

# 保存系カオスとクラスター構造

名古屋大・理 小西 哲郎、 東大教養 金子邦彦

## 1 序

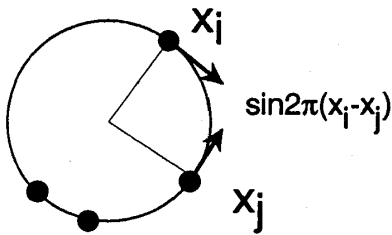
カオスが(再)発見されてからもう20年近くになるが、カオスがここまで関心を集めた理由のひとつは、カオスによって複雑な自然現象にアプローチする手がかりを得られるのではないかという期待があったからであると思われる。特に、単に(乱数的に)予測不能で乱雑になってしまう系だけではなく、そこに構造を作りながら複雑さを増していくものがある事、また外界から与えられた乱数ではなく、系が自分で作り出す性質としての複雑さが重要であったと思う。

自然現象にはさまざまな空間構造を作るものがあるが、それを次のように大別してみる；(1) 結晶や周期的な波、孤立波といった定常的な構造、(2) 液体や乱流、微粒子の構造転移といった非定常的な構造。すると、この(2)非定常的な構造、というものを理解する助けとしてカオスあるいはそこから発展させた概念が使えるのではないかと考えられる。

熱平衡状態を持つような保存力学系も、一様な熱平衡とは異なる構造を持ち得る。この報告では、われわれは、保存系における構造形成のかんたんなモデルとして、大域結合をもつ coupled map lattice を取り上げ、そこでのクラスター構造の形成、相空間構造および生成・消滅のダイナミクスを議論する。

## 2 モデルと構造

構造の形成には長距離力が重要である場合が多い。我々はここでは単位円上で長距離引力相互作用する粒子系として、globally coupled map で symplectic condition を満たすものを考えた。

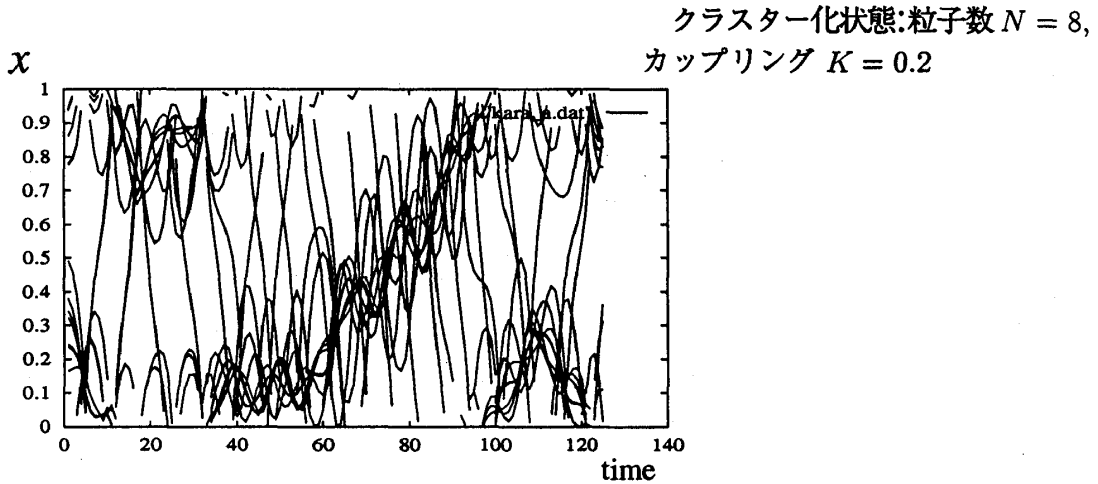


$$p'_i = p_i + \frac{K}{2\pi\sqrt{N-1}} \sum_{j=1}^N \sin 2\pi(x_j - x_i),$$

$$x'_i = x_i + p'_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad K > 0. \quad (1)$$

この系は離散時間上で定義されているのでエネルギーは保存しない。しかし、symplectic であるので、特に相空間の体積要素は保存する。(Liouville の定理を満たす。) 系の持つ保存量は重心の運動量  $\sum_{i=1}^N p_i$  のみである。エネルギーが保存しない事の帰結として、この系は温度を持たない。

この系では、下の図に見られるような粒子のクラスター化が起こる事を示した。[1]



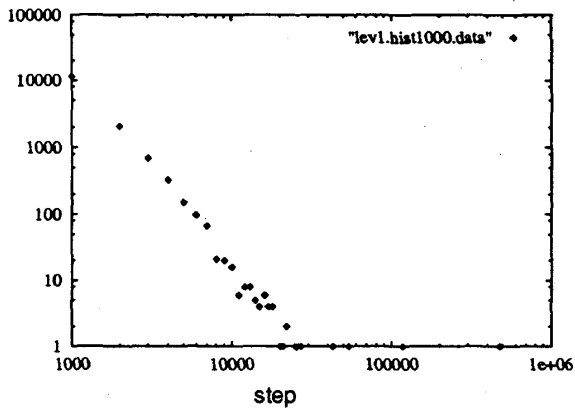
系はクラスター状態と、熱平衡に対応する状態の二つの間を移り変わる。また、クラスター状態自身も、粒子を吸収したり放出したりすることにより揺らいでいる。

リヤプノフスペクトルを調べる事により、これらの状態は2つの異なる chaotic sea に対応している事がわかった。最大リヤプノフ数の揺らぎの様子がクラスター状態ではロングタイムテールを持っている事、および、相空間断面の様子から、クラスター状態が保持されているのは、相空間のトーラス残骸周りの自己相似構造が反映している事が分かった。また、その副産物として、リヤプノフベクトルを調べる事で軌道不安定性を (collective な) 大域的な不安定性と、local な (あるいは thermal な) 不安定性とに分離出来る方法を得た。

### 3 クラスターの生成と消滅

このクラスターは高次元ハミルトン系のカオスなので、いずれは解体して非クラスター状態へ移る。また非クラスター状態のなかからやがてクラスターが形成される。この移り変わりのプロセスを探る事で、非定常的な構造の動的な側面を捉えてみる。近可積分系での誘導現象が regular  $\rightarrow$  chaotic という転移だったのとは違い、ここでのクラスターの生成と消滅はカオスとカオスの間の遍歴過程である。簡単のために、系の状態をクラスター化しているか否かで2値化して、それぞれの滞在時間の分布を調べてみた。クラスター状態の滞在時間分布はべき的であり、非クラスター状態のそれは指数的である。(図2)

distribution of lifetime of clustered state :  $Z > 1.05$  ( $N=8, K=0.2$ )



distribution of lifetime of non-clustered state :  $Z < 1.05$  ( $N=8, K=0.2$ )

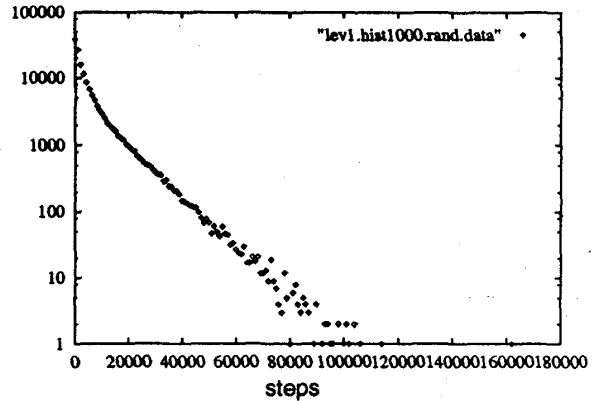
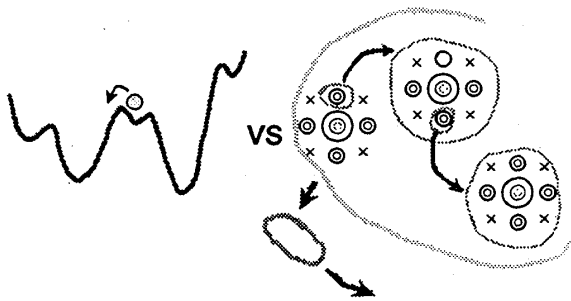


図2 : 8粒子系の一つの軌道をクラスター状態が出来ているかどうかで2値化した場合の滞在時間分布。 $N = 8, K = 0.2$ , 全ステップ数 =  $10^9$ 。(左) クラスター状態、log-log (右) 非クラスター状態、semilog



これは、多重安定な energy landscape を thermal noise で飛び移っている場合とは異なり、系の相空間構造によって系の長時間の振る舞いが支配されている場合の特徴を示していると思われる。

以上の事は右の図にまとめられる。話はわかりやすくまとまったが、一方、低自由度系の概念を強引に借りてきてしまったようでもありまだ不満な所もある。

2つの chaotic sea と、その間の遷移過程

クラスター状態	↔	一様乱雑状態
KAM tori, islands	phase space structure	ほとんどなし
long (power-law)	temporal correlation	short
べき	滞在時間分布	指数

参考文献

[1] T. Konishi and K. Kaneko, J. Phys. A 25 (1992) 6283, and see the references therein.