物性基礎論

「複雑系の動力学」
大自由度カオスについて

講師: 東京大学教養学部　金子邦彦先生

世話人: 京都大学理学部　守田 智

最近、書店にはカオスの本が、たくさんたくさん売られています。物性若手夏の学校に参加する人なら、そういう本なんか読んだかも知れません。

けだし、今までよく研究され、また解決されてきた問題の大部分は、**低自由度カオス**でした。今回のこのサブゼミでは、**大自由度カオス**を考えます。特にモデルとして、Coupled Map Lattice (CML) を扱うようです。わかりやすくて面白いゼミになると思います。

CONTENTS

大自由度カオスについて

金子邦彦　（東大教養）

1　はじめに

近年、非線形現象の研究、特にカオスの研究の発展によって新しい動的な科学観が現れてきた。

カオスのもたらした衝撃のひとつは，本質的な自由度（モードの数）が少なくてもデタラメにみえる運動を起こすという点にあった．(ここで自由度の数というのは、もし微分方程式であらわせる系なら変数の数である)。そして、それは、多くの系で一般的にみられることもわかってきた。しかし、低自由度カオスはどこでもたやすくみられるものであろうか．今までの例でなぜ本質的自由度は少なかったか振り返ってみると、むしろ、上手に実験のパラメタを選んで、あまりたくさんのモードがでてこないようにしていた事に気がつく。たとえば、典型例として多くの実験がなされた対流においては、容器の長さを小さくとって対流のロールが２－３個に限られるようにしていたし、レーザーや固体物理の多くの場合、非平衡の度合を弱くして、カオスがかろうじて発生したようなパラメタに外からコントロールしていた。また化学反応のカオスにおいては、空間的な構造ができないように十分撹はんをおこなっていた。

つまり、自然界の現象は非平衡性・非線形性が効いていれば、多くの場合、自由度の大きいカオスになっていて、そこに開拓すべき　新しい分野が存在している。実際、具体例は至るところにみられる。流体の乱流現象一般、対流、液晶の電気対流、多モードレーザーなどの光学系、沸騰、燃焼、プラズマ、また固体物理でみられる非線型現象など。生物系においてもカオス的振動の空間的結合系は心臓などの集団的リズムにみられるほか，脳内の神経の活動度（集団電位）にも重要である．そして，大気の運動，マントル対流など，地球物理の非線型現象は空間的な多くの自由度をもったカオスであろう．

ここでは、まず、大自由度カオスの研究のために導入されたcoupled　map　lattice（ＣＭＬ）モデルを中心にして　そこでみられる　新しい現象や理論についてふれていきたい。

2　時空カオスとＣＭＬ

大自由度カオスのうち空間自由度をもったものを時空カオスと呼んだ．

時空カオスについて理論的に従来行なわれてきたアプローチは，ミクロ方程式にある程度立脚した適当な場の量の方程式（例えばNavier-Stokes方程式）をその状況に応じた摂動的近似で取り扱いやすい式に還元しその様子をみるというものであった。このアプローチは一見"物理的"であるが，実際は各近似は簡単でなく、その限界を越えて使われているケースも多く，実際的には問題があり，またカオスのもたらした記述不安定性を考えるとどこまで＊＊方程式を金科玉条にする態度がよいか疑問である．またその振舞いを見るには膨大なシミュレーションを必要とし，新現象の予言や見いだした現象の本質的機構の理解には向いていない。数学的には、摂動論的な取り扱いには偏微分方程式系は向いているが、カオス的取り扱い、統計力学的性質を調べる上ではあまり適しているとは言えない。

このような時空カオスを考えていくうえで提出したモデルがカップルド・マップ・ラテイス（ＣＭＬ）である．そこでは適度に粗視化した時空間での場の変数をとり，それらが，本質的にどのような変化をうけて発展するかをいくつかの"手続き"に分離してあらわす．たとえば，局所的カオスと拡散，移流と拡散，局所的カオスと一方向の流れなどのように。場の量は，格子上の力学変数で記述し，それらの手続きを格子上での変数の変換としてあらわす．

各手続きは格子上の並列的ダイナミクスである．ＣＭＬの１ステップは各手続きを逐次実行することで与えられる．たとえば，ダイナミクスは``局所カオス"``拡散"``移流"の連なりで１ステップ，時間発展はこれを続けておこなっていけばよい．当然ＣＭＬは時間空間ともに，離散的なダイナミクスである．ＣＭＬは偏微分方程式，セルオートマトン（ＣＡ：状態も離散的な値（例えば０か１）しか採れないダイナミクス）と比べて以下の利点がある．

（１）計算速度がはやいパラレル処理のモデルなので発見法的研究が可能である．実験では確証されていない新しい現象を発見しそこから実験への新しい概念提起を行ないやすい。

（２）構成論的につくられているので現象を普遍化して新概念への道がひらきやすい．つまり手続きの部分を問題に応じて変えることによりどのプロセスがその概念，現象に本質かを抽出できる．

（３）セルオートマトンと違って１つの格子サイトは微視的なものではなく，粗視化した状態なので，シミュレーションにおいて莫大な格子数をとる必要がない．

（４）連続的な変数，パラメタをもち，また低自由度力学系が原点にあるので，カオスを中心とした力学系の理論をふまえて議論を進められる．

（５）時空間が離散的なので、統計力学的議論にのりやすい。

（６）手続きを変えて簡単に，色々な時空間での動的現象の本質を抽出したモデルを構築できる．

ＣＭＬは最近では，時空カオスのみならず，多くのパタン動力学現象のシミュレータとしても広く使われ始めている。

3　時空カオスの現象学

時空カオスのＣＭＬとしてもっともよく調べられた例は局所的カオスと拡散という２つの手続きから成る現象である．こういった現象はベナール対流，化学反応拡散系の時空カオス等の本質と思われる．局所カオス，拡散それぞれの手続きでもっとも簡単でよく知られたダ

イナミクスをとってみよう．カオスとしては１自由度の差分系 $x \to x' = f(x)$，特にロジスティックマップ $f(x) = 1 - ax^2$ をとり，拡散としては最近接の重み付き平均を使う．するとダイナミクスは $x'(i) = f(x_n(i))$；$x_{n+1}(i) = (1-\epsilon)x_n(i) + \epsilon/2(x'_n(i+1) + x'_n(i-1))$ の２つで書け、まとめると

$$x_{n+1}(i) = (1-\epsilon)f(x_n(i)) + (\epsilon/2)(f(x_n(i+1)) + f(x_n(i-1))) \tag{1}$$

となる．ここで $x_n(i)$ は格子サイト i，時間 n での場の量，ϵ は拡散の強さをあらわす結合定数である．このモデルは、拡散型の時空カオスの典型例として広く使われるに至っている．ここで明らかにされた新しいクラスの現象には次のようなものがある．

（１）空間分岐と凍結カオス:カオスは空間的一様状態を不安定化し、大小様々なドメインが形成される。ドメインの大きさによってダイナミクスも異なる。小さなドメイン上の格子サイトでは短周期で振動するのに対し大きなドメインではカオス的、といったように空間の位置に応じた分岐構造ができる。こういったドメイン構造自身は時間的に不変で、カオスはドメイン内に局在している。

（２）パタン選択とカオスの抑圧：（１）より更に非線型性（例えばロジステイックマップのパラメタ a）を増すとドメインの境界が動きはじめる。その結果、適当な大きさのドメインが選択され、空間的にはある波長をもった秩序ができる。このとき結果的にはカオスを抑制するようなドメインの大きさが選ばれる。

（３）欠陥のカオス的ブラウン運動と欠陥乱流：上の秩序状態は時間的には振動しているため、その振動の位相の異なる領域ができ、隣合う２つの領域を分ける欠陥が生じうる。こういった欠陥はその波形をカオス的に変動させつつその局所カオスを起因として空間をブラウン運動する。更に非線型性を増すと欠陥は自発的に生成され、またペア消滅する。この種の現象は、欠陥乱流として液晶の電気対流で近年盛んに研究されている。

（４）時空間欠性:空間のパタンをもった秩序状態が崩壊し、発達した乱れにいたる境界のパラメタでは、時間的にも空間的にも秩序状態と乱れた状態を行ったり来たりする現象が見られる。これを時空間欠性とよんだ。１つの格子点で測れば、秩序状態に長い間とどまり、また乱れ、… ということを繰り返す。秩序状態への滞在時間の分布はべき法則にしたがい、それに伴って、適当な波長の構造の時間変化は周波数 f に対して $f^{-\alpha}$ $(\alpha \approx 1.9)$ の形のフリッカーノイズをもつ。時空間欠性は最近ベナール対流等の実験で見いだされている。また色々の例をまとめると空間パタンを伴い局所的には自発的乱流生成をもつ場合とそうでない場合の２種類の時空間欠性があることも分かってきた。

（５）上の状態より更に非線形性を増していくと遂には空間構造もなくほぼカオスの直積状態といえる発達した時空カオスにいたる。この発達した時空カオスは低自由度カオスと異なって構造安定で，そこでは統計的な量はパラメタによって滑らかに変化する．

（６）伝搬波：拡散の結合が大きい場合には，上の（１）（２）の状態はゆっくりと空間を伝搬する．この際,（２）では決まったスピードが選択され，- 2v,-v,0,v,2v の速度のアトラクターが共存する．ここでスピードは位相を 2π 進ませる局在構造の数で決まる。というと、ソリトンのような物が思い浮かぶかもしれないが、ソリトンの場合との重要な違いは数を増すとスピードが比例してふえる、つまり局在していながら大域的情報をよみとって動くとい

う点である。ここの波ではカオスはほとんど消されている．系のサイズ，パラメタによっては弱いカオスが残存している場合もあるがこの時にはカオスにより，速度の自発的スイッチを生じる．

（７）準定常的超長過渡現象：アトラクターにおちこむまでに，非常に長い過渡状態を経ることがある．ここで，その過渡現象の継続時間は系のサイズに対し指数関数的に増加し，また過渡状態ではカオスの強さは減らずに定常的であり、アトラクターへの引き込みは急速におこる．上の２つの性質のためにサイズが大きいとその状態が過渡現象かアトラクターかの判定は実際上不可能に近い．更に，過渡状態が終るための前兆はないため，いつ急激な変化が起こるかは予測不能である．乱流状態のあるものはこの種の過渡状態であるかもしれない。

その他，局所カオスのタイプ，空間相互作用を変えることにより，多くの新しい普遍クラスが見いだされている．ここで発見された普遍クラスのうち幾つかは実験においてもその後見いだされている．例えば時空間欠性はベナール対流，液晶の電気対流などで見いだされ詳しく調べられている．我々のアプローチでは実験のパラメタと合わせてどの値でどの状態になるか定量的予言は困難であるが，ＣＭＬのアプローチは定性的普遍クラスの予言，および現象の本質的機構の理解には重要な役割をはたしうる．

4　時空カオスの理論

３節で述べた現象の時空間での複雑さの記述のために力学系でのリヤプノフ数，次元，情報量，相関関数などを時空間への拡張を試みてきた．リヤプノフ数は接空間でのヴェクトルの拡大／縮小の固有値であり，Ｎ自由度では当然N個存在し，スペクトルをなす．このスペクトルの様子を色々と調べてきた．これらは一部，ランダムマトリックスの問題と関連する．またこの固有ヴェクトルは乱れの伝搬とも関係するが，一般にカオス的なモードに対するヴェクトルは局在している．また，乱れや情報がどのように空間を伝搬するかは、リヤプノフ数をガリレイ変換した量と関係して捉えられている．

時空カオスの理論的理解には、統計熱力学と力学系の結合が要求される。これに関しては２つのアプローチがある。今のところ，どちらもその適用範囲は，完全に発達して構造のない時空カオスに限られている．

（１）２次元スピン系の平衡統計力学へのマップ（Sinai と Bunimovich）；カオスの時系列を１次元の統計力学へもっていく研究は Ruelle、Sinai らによってなされている。CML では　これがさらに空間方向に結合しているので、２次元系の統計力学へマップされることが期待できる。Sinai と Bunmimovich は　ハイパボリックなマップの結合したＣＭＬにおいて実際 Gibbs 状態がユニークに存在することを示した。彼らの究極の目標は第３節でみられた様な相転移を扱うことのようであるが、このことには依然成功していない。

（２）カオス系の不変測度　$\rho(x)$ は Frobenius − Perron 演算子で求められる。例えばマップ $x \to f(x)$ の不変測度は

$$H_{FP}\rho(x) = \sum_{y_j = f^{-1}(x)} \rho(y_j)/|f'(y_j)| \tag{2}$$

の固定点として求められる。これはそのまま大自由度へも拡張でき不変測度 $\rho(x(1), x(2), \cdots, x(N))$ への式を原理的には書き下せる。しかし実際これを扱うのは無理があるし、またそこまでの情報を必要とせず、1体や2体の分布関数が重要なことが多い。そこでN体分布関数を1、2体へ射影しその近似の範囲で確率分布を求めることを試みた。これにより3節の転移現象の一部は議論ができる。

低自由度カオスにおいては実験データからそれがカオスか判定し，その自由度（次元）を推定し，ダイナミクスを再構築する方法が考えられている．時空カオスにおいては、力学系の次元は示量的変数なので、サイズとともに増加してしまう．そこでむしろその密度の推定、また局所的ダイナミクスの再構築が重要となる．これについてはまだ始まったばかりでどこまで実際的アルゴリズムが開発されるかは今後に待たねばならない．これが完成すれば，与えられたデータがランダムか時空カオスかの一応の判定が可能になる．

5　大域結合カオス系でのひきこみ転移

今まで局所的な相互作用をもったカオス要素系をCMLによりしらべてきた．しかし，自然界には，非線形要素がもっと長距離の相互作用をしている系も数多く存在する．たとえば，流体の渦や，重力相互作用する星の集団などは，べきで落ちる長距離相互作用をおこなっている非線形系である．多くの非線形要素が，保存則などによる制限をうけて発展する場合には，"平均場"をとおした大域結合があらわれる．よく見られる，多くの非線形素子が電流を通して結合している場合はこの例である．

また生態学や進化系でも食物を通して集団が大域的結合をおこなっているし，神経のネットワークおいても神経集団の活動が非線形振動をすることは近年明らかにされ，またニューロンが長距離ないし大域的相互作用をしていることも既知である．経済の例をとると，各会社の株価はそれぞれの社の状況と全体の経済状況例えば全株価の重み付き平均（ダウアヴェレージ等）によって支配されている．このように大域的結合をもつカオスは広い分野で重要な問題であるにもかかわらずほとんどないし全く研究されていなかった．ここでは要素系のカオスと結合の大域性を残したミニマル　モデルとして大域結合マップ（Globally Coupled Map, GCM)を導入しそこでみられる普遍的性質を論じよう．具体的にはCMLの平均場版

$$x_{n+1}(i) = (1-\epsilon)f(x_n(i)) + (\epsilon/N)\sum_{j=1}^{N} f(x_n(j)) \tag{3}$$

をとる．このモデルは、2つの相反する方向からなる。つまり、カオスは少しの差を増幅させるから、要素の振動はバラバラになろうとする。一方、平均場の結合は要素をシンクロさせようとする。そこで、個々のカオスの強さと大域結合の大きさに応じて以下のアトラクターが可能である。

(a) 完全にひきこんで振動するコヒーレント状態，つまり、要素 $x(i)$ はすべて同じ値をとるようになり、それを保って振動していく。振動自体はカオスでもありうる。一旦ひきこんでしまえばダイナミクスは単に1個のロジステイックマップで書けてしまう。(b) 全要素が数個のクラスターにわかれてそれぞれでそろって振動する状態．クラスターの個数をkと

すると $x(i)$ は k 個の集合に分離し、どれかの値 X^j をとる。一旦おなじ値をとった２つの要素はそれを保つから、元の N 自由度のダイナミクスは k 自由度のダイナミクスに還元される。式で書けば

$$X^j_{n+1} = (1-\epsilon)f(X^j_n) + (\epsilon/N)\sum_{j=1}^{k} N_j f(X^j_n)) \tag{4}$$

ここで X^j_n は j 番目のクラスターの時間 n での値、N_j はそこに属する要素の数である（当然 $\sum_j N_j = N$）。k の数に応じて状態の自由度は異なる。つまり $k = N$ であれば、完全にバラバラに振動した状態、$k = 2$ であれば、全要素は２つに分離しそれぞれではシンクロした状態、などなど。こういったさまざまなアトラクターが我々のモデルには共存するが、むろん系のパラメタによってどの種のアトラクターが大半を占めるかは変わって行く。パラメタにより以下の相の間の転移現象が見られる。

（１）ほとんど全ての初期状態が完全にひきこんで振動する状態におちるコヒーレント相（２）数個（$k << N$）のアトラクターがほとんどを占める秩序相（３）初期条件によりクラスターの個数の異なる様々なアトラクターが共存する部分秩序相（４）各要素が完全にバラバラに振動する乱流相．非線形性を増加するないし，結合を弱めるに従って（１）から（４）への遷移が逐次見られる．部分秩序相ではクラスターの数 k はアトラクターによって大きく変動するが、最も多くみられるのは k は N より小さいが十分大きく、大小さまざまなクラスターが混在したアトラクターである。

6　カオス的遍歴

この相の典型的アトラクターは多くのクラスターを持つが各クラスターへの要素の個数は大小様々であり，またクラスター間の距離も大小にわかれ，それによってクラスターは階層構造をなしている．この階層は非一様な樹枝状構造をなしている．つまり，まず状態はおよそのメガクラスターにわかれそれがまた細かくわかれるという構造を自発的に形成している．更にこの樹枝状構造は時間的に固定されておらず，細かな差異のカオス的増幅により微小クラスター間のつなぎかたの組換えが起こっている．また，この相では、アトラクターによってさまざまなクラスターへの分割のしかたをもつ。実際，この分割の多様性はこの相で増大しており、系のサイズ無限大の極限でも揺らぎが残っている。

上の特徴は、静的な分割の複雑さであるが，我々の系でより重要なのは動的複雑さである。２個の要素の振動は引き込みにかなり近くなったり、また完全にはずれたり … をくりかえす。全体としてもほとんど数個のクラスターにおちてそろっているかと思うとまたバラバラになったりする。動的に、秩序状態と乱れた状態を行ったり来たりするのである。秩序状態は有効自由度が低く低自由度アトラクターの残骸ともよべるものである。残骸であるからそこにしばらくとどまっても安定ではなく離れて行く。一方乱れた状態の方はほぼバラバラの高自由度状態で、そこに幾つかの”おとしあな”があって秩序状態へとスイッチする。

こういった運動形態は乱流中のコヒーレント構造として知られていたものである。つまりかなり発達した乱流でも比較的きれいな渦などの構造（木星の大赤斑のような）がしばらく

の間とどまったりするのである。また最近では、池田、大塚，松本による光乱流のシミュレーション、Arrecchi らによるレーザー実験などでも見いだされている。これと独立に津田は生理的な非平衡神経回路モデルで同様な現象を発見、記憶の自発的想起として注目している。我々（池田、津田、P．Davis、著者）はこの現象が大自由度カオス系で普遍的現象であろうと期待しカオス的遍歴とよんだ。上のＧＣＭ系では、記憶はゆっくり失われて行く。

こういったカオス的遍歴によってクラスターの動的離合集散がおこり、動的分割の揺らぎは増大している。また、ある要素が他の要素と引き込みつつあるか離れつつあるかは平均場型の結合の時はヤコビ行列の対角成分の積で計算できる．この時間平均のｌｏｇを要素の分離指数と呼ぼう．部分引き込み状態では，この指数の分布は０に鋭いピークをもつ．分離指数の平均値は部分秩序状態ではパラメタを変えてもほぼ０を保ち、広い範囲で限界安定性がなりたっていることが分かる．広い範囲の限界安定性は通常の臨界点一点での限界安定性と異なる興味ある振舞いである．時間的にはクラスターの分離ステージと集合ステージは分離しており，これはビット空間の情報のフローで捉えられる．

7　乱流相における大数の法則の破れと隠れた秩序の存在

もし乱流相の運動がバラバラで各要素に何ら相関がなければ平均場 $h_n = (1/N)\sum_j f(x_n(j))$ はＮ個のランダム場の平均とみなせる。デタラメな変数Ｎ個の平均は大数の法則によって，その分布 $P(h)$ の分散はＮとともに $1/N$ で減少することが予想される．ところがわれわれの系では平均場の分散はあるサイズまでは減少するが，それ以上ではある有限の値に保たれる．つまりカオス結合系はそれがバラバラに振動していても、デタラメなものの集合とはちがった振舞いを要素数がおおきくなると示しはじめるのだ。このことは要素間に有限の相関が無限サイズでも残っていることを意味し，実際，相互情報量による計算も，これを支持する．

なお分布自身はクロスオーバーサイズまでは十分ガウス分布に近づくが，それ以上のサイズでは分布のテイルでずれが残る．つまり，カオス結合系では，大数の法則，中心極限定理ともに，ある程度近付いた後に弱く破れている．これは，単なる雑音とカオスの違いを明確に示している．この種の大数則の破れは広い範囲のモデルでみられるが，但しテント写像（$f(x) = 1 - a|x|$）のような伸ばすだけのハイパボリックな写像（$|f'(x)| > 1$）ではサイズを大きくしていっても大数則，中心極限定理を満たしている．つまり，上のような相関の発生は，カオスが伸ばす部分と縮む部分からなりたっていることが本質と思われる．

8　カオス結合系 (coupled map lattice) の応用— ＣＭＬ情報処理の可能性

当然ながら生物の情報処理系は大自由度非線形系である。既に富田や津田が先駆的に指摘しているようにカオスは生物情報処理への新しい可能性を持っている．一方安定な多自由度系では，その多くの安定状態への記憶が可能であり，現在のニューラルネットの基盤となっ

ている．しかし，この際には外から与えたものを記憶できても新しいものは作り出せない．一方低自由度カオス系は新しい情報生成はできるが多くの記憶の動的処理の点ではやはり融通がきかない．カオス結合系はその両者の長所をあわせもちまた新しい情報処理機構として多くの可能性を秘めている．そしておそらくそのいくつかは脳のダイナミクスの理解にも有効と期待される。この点から CML のもつ生物情報処理，工学への応用を議論しよう．

（１）数多いアトラクターへの情報貯蔵：CML での凍結カオスにおいては少なくとも $exp(const \times N)$ 個のアトラクターが共存している．また GCM においてはクラスターの分割配置が $(N_1, N_2, \cdots N_k)$ であれば，その分割の組合せで $N!/(N_1!N_2 \cdots N_k!)$ のアトラクターが共存する．一般に N　が小さいもの同士は実際上区別不可能であろうから，このすべてを使うことはできないであろうが，いずれにせよ膨大な数のアトラクターが共存している．当然それらの各々をメモリーとする応用が考えられよう．

（２）階層的メモリー：上で重要なのはこれらのアトラクターが階層的に組織化されていることである．ＣＭＬにおいては，凍結カオスの発生近傍の状態では，ドメインの中に，よりスケールの小さなドメインといった階層的構造をもったアトラクターが共存している．またＧＣＭではクラスターが階層構造を持っている．このような階層構造をもったアトラクターをメモリーに用いれば，樹枝状構造をなすカテゴリー化が可能である．

（３）入力による，その間のカオス的スイッチ，階層的スイッチ：（１）（２）のようにアトラクターをメモリーに用いた場合，異なるメモリー間をどのように変えて行くかは重要な課題であるが，我々の場合には各要素に外から入力をいれて $x(i)$ の値を $x(i)$ から $x(i) + input$ に増減させることによって，あるアトラクターから別なアトラクターへスイッチさせることで容易に実現される．このスイッチの過渡過程では，強いカオス的振動を示すことが多い．この場合はカオス的過渡状態がメモリー間の探索として使われる．カオスの探索へのこのような利用は最初に Freeman によって，兎の嗅球のニューロンで見いだされたカオスの機能として提唱されている．また，メモリーが（２）のように階層構造をもっている場合には，スイッチもそれに応じて下位レヴェルでのスイッチから上位レヴェルまで階層的な構造をなしている．

（４）時空間欠性，カオス的遍歴を用いたメモリーの自発的想起：ＣＭＬの時空間欠性，ＧＣＭの部分秩序相では，いくつかの不安定化されたアトラクターの残骸の間を自発的にカオス的遍歴をおこなう．かくして，学びとったメモリー間をカオス的にとびうつることが可能になる．ここで，とびうつる順序はカオスによるから，ある程度の規則性とデタラメさを兼ね備えている．かくしてメモリー間に一種の融通性をもったルールが形成されることになる．これは自発的想起，関係付けとして重要である．津田は，カオス的遍歴を彼の神経回路網で見いだし，その脳の情報処理への重要性を議論している。

（5）階層的ダイナミックメモリ，及びそれによるカテゴリー化:（３）での階層性は，ＧＣＭの部分秩序相では,（４）のように自発的に変化していく．そこでは，しばらく互いに近いメモリー（低次レヴェルまで同じカテゴリーに属しているメモリー）を経巡った後で，もっと異なるレヴェルのカテゴリーのメモリーへ自発的に移行する．このようなメモリーはダイナミックメモリーとして有効であろう．

（6）カオス伝搬波による情報生成と伝達：カオス伝搬波は局所ダイナミクスを大域的性質へと結び付けている．スピードの異なるアトラクターの共存，その間の１点への入力に

よるその間のスイッチをを用いれば，局所的入力を大域的情報へと変換することが可能になる．かくして，全要素へと情報が伝えられる．またカオスが波の変調として乗っている場合にはカオスは波と逆方向に伝わるので，それを利用すれば双方向への同時情報伝達でが実現できる．

（７）流れ付きモデルによる情報の選択的透過，増幅：１方向結合のＣＭＬでは下流にむけて乱れが増幅する．この場合，上流に入力をいれるとその入力の周波数に対し選択的に下流への増幅をおこなう．この際，増幅率は 10^10 にも及び，周波数選択性は非常にシャープである．またその下流への増幅はある速度の波においてのみ起こり，速度に対する選択性も実現している．

（８）時空カオスを時間的空間的に構造をもったノイズとして活用した最適化，探索：最近，統計力学的概念による最適化や探索が行なわれている（例えばsimulated annealing）．ここでは，熱雑音のようなものにより相空間の探索を行なうわけであるが，雑音による探索では相当，相空間の構造を壊しつつすすめないといけない．これに対して，時空カオスを用いた探索をおこなえば，相空間の必要な構造を壊さないまま探索を行なう事が可能になる．時空カオスの強さは要素により異なるので，確定したパートと未確定のパートを使い分けつつ，探索を行なうことが可能である．また時空カオスは全相空間に広がっているわけではないから，あまり無駄なところの探索をしなくてすむという利点（うまくコードされたときだが）もある．カオスによる探索はFreemanにより彼の脳生理実験の説明から提唱され，Davisらによりその応用可能性が議論されているが，カオス結合系での時空カオスを用いる方法はもっと広い自由度をもち，大きな可能性をもっているであろう．この方向の研究ではMagnusらが，ＣＭＬを用いて巡回セールスマン問題を素早く解く方法を提唱していた．またニコン研究所の野沢はGCMとHopfield型の神経回路網モデルをくみあわせることによって最適化問題に素晴らしいパーフォーマンスが挙げられることをしめした。これは 実用的観点からも重要であろうが、その探索過程が割合と人間が行なっている過程に近いこと、そこでカオス的遍歴が使われている（らしい）点などでも興味深い。

（９）部分的引き込みを利用したコード，またそれによるカテゴリー化：GCMの部分秩序相ではいくつかのクラスターが形成される．こういったクラスターをなにか”特徴”検出の単位と考えてみよう．例えば，同じクラスターの中の要素に対応する部分はまとまった連続的なものと見る，といったことである．このような考え方は視覚野で見いだされた引き込みの機能としてGray，Singerらにより提唱されているが、かれらのデータは完全な引き込みというより，部分的なものであり，また振動はカオス的である可能性が強く、そうであれば我々のＧＣＭの部分秩序相での部分引き込みと同様である。

（１０）個別プロセス化へのＣＭＬの利用：始めにも述べたが，ＣＭＬは分離した手続き（procedure）を並列実行していく．手続きをいろいろにとることにより様々な応用が可能である．物理現象としては，(a) パタン形成，スピノーダル分解：低温では２つの安定な秩序相があり，温度を下げて，そのいずれかの状態の大きなクラスターが形成されていく現象は，磁性体，合金の相分離，気相液相転移など広く見られる．このような現象は（ア）$x=0$ は不安定でｘの正負に安定な固定点を各１個持つ局所ダイナミクス（イ）一様化のための拡散的なダイナミクスの２種の”手続き”を順次おこなえばシミュレートできる．(例えばロジスティックマップの代わりに $f(x)=tanh(\beta x)$ を使うこと）．実際これによりパタン形成現象

は効率よくシミュレートできる．更に秩序パラメタが保存している場合にもそのように拡散結合を修正することができ，実際この手法は従来のモンテカルロ法などより速いシミュレータを与える．(b) 結晶成長，沸騰の動力学：上の相転移のダイナミクスに更に温度場の拡散を導入し，温度場と秩序パラメタの場 x の間に潜熱を通じた結合を導入する．このことにより結晶の成長過程をおうことができる．また最近，柳田は，気相への相転移，温度の拡散，泡の上昇の３つの手続きからなるＣＭＬにより沸騰のダイナミクスをシミュレートし，核膜転移のモデルをつくった．(c) 興奮媒質中の渦巻，伝搬波：この種の現象は，化学反応，心臓のリズム等で重要であるが，安定状態と有限寿命の興奮状態をもつ局所ダイナミクスを用いることによりシミュレートできる．(d) 流体力学：流体は粒子の運動（Lagrange 的パート），粘性による拡散的結合 (Euler 的パート），そのほか浮力，コリオリ力などの手続きからなる現象としてとられえれる．最近，柳田と筆者はこういうＣＭＬのシミュレーションを試みているが，たとえば熱対流現象に関しては，実験でしられているほとんどすべてのパタンを再現できている．(e) 砂の風紋のパタン形成（西森ー大内)。以上の他にもＣＭＬの様々な応用が始まっている．要するに，適当な局所秩序パラメタを選び，手続きを形成するいくつかのダイナミクスを導入すればいいだけであ．こういう応用の中で興味深いものに，画像処理（修復）がある．ここにおいては，画像の構造，特徴を残しつつ雑音を消すことが要求される．Price らは，前者に対し，安定点を多くもつ局所ダイナミクス，後者にはＣＭＬ通常の拡散結合をとることによりうまく画像修復ができることを示した．雑音除去が画像を滑らかにするということを拡散結合で表わしたわけである．むろん，万能な方法ではないが，一つの方向を指し示している．

ＣＭＬによる情報処理のひとつの問題点は有効な”学習法”がまだ提唱されていないことであろう．最近のニューラルネットの工学的応用として，学習によるシナプスの変化が議論されているが，そのままそういう学習法がＣＭＬにあてはめられるかは不明であるし，またこの場合には本質的に新しい学習法を考えたほうがよいのかもしれない．その点において，Edelman の Neural Darwinism における大域結合をもったシナプス変化のダイナミクス，Eigen の大域結合型進化ダイナミクスは重要かもしれない．

アナログ計算機がデジタル計算機より上のレヴェルの計算能力を持つのではないかという議論が始まっている．我々のＣＭＬはこの点からいえば，アナログ並列計算機の提唱としてとらえることができる．ＣＭＬは，フォンノイマン的計算機としてのセルオートマトンより優れた計算能力を原理的には持っているはずであるが，その能力はまだヴェールに包まれている．果してそれをどのように開いて行くかは，今後のの情報処理への応用の重要な課題であろう．

9　大自由度カオス系としての進化，発生

生物では，進化，発生を通していかにそれが生成されたかまで理解しなければ，結局，工学を越えられない．そのためにも進化過程のダイナミクスのシミュレーションを行なっている．進化といっても，昔を遡ることではかならずしもなく，むしろ，発生，脳の発展，免疫系等のダイナミクス自身を一種の進化として捉えることも含んでいる．従来の進化理論では，

種間の相互作用，遺伝子間の相互作用などはあまりとりいれられていなかった。これに対し，遺伝子レヴェルでは遺伝子重複，モジュール，合体などによる相互作用重視の進化学が始まってきている．また、これまではダイナミクスといってもブラウン運動型であるか（中立説)、安定状態へ落ち込む過程であるかの場合だけしか注目されていなかったが、徐々に複雑なダイナミクスの重要性も認識されつつある。

進化において興味深いことに以下の３点がある。(１）いかにして一つ上のレヴェルが創発されてきたか?．たとえば，生命の起源，真核細胞の起源，多細胞の起源など.(こういった問題を考える上で共生という考え方を重視しようとしている．それ自身"利己的"な自己複製ユニットからいかに共生ネットワークが形成されるかを通して，細胞系，免疫系，脳の組織化，生態系の理解への手がかりが掴めると考えている.)(２）多様性の起源と維持（３）複雑性の起源と維持。以上の３点の理解のためにコンピュータ上で仮想世界をつくりこうした進化をシミュレートし，いかにレヴェルの上の現象が創発されてくるか、多様性、複雑性がいかに生じるかをみようとしている．これまでに池上（神戸大）と筆者は，協力の発生，遺伝子融合によるモジュールや遺伝子重複の発生を論じてきた．

種間の相互作用と突然変異率の進化を考慮したモデルでは，進化により，突然変異率が高く維持され、個体レヴェルの自己増殖に代わって集団レヴェルの安定性維持という、上のレヴェルの生成が実現される。動的には、弱い大自由度カオスが形成されそれによりネットワークの安定性が保たれることを見いだした．こういった弱い大自由度カオスによる安定化機構をホメオカオスと呼んだ．生態系の安定性維持機構としてのみでなく，免疫系などにも重要ではないかと考えている．ここにおいては多種の個体数の振動の間にある種の相関が生じることが必要であり、その点でGCMの振動のクラスタリングと関連してくる。

特に、突然変異はgene　spaceでの拡散と考えられるので多種の相互作用と突然変異を含む進化の問題はハイパーキューブのトポロジー上での結合カオス系となる。一方この問題はCMLの観点からは局所相互作用と大域相互作用の中間に属しておりその点からも興味がある。例えばハイパーキュウブ上のCMLとしてモデル $x_{n+1}(i)=(1-\epsilon)f(x_n(i))+(\epsilon/K)\sum_j(i)f(x_n(j(i)))$ ここで　$j(i)$　は　要素iから１ビットだけ離れた要素である．ｆ（ｘ）としては例えばロジスティックマップ $1-ax^2$ をとると，やはりここでもクラスター化が起こるが，その分かれ方は空間構造を反映していることがわかった．例えばあるgeneだけを選択しそれでクラスターに分ける，２つのgeneを選びそのビットを利用してＸＯＲで分ける，全ビット（あるいはその一部）の内の１の数によって２つに分ける（parity　check）等．遺伝アルゴリズム（genetic　algorithm）では重要なビットと，どうでもいい("don't　care")ビットを用いているがそのようなビットの重要性が自発的に形成されることがここの特徴である．また引き込みクラスターをある特徴の検出と考えると，いくつかの情報のうち重要なものを選び出しカテゴリー化を行なうことが可能になると思われる．順に分け方を変えていくカオス的遍歴も部分秩序状態では見いだされている．

多様性の進化に関しては、要素数の増殖を考慮したGCMモデルを考えている。その結果，多数のクラスターをもつ部分秩序状態においてセルの増殖が可能であることが分かった．全セルの振動が引き込んでしまうと一斉に栄養源をとりあうことになり増殖ができず，またカオスが強すぎ完全にバラバラになるとまた増殖は抑えられてしまう．これに対し部分的に引き込んだ場合はひきこんで振動している要素群はほとんど増殖せず，残りの部分が増えてい

く．このことは生殖／体細胞の分離の起源を考える上でも細胞分化と多細胞生物の起源を考える上でも興味がある．また時間的なすみわけによる成長や資源の有効利用という点では経済，コンピューターシステム（time sharing system）にも意義があるかもしれない．

10 補足

もとの原稿には、このあと複雑系研究について、人工システム構築の立場などが論じられているが、これについては、物性研究　１９９２　１２月号の複雑系研究会をめぐる討論を参照されたい。

参考文献

１)K. Kaneko, eds. Theory and Applications of Coupled Map Lattices, Wiley 1993

２) K. Kaneko, Prog. Theor. Phys. 72 (1984) 480, 74 (1985) 1033; Physica 23D (1986) 436; Physica 34D (1989) 1; 37D (1989) 60; Phys. Lett. 111A (1985) 321; 金子邦彦，日本物理学会誌 (1989) 7月号

３) K. Kaneko, Collapse of Tori and Genesis of Chaos in Dissipative Systems, (World Sci. Pub., 1986)

４)J. P. Crutchfield and K. Kaneko, in Directions in Chaos (World Scientific, 1987) 272

５)J.P. Crutchfield and K. Kaneko, Phys. Rev. Lett. 60 (1988) 2715:K. Kaneko, Phys. Lett. 149A (1990) 105

６)K. Kaneko, "Simulating Physics with Coupled Map Lattices" in Formation, Dynamics, and Statistics of Patterns, 1 (ed. K. Kawasaki et al. World. Sci. 1990)

７)K.Kaneko, Phys. Rev. Lett. 69 (1992) 905 "Chaotic Traveling Wave in Coupled Map Lattices, submitted to Physica D;

８)K. Kaneko, Prog. Theor. Phys. Suppl. 99 (1989) 263

９) L.A. Bunimovich and Ya.G. Sinai, Nonlinearity 1 (1989) 491

１０) S. Ciliberto and P. Bigazzi, Phys. Rev. Lett. 60 (1988) 286;F. Daviaud, M. Dubois, P. Berge, Europhys. Lett. 9 (1989) 441.

１１)K. Kaneko, Phys. Rev. Lett. 63 (1989)219; Physica 41 D (1990) 137; Phys. Rev. Lett. 65 (1990) 1391; J. Phys. A, 24 (1991) 2107, Physica 54 D (1991) 5; K. Kaneko "Dynamics of Clustering and Marginal Stability", in preparation

１２)K. Ikeda, K. Matsumoto, and K. Ohtsuka, Prog. Theor. Phys. Suppl. 99 (1989)295

１３)I. Tsuda, in Neurocomputers and Attention, (eds. A.V. Holden and V. I. Kryukov, Manchester Univ. Press, 1990)

１４) 津田一郎，カオス的脳観 (1990, サイエンス社)

１５) CML の最近の応用などについては、CHAOS （１９９２）vol.2 No.3 の特集号を参照されたい。

１６) Coupled Map Lattice による対流のシミュレーション；T. Yanagita and K. Kaneko, "Coupled Map Lattice for Convection", Phys. Lett.A, in press

１７） K. Kaneko and T. Ikegami, " Evolution of Sustained Mutation Rates with Homeochaotic Symbiotic Network",　Physica 56D (1992) 406; T. Ikegami and K. Kaneko, CHAOS 2 (1992)397
１８） K. Kaneko " Clustering in Hypercube Coupled Map", in preparation
１９）この他，数理科学（１９９１，６月号）なども参照されたい。