

サブゼミ 形の物理

講師 : 松浦 執 (東海大学開発工学部)

「糸状菌コロニーのフラクタル成長」

ランダムフラクタルによる特徴づけ

コウジカビコロニーのフラクタル形態

世話人 : 山内 浩 (中部大学工学部)

マンデルブロー (B.B.Mandelbrot) によって提唱されたフラクタルという概念は、自己相似性をもつあらゆる図形に適用できること、非整数次元によってあらわされることを特徴としている。その概念が提唱されて、十数年がたちました。その間、数多くの研究がなされ、今でも様々な分野に応用されています。

このサブゼミでは、これからフラクタルに関する研究をはじめようとする人を対象に、わかりやすい講義を予定しています。

糸状菌コロニーのフラクタル成長

東海大学開発工学部 松浦 執

§ 1 ランダムフラクタルによる特徴づけ

我々が自然のなかに見いだす形態は一見複雑であるが、その多くはフラクタル性を持っていることがよく知られるようになった。ここでは特に、ランダムプロセスによって進行する成長の特徴づけをフラクタル概念に基づいて行なっていきたい。不規則に見える形態の成長現象のなかに、自己相似的な成長機構を通じた一定の統制が存在するのではないか。あるいは、どの様にして自己相似性からはずれていくのか、などを見ていきたい。

《自己アファイン性》

良好な条件の培地にカビの胞子を接種すると、1週間のうちに濃密な菌糸からなるマクロなコロニーが成長する。このとき一本一本の菌糸の成長速度にはかなりのバラツキがあり、コロニーの周縁界面の形態は培養条件によっても異なる複雑な形態になっている。この様な界面の成長を特徴づけるために自己アファイン性の概念が役立つ。

簡単のために、胞子を一直線上に接種して、帯状のコロニーを成長させよう。このとき、コロニー成長は主として接種線に対して垂直方向に進む。この成長界面の「荒さ」を測りたい。まづ、コロニー界面の各点で、その点 i と接種線との距離 h_i を界面の点 i の「高さ」と定義しよう。つぎに、接種線方向に l の中の区間を設けて、その区間内での界面の平均の高さ h と「荒さ」 σ を以下のように定義しよう。

$$h = \sum h_i / N$$

$$\sigma(h, l) = [\sum (h_i - h)^2 / N]^{1/2}$$

ただし、 N は区間 l 内の成長界面の点の総数とする。

この「荒さ」 σ の大きさは、コロニーの成長と共に、即ち h の増大と共に、値が大きくなっていくと予想できる。しかしどこまでも大きくなっていくのか、それともあるところまで達すると後は一定になってしまうのかは対象にする系の成長機構に依存するだろう。

また、区間 l を広げていくと σ の計算のなかにより長波長の界面のゆらぎが含まれていくことになり、やはり σ の値も増加することが考えられる。通常、自己アファイン性と呼ばれているのは、「荒さ」 σ が l の大きさを変えていくときに次のような関係を持つ場合である。

$$\sigma(h, l) \sim l^\alpha$$

この α を自己アファイン指数と呼び、値の範囲は $0 < \alpha < 1$ である。 α の値は界面の乱れの大きさには直接関係がなく、界面の乱れがどのような相関を持つかに依存する。

《自己相似性》

不規則な樹状形態をよく見ると、樹全体の空間占有率と、樹の一部の枝系がその小さな空間を埋める占有率とが似通っていることに気づくことがある。この様な空間の被覆性に着目して、不規則形態の自己相似性や、その成長過程の自己相似性を考えることができる。

2次元平面上の不均一な形態を考えよう。その平面を一辺の大きさが ε の正方格子に区切る。このとき、形態の一部が含まれる格子の総数を $N(\varepsilon)$ 個とする。格子のサイズを変えていくときに、

$$N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-D_{\text{box}}}$$

という関係がある場合に、この形態は統計的な自己相似性を持つという。ここで、 D_{box} を box-counting フラクタル次元と呼ぶ。(同じ呼び方で少し異なった方法を指す場合もある)

成長する樹状形態が、成長過程でいつも一定のフラクタル次元を持つならば、枝の張り出し方、分岐の頻度などを決める機構も定常に保たれているはずである。あるいは、樹のどの部分も同等の成長規則に従っていることが予想される。

§2 コウジカビコロニーのフラクタル形態

カビ・キノコなどに代表される菌類は、植物や動物とは全く異なった性質を持ち、実は非常に高等な生存戦略を発揮しながら、土壌を中心とする生態環境を化学的に安定化させる役割を果たしている。特に、カビ・キノコは複雑に枝分かれした糸状の体制をしていることから、糸状菌とも呼ばれている。土壌中には微生物のコロニー、生物の死骸や排出物、水、鉱物粒子などが無数の団粒構造をなしており、気体組成・栄養・乾湿などの環境条件が極めて不均質に分布している。糸状菌の菌糸は栄養の多いところでは分枝を発生させて栄養を有効に吸収する。また、環境条件の悪いところに出くわせば、丈夫な菌糸を伸長させて脱出することができる。このように分枝成長の様式のメリットは、不均質な環境条件のなかでの生存可能性を増大させ、不均質に分布する栄養を有効に利用できるところにある。

寒天培地に孢子を接種すると、1日ほどで発芽し、菌糸を分枝成長させていく。菌糸には隔壁ができて分節したようになるが、それぞれの部屋の間には小胞体などの輸送が見られる。即ち、菌糸体は多細胞の集まりではなく、一つの大きな細胞がどこまでも拡張してできているのだと考えられる。孢子が発芽してしばらくは菌糸のテクスチャーも比較的乱れているが、コロニーが拡大し成熟するにつれて、菌糸の伸び方も極めて方向性の統一されたものになる。

細菌(バクテリア)のコロニーが培養条件に応じて実に多様な形態を示すことが近年よく知られるようになった。細菌は単細胞であるが、寒天培地状でも遊泳機能を持ち、コロニー周縁部で集団的な運動をしているのが見られ、この運動を通じてコロニーの特徴的な形態が表れてくる。糸状菌の菌糸にはこのような運動性は存在しないので、より