ゼロ磁場中でスピングラス物質を  $T_c$  以下のある温度  $T$  まで急冷し、そこである待ち時間  $t_w$  を経過した後わずかな磁場をかけ、その後の磁化の成長を追うと、磁化の(時間の対数に関

する) 変化率が  $t_w$  に依存する。これが Aging 効果である。温度  $T$  にもよるが、何時間、何日のオーダーの  $t_w$  に対しても Aging 効果が確かめられており、同程度の緩和時間をもつきわめて遅い緩和過程がスピングラス相に存在していることを意味する。待ち時間の間にわずかに温度を上げたり下げたりすることが Aging 効果に及ぼす影響も詳しく調べられている。そのような解析から、遅い緩和(熱活性化)過程を規定する自由エネルギー構造は、平均場理論が予想するような階層的な構造を持つと推論され、<sup>11)</sup> また、自由エネルギーの障壁の高さも具体的に見積られている。<sup>12)</sup> Aging 効果はスピングラスに固有な遅い緩和過程を解析する上で重要な実験手段となりつつある。なお、相転移が存在しないとされる 2 次元スピングラス物質においても 3 次元系と同様な Aging 効果が観測されているが、<sup>13)</sup> 興味深い問題である。

#### 4. おわりに

最近の研究に関する前節のレビューは平均場理論に偏り過ぎたかも知れないが、平均場理論は定性的ではあるが確かに実験事実をよく説明していると思われる。それは単に温度や磁場のパラメータ値に対する 1, 2 の秩序変数の出方を予想するばかりでなく、レプリカ非対称解の出現という理論的な記述を通して、系に履歴性や遅い緩和過程が現れる特徴的な温度や磁場の値をも的確に予言している。今後、現実のスピングラス物質における秩序特性が明らかにされていくものと期待されるが、その際、平均場描像が重要な指針になるのは間違いないと思われる。と同時に、スピングラス特性の最終的な理解のためには熱平衡状態そのものだけでは不十分であり、非平衡状態が関与する遅い緩和過程の理解が不可欠であるとも考えている。

#### 文献

- 1] 高山一: "スピングラス (パリティ物理学コース)", (丸善, 1991) .
- 2] N. Bontemps et al: J. Mag. Mag. Mater. 54-57 (1986) 1,  
P. Svedlindh et al: Europhys. Lett. 2 (1986) 805, *ibid* 3 243 (1987),  
E. Vincent and J. Hammann: J. Phys. C20 (1987) 2659.
- 3] F. Matubara et al: Phys. Rev. Lett. 66 (1991) 1458.
- 4] D.S. Fisher and D.A. Huse: Phys. Rev. Lett. 56 (1986) 1601,

- A.J. Bray and M.A. Moore: in "Heidelberg Colloquium on Glassy Dynamics" ed. by J.L. van Hemmen and I. Morgenstern (Springer (1987)).
- 5] J.D. Reger, R.N. Bhatt and A.P. Young: Phys. Rev. Lett. **64** (1990) 1859.
- 6] S. Caracciolo et al: Europhys. Lett. **11** (1990) 783.
- 7] 伊藤伸泰、川島直輝: 私信
- 8] A.T. Ogielski: Phys. Rev. **B32** (1985) 7384.
- 9] E.R. Grannan and R.E. Hetzel: Phys. Rev. Lett. **67** (1991) 907.
- 10] H. Takayama: in preparation.
- 11] Ph. Refregier et al: J de Phys. **48** (1987) 1533.
- 12] M. Lederman et al: Phys. Rev. **B44** (1991) 7403.
- 13] J. Mattsson et al: Proceedings of ICM-91 (J. Mag. Mater. to appear).