

ランダム系の相分離におけるスローダイナミクスの理論

早川尚男

東北大学理学部物理学教室

本講演では相分離におけるランダムな不純物の影響を理論的に解析し、非保存系で $T=0$ という特殊な状況ではあるが相関関数のスケーリング形及び特徴的長さの時間発展とその不純物濃度依存性についてシミュレーションの結果と矛盾しない結果を得たので報告する。

さて相分離に対する理解の現状を整理しよう。時間に依存した Ginzburg-Landau (TDGL) 方程式の最近の研究によって秩序変数が保存しない場合に次の事が明らかになってきた。

- (1) 熱的な揺らぎは重要ではない。
- (2) 秩序変数は特異摂動法を用いた解析¹によって、線形方程式の解を用いて表す事が可能である。得られた解はトポロジカルな欠陥を表現し得る。
- (3) 相関関数 $C(r, t)$ は線形の相関関数 $\gamma(r, t)$ を含んだ $C(r, t) = G[\gamma]$ と表す事が可能である。ここで $G[\gamma]$ の関数形はダイナミクスの詳細によらない。

これらのスキームの有効性の範囲等は今の処、議論されていないがかなり一般的なものと思われる。例えば、界面の方程式による相分離の解析は (2) のトポロジカルな欠陥に着目したものであるが、ここに掲げたスキームは最近、 $O(n)$ 対称性を持つ秩序変数一般に拡張され²、欠陥のない場合 (Spherical Model 等) の解析にも有効であることを示唆している。欠陥のない場合も含めて上記の方法の汎用性の限界については種々の議論³があり、満足のいく合意が得られた訳ではないがここではこのスキームに則って議論を行う。

現実の物質には多かれ少なかれ不純物が混じっている。したがってランダムな不純物を含む系の相分離を研究する事は単に理論的興味を超えた必要がある。現在までのランダム系の相分離の研究は黎明期にあると言ってよく殆どはっきりしたことは分かっていない。定性的には不純物のピン止め効果により、相分離の進行が著しく遅くなることと、その帰結として熱的な揺らぎの効果が重要になる

事は間違いない。Huse and Henley⁴による次元解析的な現象論によればドメインサイズの特徴的長さ $l(t)$ はダイナミックスの如何によらず（つまり保存系でも非保存系でも） $l(t) \sim (\log t)^\alpha$ と表される。しかし例えば池田等⁵による実験によれば指数 α は温度により、またインドのグループ^{6,7}による保存系、非保存系のシミュレーションでは双方の違いを指摘しており、特に保存系の場合には結果として Huse and Henley⁴の結果と抵触するものとなっている。結局の処、これらの疑問を解決するにはダイナミックスを記述しうる方程式を直接解析することのほか術はない。

本講演では上述のスキームに則って秩序変数 $S(\mathbf{r}, t)$ に対する非保存系の場合の動的な方程式

$$\frac{\partial S(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \hat{H}S(\mathbf{r}, t) - uS^3(\mathbf{r}, t); \quad \hat{H} = r_0 + D\nabla^2 + U(\mathbf{r}), \quad (1)$$

(r_0 and D are positive constants) 及びランダムポテンシャル $U(\mathbf{r})$

$$\overline{U(\mathbf{r})U(\mathbf{r}')} = w\rho_0\delta_a(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2)$$

をまともに解析（但しノイズ効果を無視して）することで行いスカラー秩序変数の場合、以下の結果を得た。

(a) 相関関数のスケージングはランダム系でも変わらない。例えばスカラー秩序変数では

$$C(r, t) = \tilde{C}(x = r/l(t)) = \frac{1}{\pi} \sin^{-1}(e^{-x^2}) \quad (3)$$

等と表現できる。

(b) 不純物の効果は特徴的長さ $l(t)$ に

$$l(t) = \left[\frac{4D \sinh(q_0 t)}{q_0 (\cosh(q_0 t) + 1)} \right]^{1/2} \quad (4)$$

の様に現れる。但し $q_0 \propto \rho_0^{2/(4-d)}$ （不純物濃度 ρ_0 、空間次元 d 、定数 D ）である。この特徴的長さは拡散的な成長から凍結へのクロスオーバーを表現している。

(c) 特徴的長さは線形化した方程式から決まる。方程式を線形化すると高分子がランダム媒質で局在する問題と等価になるので Edwards-Muthukumar⁸による変分法による解析を修正、利用できる。（実は q_0 は変分パラメーターである）。

ここで得られた結果のうち (a) は既に Puri *et al.*⁶ のシミュレーションでも指摘されており、また (b) についても彼らの論文でのデータを読みとると定性的に正しい結果を与える。ここで見たシミュレーションとの一致は上記の結果を導く際に用いられた仮定、近似の正統性を保証している。また、これらの結果を一般の n -成分ベクトルモデルに対して拡張するのは容易である。

本研究を通じて明かになってきたことはモデルの設定の重要さである。これをユニバーサリティーの狭さと言ひ替えることも可能であろう。本来、(1) 式で導入したモデルはランダムネスによって局所的に臨界温度が変化しうることを考慮した物で臨界現象を議論する場合には最も重要なランダムネスの効果である。(1) 式は相転移のダイナミクスのモデル方程式として導入されたため極めて自然な方程式である。ところが実際の不純物の効果としては局所的な相互作用の切断に現れると解釈することが自然であり、寧ろ D をランダム変数として扱った方が実態に即していることになる。また簡単な次元解析から D にランダムネスを導入すると不純物の間隔という新しい長さが現れ、ここで扱ったモデルとはかなり異なる様相を示す。従って我々のシミュレーション⁹ が他のグループ^{6,7} と異なり相関関数のスケールリングが不純物濃度によるという結果をだしても不思議ではない。この辺の議論については今後の研究を通して明かになっていくものと思われる。¹⁰

References

- [1] . K.Kawasaki, M.C.Yablik and J.D.Gunton, *Phys.Rev. A* **17**, 455 (1978).
- [2] . A.J.Bray and S.Puri, *Phys.Rev.Lett.* **67**, 2670 (1991).
 . H.Toyoki, *Phys.Rev. B* **45**, 1965 (1992).
- [3] . K.Kawasaki, to appear in *Physica A*.
- [4] . D.A.Huse and Henley, *Phys.Rev.Lett.* **54**, 2708 (1985).
- [5] . H.Ikeda, Y.endoh and S.Itoh, *Phys.rev.Lett.* **64**, 1266 (1990).
- [6] . S.Puri, D.Chowdhury and N.Parekh, *J.Phys. A* **24**, L1087 (1991).
- [7] . S.Puri and N.Parekh, *J.Phys. A* **25**
- [8] . S.F.Edwards and M.Muthukumar, *J.Chem.Phys.* **89**, 2435 (1988).
- [9] . T.Iwai and H.Hayakawa, to be submitted to *J.Phys.Soc.Jpn.*
- [10] . H. Hayakawa , submitted to *Phys.Rev. B*