

連続型パーコレーション問題（スイスチーズモデル）の臨界指数

中部大学 工学部 丸山兼泰、奥村浩一、宮島佐介

浸透問題（percolation problem）とは、ろ紙を用いたコーヒーマーカに見られる様に徐々に湯が通りにくくなり、ついにはろ紙が目づまりをして湯が流れなくなる現象をモデル化した数理物理学上重要な問題で、肥料の拡散や山火事の拡散の問題、岩石中の液体の浸透、海面上のオイルの吸収、ランダムな通信網の接続等、生活に密着した統計物理学的な問題が多くある。パーコレーションにはいろいろな分類が考えられるが、離散型パーコレーションと連続パーコレーションという分類について述べる。

1. 離散型パーコレーション

もち焼用の網（図1）を考え、両端の間の電気伝導を調べる。格子（格子点と格子点をつなぐボンドのこと）を一本ずつランダムに抜いていくと、電気伝導度はどんどん減少し、ついには0となる。

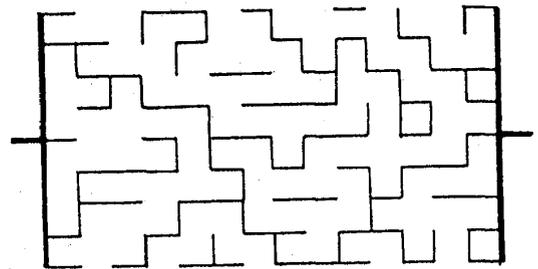


図1

2. 連続型パーコレーション

同様な問題であるが、今度は、長方形のアルミフォイル（図2）に小さな穴をランダムに開けていく。穴の数を増して行くと、右の部分と左の部分が分離して、電気伝導度が0になる点がある。

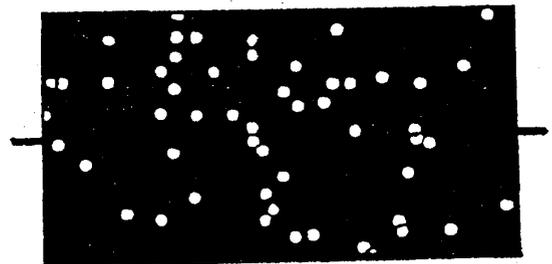


図2

このような問題にたいして今まで多くの理論、実験的取扱いは、連続型浸透問題についても、離散型浸透問題で十分近似できると判断して調べられていたが、最近連続型浸透モデルと離散型浸透モデルは臨界指数が異なる可能性があ

ると、1985年ハーバード大学の Halperin 教授等の理論的な研究によって指摘された。 離散型については非常に多くの研究があるが、ここでは、極めて研究の少ない連続型浸透問題を実験的に実現し、上記の予想を確認した。

2次元の連続型浸透実験は、長方形の電気伝導のある物質に穴をランダムにあけることにより実現され、一定の成果が出ている。 残念ながら、電気伝導に対する離散型浸透と連続型浸透問題の臨界指数には差が2次元ではなく、3次元で始めて差が生じることが、理論的に予言されている。 従って3次元の連続型の実験が要望されたが、bulkの電気伝導物質の中から周囲に damage や変形を与えることなく順次小球をくり抜くことが難しく、実験的研究は不可能と思われていた。 この実験装置は上述の3次元の電気伝導性に対する連続型浸透問題の実験をめざしたものである。

実験方法

この装置は、内径10cm、厚さ1cm、長さ50cmのアクリルの筒に、図3の様に筒の一端に電極板を付けた蓋で栓をし、他端には、内部の容積を変えられるように前面に電極板をつけたピストンを取り付けてある。

この中に約300個のゴムボール（直径16mm）を入れ、その中に純水を入れ、両端の抵抗を測定する。ピストンは、自動車用のジャッキを用いて、内部の容積を変化させる。 圧力を加える度にボールは変形して多角体の様に変化しボール間のすき間が減少する。 水は筒の外へ自由に抜け出るので、水の圧力は、大気圧と同じである。ボールのすき間の水の量と抵抗値を測定する。

この結果、ボールに圧力をかけ、水の容

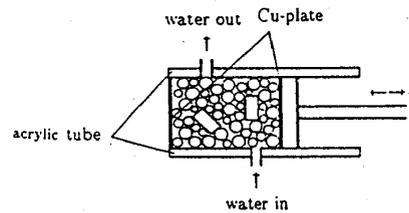


図3

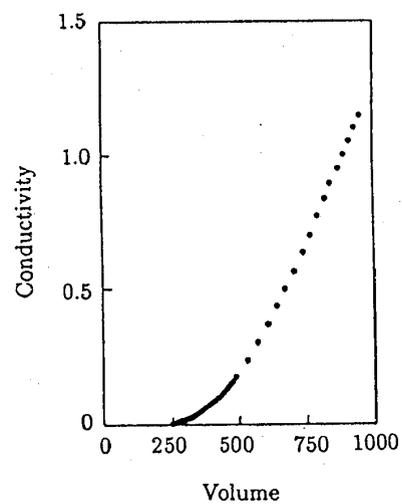


図4

積を減少していくと、電気伝導度 Σ は徐々に小さくなり、水のある臨界値 V_c で 0 となる。(図 4)

次の仮定された関係式

$$\Sigma \sim (V - V_c)^{-\mu}$$

- μ : 電気伝導度に対する臨界指数
- V : 残っている水の体積
- V_c : 臨界体積 (電気が流れなくなるとき)
- Σ : 電気伝導率

により V_c 及び臨界指数 μ を決定する。(図 5)

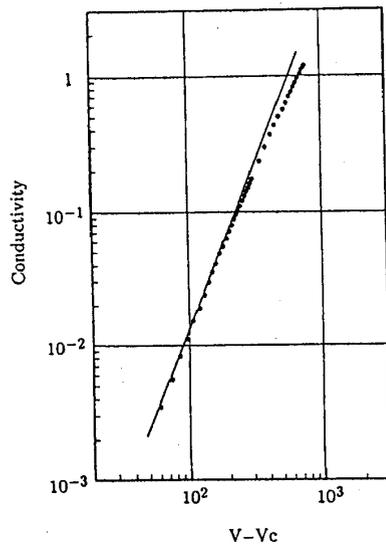


図 5

結論

二次元では、連続型浸透実験での電気伝導度に対する臨界指数と離散型浸透実験の臨界指数は $4/3$ であり、臨界指数には差がなかった。しかし、3次元の電気伝導度に対する離散型浸透と連続型浸透の臨界指数には差が生じることが、1985年 Halperin 等の研究によって理論的に予言されていた。

しかし、bulk の電気伝導物質の中から順次小球をくり抜くことが難しく、実験的研究は進まなかった。

現在の実験装置は上述の 3 次元の電気伝導度に対する連続型浸透問題の実験を行ない、臨界指数 2.4 を得て、3 次元離散型浸透の場合の 1.9 と明らかに異なる事が確認できた。