

超低温の世界

東北大学流体科学研究所 坪田 誠

1. 何のための超低温物理か？

そもそもどこまで温度を下げれば低温といえるのだろうか？日常生活の感覚から言えば -10°C でも低温である。それは、実は、平均気温（またはわれわれの体温）に比べて温度が低いと言っているのである。つまり、低温という言い方は、本来相対的なものであって、何かある基準温度に対して、温度が低いことを意味している。では、物理学において低温という場合、その基準温度を与えるものは何であろうか。最も簡単な例として、磁性体（スピン系）を考えよう。スピン間に働く交換相互作用が J で与えられるとすると、 $k_{\text{B}}T \gg |J|$ となる温度領域では、スピンの方向はランダムで常磁性状態である。温度が下がり、転移温度 $T_{\text{C}} \equiv |J|/k_{\text{B}}$ より低温になると、交換相互作用エネルギーを低くするようにスピンの方向が固定され、長距離秩序が発生する。この場合、 T_{C} が先に述べた基準温度になる。この T_{C} は対象とする物質、現象により異なる。たとえば、鉄の強磁性転移温度は約 1000K であるのに対し、固体 ^3He の核スピン系が秩序状態になるのは約 1mK であり、この場合は 1K でも低温とは言えない。

物理系の中にはさまざまな相互作用が存在するが、温度を下げていくと、相互作用の強い自由度から順次秩序状態に達する（エントロピーを失い、凍りついてゆく）。だから、低温物理学が対象とするのは非常に弱い相互作用によって作られる秩序状態ということになる。常温では熱雑音によって隠されていた物質の素顔は、我々の想像をはるかに超えて魅力的である。そのような現象のなかでも最も代表的なものが、超伝導であり、超流動である。量子力学では粒子像と波動像は等価であるが、常温では、物質波の位相が時間的にも空間的にもランダムであり、波動性がマクロなスケールで現われることはない。しかし、低温で実現する超伝導状態や超流動状態は、物質波の位相がマクロなスケールでコヒーレントになった巨視的量子状態なのである。

一方、低温物理学の中に、極低温物理学、超低温物理学と呼ばれる分野がある。極低温とは、普通、液体水素温度（約 20K ）以下、液体ヘリウムで到達しうる最低温度約 0.3K までの温度領域を言う。それ以下の温度を作るには、希釈冷凍機、核断熱消磁冷却が必要であり、この温度領域を超低温という。先に述べた、相互作用によって決まる基準温度をその温度範囲内にとらえた物理学が、極低温物理学、超低温物理学と言えよ

う。

ここでは、極低温・超低温物理学の代表的役者であるヘリウムに焦点をしばって話を
する。まず、極低温における液体 ^4He の超流動、次いで、超低温における液体 ^3He の
超流動、固体 ^3He について述べる。ここでは述べないが、 ^3He - ^4He 混合液における
 ^3He の超流動が μK 領域で起こると考えられており、その探索も現在の超低温物理の重
要課題の一つである。

なお、読者の多くは、以下の記述を読んだだけでは（特に超流動 ^3He と固体 ^3He の
箇所は）何のことかよくわからないと思われるかもしれない。きちんとわかりたい人は
参考文献で勉強していただきたい。

2. 超流動 ^4He

低温物理学の歴史は、オランダの Kamerlingh Onnes が気体 ^4He の液化に初
めて成功した 1908 年に始まる（Onnes は続いて、1911 年に超伝導を発見してい
る）。そもそも、ヘリウムとは不思議な物質である。ヘリウム以外のすべての物質は、
常圧下で絶対零度まで冷却すると必ず固体になるが、ヘリウムだけは違う。ヘリウム
(^4He) は 4.2 K で初めて気体から液体に変わるが、これを絶対零度まで冷却しても
液体のままである。圧力-温度の相図には次のような異常が見られる（図 1）。

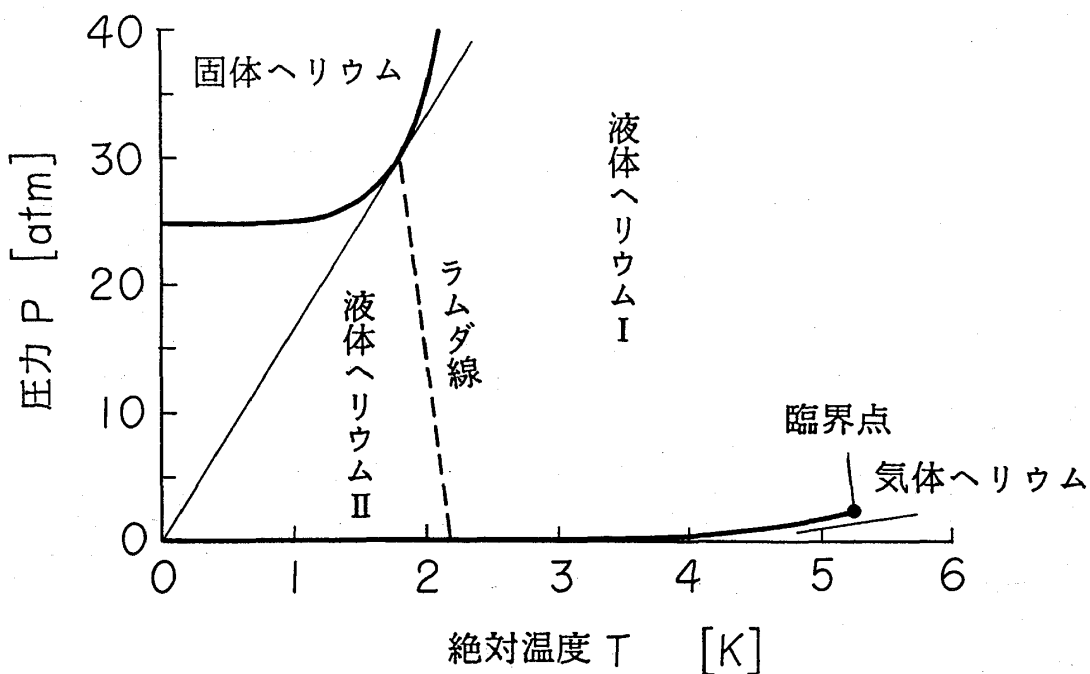


図1 ^4He の相図

- ① 気相、液相、固相が共存する三重点がない。
- ② 常圧下では絶対零度まで液体のままである。
- ③ 融解曲線 $P_m(T)$ が約 2 K 以下で水平になる。

この液体 ^4He は、さらにラムダ温度 $T_\lambda = 2.17\text{ K}$ 以下で超流動という劇的な状態に転じる（ラムダ温度よりも高温側をヘリウム I、低温側をヘリウム II という）。超流動とは、一言でいうと、液体の粘性がなくなった状態である。これに関し、1936～1938年に次の注目すべき発見がなされた。

- ① 粘性と超流動：通常の粘性流体が通れないような毛細管を、ヘリウム II は圧力差なしで通り抜ける。
- ② 超表面膜：容器に入れたヘリウム II は、壁を伝う薄膜流れを形成し、流れ出る（図 2）。
- ③ 熱機械効果（噴水効果）：熱により液体ヘリウムの流れという機械的な仕事が生じる。
- ④ 超熱伝導：ヘリウム I がヘリウム II になると、熱伝達がよくなる。

このような現象をどう理解すべきかに関して、F. London は、Bose 粒子である ^4He 原子の Bose-Einstein 凝縮 (BEC) が超流動転移の本質であると考えた。量子統計力学によれば、理想 Bose 気体は T_B 以下の温度で、BEC を起こしマクロの数の粒子が基底状態に落ち込む。ただし、 T_B は次式で与えられる。

$$T_B = \frac{2\pi\hbar^2}{m_4 k_B} \left(\frac{N}{2.612V} \right)^{2/3}$$

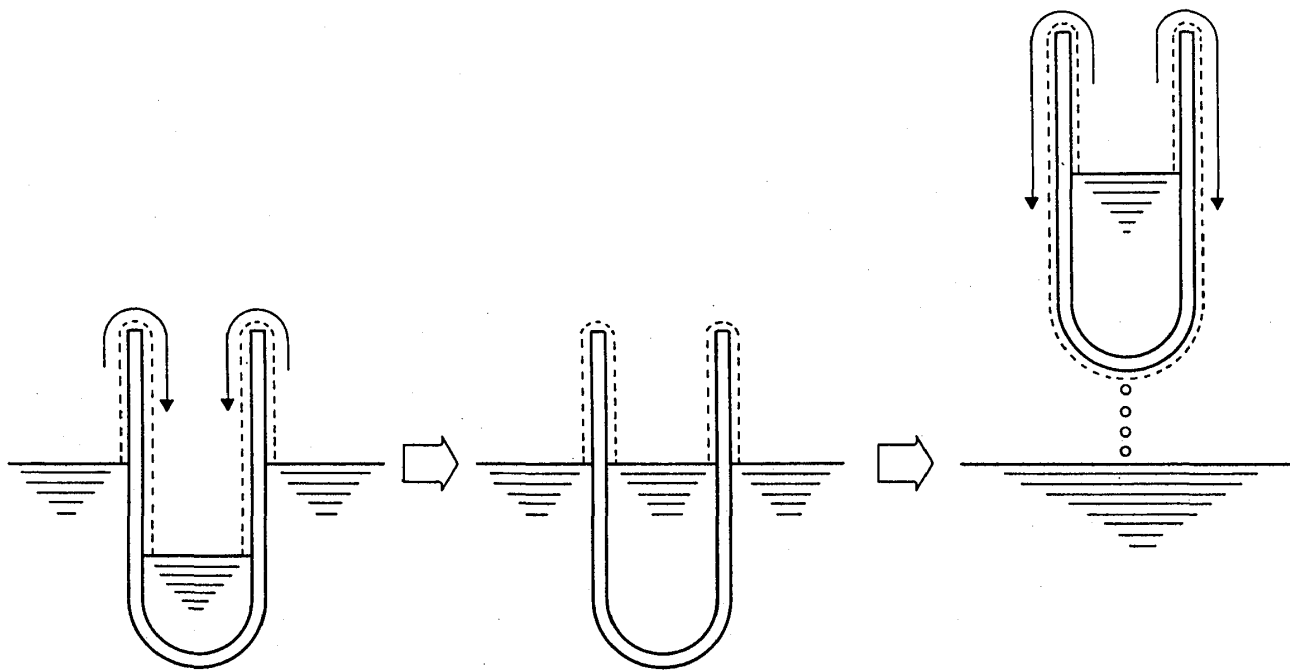


図 2 超表面膜現象

液体 ^4He の場合にこの T_B を評価すると、 $T_B=3.1\text{K}$ となり、 T_λ に非常に近い。もちろん、実際の液体 ^4He は、原子間相互作用（特に強いハードコアの斥力）があるため、決して理想Bose気体ではない。しかし、中性子散乱などの実験や理論的評価によると、最低エネルギー状態にある原子数は全原子数の約10%程度にも達し、本質的にはBECが起きているものと考えられる。

L. TiszaはLondonのアイディアを現象論的に発展させて、2流体モデルを提出した。このモデルでは、ヘリウムIIは、超流体と常流体の混合したものとして記述される。超流体が非粘性、エントロピー零の完全流体であるのに対し、常流体は通常の粘性流体としてふるまう。両者は層流状態においては独立に運動する（ただし、乱流状態になると両者の間に相互摩擦力が働く）。常流体の密度 ρ_n は $T=0\text{K}$ では0で、 $T=T_\lambda$ で全密度 ρ に等しくなるまで増加する。一方、超流体の密度 ρ_s は $\rho-\rho_n$ である。この2流体モデルは、先に述べた超流動の特徴的現象をよく説明できる。さらに、2流体モデルの決定的成功は、第2音波（温度波）の存在を予言し、それが実験で確認されたことである。

さて、超流体がエネルギー散逸することなく管内を流れるということを、どう理解すればよいのだろうか。それには励起状態を知らねばならない。ヘリウムIIの素励起は図3に示すLandauスペクトルに従う。運動量 p の小さい領域の素励起はフォノンと呼

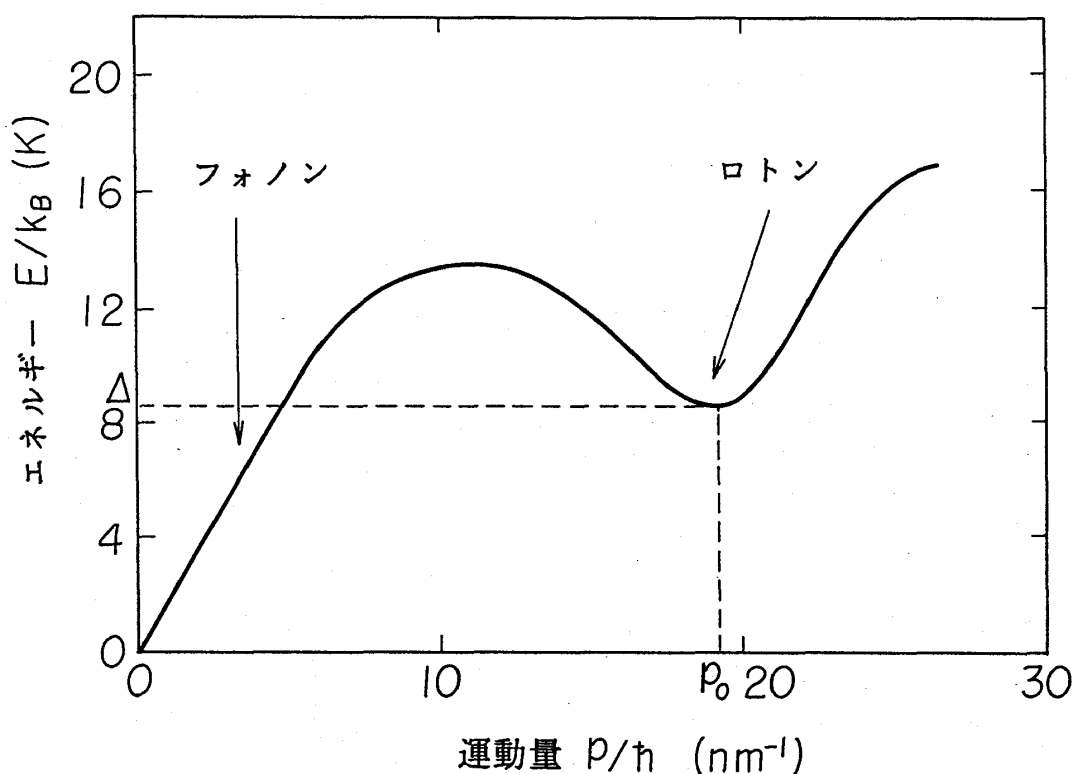


図3 Landauスペクトル

ばれ、そのエネルギー ε は

$$\varepsilon = cp$$

で与えられる。ここで、 $c=239\text{m/s}$ は音速である。また、図の極小値付近の素励起はロトンと呼ばれ、

$$\varepsilon = \Delta + \frac{(p-p_0)^2}{2\mu}$$

の関係が成り立つ。ここで、 $p_0/\hbar=19.1\text{nm}^{-1}$ 、 $\Delta/k_B=8.65\text{K}$ 、 $\mu=0.16m_4$ である。なお、フォノン、ロトンという呼称は慣習上のもので、素励起のスペクトルそのものは一本の連続曲線である。Landauスペクトルのもとで、ヘリウム IIがある臨界速度以上で流れると、超流動性が破壊されることを示そう。今、流体が制止している座標系を考え、流体中を質量 M の物体が速度 $\mathbf{v}_1$ で動いているとする。この時、運動量 $\mathbf{p}$ 、エネルギー $\varepsilon(\mathbf{p})$ の素励起が1個生成され、物体の速度が $\mathbf{v}_1$ から $\mathbf{v}_2$ に減少したとする。エネルギー、運動量の保存則から

$$\frac{1}{2}M|\mathbf{v}_1|^2 = \frac{1}{2}M|\mathbf{v}_2|^2 + \varepsilon(\mathbf{p})$$

$$M\mathbf{v}_1 = M\mathbf{v}_2 + \mathbf{p}$$

両式から $\mathbf{v}_2$ を消去し、 M が十分大きいとすると、

$$|\mathbf{v}_1| \geq \varepsilon(\mathbf{p})/|\mathbf{p}|$$

を得る。これが、素励起が生成するための条件、即ち、超流動が壊れる条件である。従って、臨界速度 v_c は

$$v_c = [\varepsilon(\mathbf{p})/|\mathbf{p}|]_{\min}$$

で与えられる。Landauスペクトルの場合、 $\varepsilon(\mathbf{p})/|\mathbf{p}|$ の最小値を与える素励起はロトンに相当し、 $v_c \equiv \Delta/p_0 = 58\text{m/s}$ となる。原子間相互作用が無く $\varepsilon = p^2/2m$ となる場合は、 $v_c=0$ となり、超流動にはならない。したがって、超流動になるためには原子間相互作用が不可欠である。なお、実際の超流動は、ここで求めたものよりはるかに低い流速（管の形状や表面荒さにもよるが）で乱流状態に移り、壊れる。この現象には、次に述べる量子渦が深く関与している。

ヘリウム IIを容器に入れて回転させたり、管内を流すと、特有の量子渦が発生する。Bose凝縮系を記述する巨視的波動関数が空間座標の一価関数であるという要請から、超流動速度場 $\mathbf{v}_s(\mathbf{x})$ の、閉曲線 C の回りの循環 $\kappa = \oint_C \mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{l}$ は、 $\kappa = nh/m_4$ と量子化される（ n は整数）。ただし、実際に観測されているのは $n=1$ に相当する渦である。また、渦芯の半径 a_0 は $1\text{\AA}$ 程度の原子のオーダーであることがわかっている。この a_0 は巨視的波動関数のコヒーレンス長を反映している。超流動乱流と量子渦の関係については、参考文献を参照されたい。

3. 超流動 ^3He

BCS 理論が超伝導の解明に成功した後、電子と同様のフェルミ粒子からなる液体 ^3He も超流動になることが理論的に予測された。液体 ^3He は $T_F \approx 0.1\text{K}$ 以下でフェルミ縮退するが、mK 領域で超流動になることが、1972年、Osheroff 達によって発見された。 ^3He もクーパー対を作ることによって超流動になる点は超伝導と同じだが、クーパー対の構造が異なる。超伝導のクーパー対は、フォノンを介した電子間引力によって形成され、軌道角運動量 $L=0$ の s 波 (スピン 1 重項) 対である (^1S 対)。一方、超流動 ^3He のクーパー対の場合は、ハードコアの斥力によって生じる分極スピンを介して引力が働き、 $L=1$ の p 波 (スピン 3 重項) 対である (^3P 対)。そのため、クーパー対の波動関数が球対称でなくなり、内部自由度をもつ異方的“超伝導”となる。現在では、異方的超伝導は重い電子系 (CeCu_2Si_2 , UPt_3 など) でも起こることが知られているが、超流動 ^3He は初めて発見された異方的“超伝導”であった。クーパー対がもつこの内部自由度のため、超流動 ^3He の物理は実に多彩である。温度-圧力-磁場相図を図4に示す。

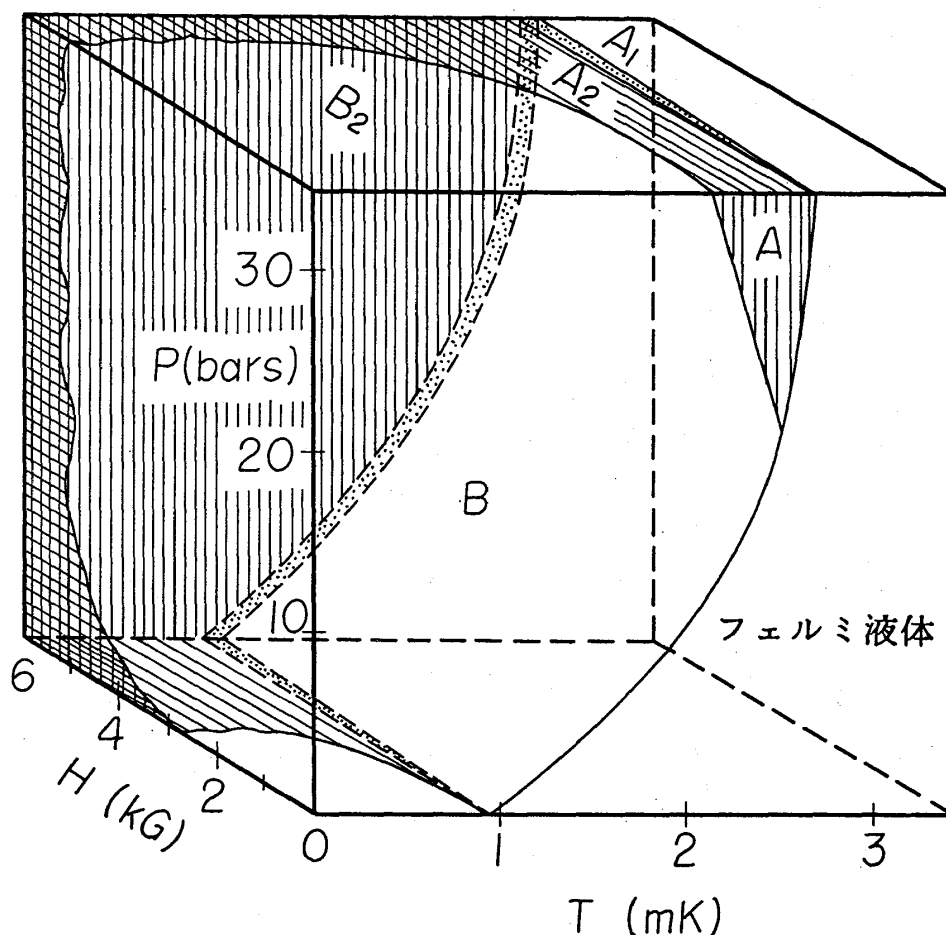


図4 超低温における ^3He の温度-圧力-磁場相図

磁場が無いときには、A相、B相という二つの超流動相が存在する。磁場中では、さらに、 A_1 相が現われる。

³P対の超伝導はどのように記述されるのであろうか？秩序パラメタは、スピン成分 μ と軌道成分 j で指定される $3 \times 3 = 9$ 個の複素量 $A_{\mu j}$ で与えられる（これが初学者には少々とっつきにくいのだが）。先に述べた3つの超流動相はこの秩序パラメタで特徴づけられる。たとえば、B相では、3つのスピン状態 $|\uparrow\uparrow\rangle$ 、 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)$ 、 $|\downarrow\downarrow\rangle$ の全てが実現しており、フェルミ球でのエネルギー・ギャップは等方的である。一方、A相は、 $|\uparrow\uparrow\rangle$ と $|\downarrow\downarrow\rangle$ の2つの状態から成り、フェルミ球の極点でのみギャップがなくなる。

超流動³Heの物理の面白さのひとつは、本来、秩序パラメタがもっている自由度が、種々の条件によりどのようにして減っていくか（言い換えれば、どのようにして対称性が破れていくか）、そしてそれがどのような物理現象として現われるかという点である。GL (Ginzburg-Landau) の自由エネルギーは、スピン空間および軌道空間における回転不変性、およびゲージ変換不変性から、次の形をとることがわかる。

$$F = -\alpha A_{\mu i}^* A_{\mu i} + \beta_1 |A_{\mu i} A_{\mu i}|^2 + \beta_2 (A_{\mu i}^* A_{\mu i})^2 + \beta_3 A_{\mu i}^* A_{\mu j} A_{\nu i}^* A_{\nu j} \\ + \beta_4 A_{\mu i}^* A_{\mu j} A_{\nu j}^* A_{\nu i} + \beta_5 A_{\mu i}^* A_{\mu j}^* A_{\nu i} A_{\nu j} \\ + K_1 \partial_i A_{\mu i}^* \partial_j A_{\mu j} + K_2 \partial_i A_{\mu j}^* \partial_i A_{\mu j} + K_3 \partial_i A_{\mu j}^* \partial_j A_{\mu i}$$

ここで、秩序パラメタについては4次までの項、その空間微分については2次までの項を残している。この状態に、次のようなエネルギーが加わると、秩序変数の対称性が次々とこわれてゆく。

$$\textcircled{1} \text{核スピン間の双極子相互作用: } F_D \propto \sum_{ij} \left[A_{ii}^* A_{jj} + A_{ij}^* A_{ji} - \frac{2}{3} A_{ij}^* A_{ij} \right]$$

$$\textcircled{2} \text{外部磁場 } \mathbf{H} \text{ による項: } F_H \propto H_\mu A_{\mu i}^* H_\nu A_{\nu i}$$

また、壁の近くでは秩序変数の抑圧が起こる。これらの条件はいずれも実験的に作りうるものである。

秩序変数のもつこのような内部自由度が、テクスチャー（織目構造）、回転系における渦糸、スピン動力学、コレクティブ・モードといった、超流動³He独特の世界を繰り広げてゆくのである。

4. 固体 ^3He

超流動 ^3He の発見と前後して、超低温における固体 ^3He の研究が進められていた。固体を構成する ^3He 原子は、絶対零度においても、その振幅が格子間隔の約30%にも及ぶ量子力学的零点振動を行っている。そのため、近接原子間には波動関数の重なりによるトンネリングが生じ、核スピン間の(直接)交換相互作用が生まれる。このように、量子効果が強く効く固体を量子固体という。この交換相互作用はmKのオーダーであり、融解曲線上の ^3He の場合、原子は、およそ1秒間に1万回程位置を変えている。

固体 ^3He の BCC (体心立方構造) 結晶では、2体の交換だけではなく、3体、4体(正確な磁気相図を記述するには6体まで)の交換相互作用も重要と考えられている(図5)。4体の交換相互作用まで考慮したスピン・ハミルトニアンは

$$H = -2 \sum_n J_n \sum_{(i,j)}^{(n)} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - 4 \sum_{\alpha} K_{\alpha} \sum_{(i,j,k,l)}^{(\alpha)} [(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j)(\mathbf{S}_k \cdot \mathbf{S}_l) + (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_l)(\mathbf{S}_k \cdot \mathbf{S}_j) - (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_k)(\mathbf{S}_j \cdot \mathbf{S}_l)]$$

と表わされる。

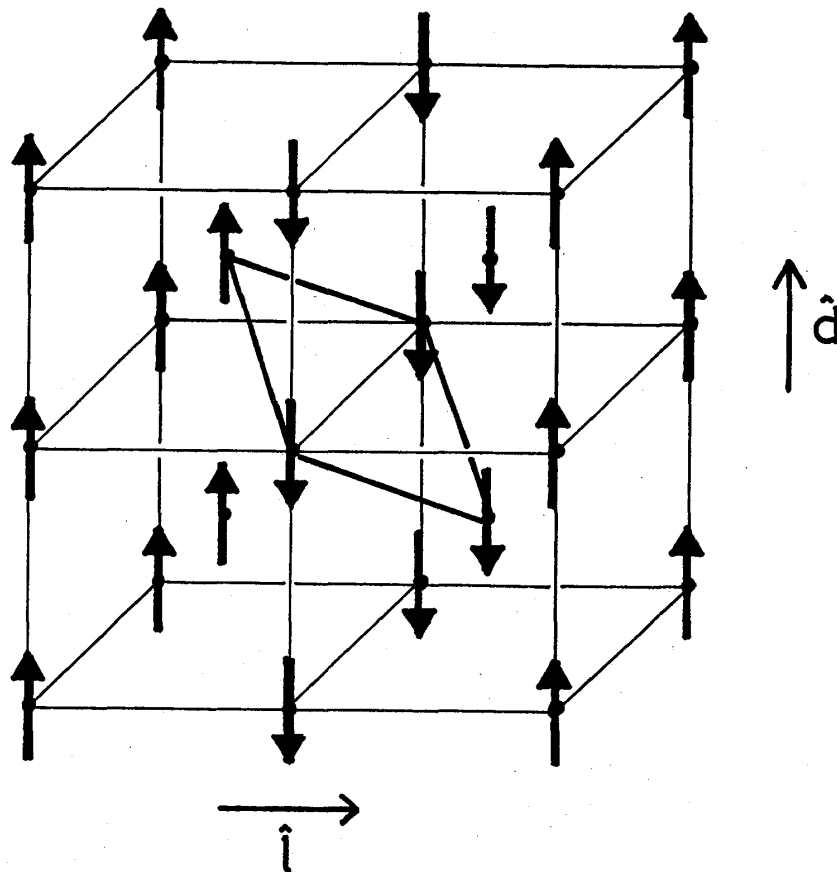


図5 U2D2構造とPlanar型4体交換相互作用

ここで、 $\sum_{(i,j)}^{(n)}$ は第 n 隣接スピンについての和、 $\sum_{(i,j,k,l)}^{(\alpha)}$ は α 型の配列をしたスピンの組 (i,j,k,l) についての和を表わす。3 体の交換相互作用は、2 体の交換相互作用にくりこまれている。このスピン・ハミルトニアンにより、磁気相転移温度以上の熱力学および磁氣的性質はおおよそ理解されるが、ではこのような相互作用のもと、転移温度以下でどのような磁気構造が実現するのであろうか。このスピン系は、全ての交換相互作用エネルギーを最低にするスピン配置は無いという意味でフラストレーション系になっていて、理論的予測は容易ではなかった。この問題には多くの超低温研究者が挑戦したが、1980年、Osheroff 達が NMR 実験を行い、精密なデータの解析から、図5のような特異な反強磁性構造が実現していると結論した。この秩序相は、全てのスピンの上を向いた強磁性面と、下を向いた強磁性面が Up-Up-Down-Down と並んでいるため UUD-Down 相、または U2D2 相と呼ばれる。これで、秩序相の解明は一段落したが、磁気相図、交換相互作用の性質、スピン動力学などの研究が現在も活発に行われている。

一方、10 MPa 以上の圧力下で現われる固体 ^3He の HCP (六方最密構造) 結晶では、その対称性から 3 体の交換相互作用が重要であり、強磁性への転移が予想されている。事実、正のキュリー・ワイス温度が観測されるなどその兆候が見られる。しかし、現在、40 μK まで冷却した実験が行われているが、まだ磁気相転移そのものは観測されていない。

参考文献

ここでの選択は筆者の全く個人的好みによるもので、網羅的ではない。念のため。

啓蒙書・教科書

渡辺：超流動から超伝導へ (大月書店、1991)

恒藤敏彦：超伝導・超流動 (岩波講座現代の物理学 17) (岩波書店、1993)

超伝導の基礎、超流動 ^3He から、高温超伝導など最新の話までまとめた含蓄ある書物。

阿部龍蔵・斯波弘行編：超低温の物性物理 (培風館、1986)

超流動 ^4He

J.Wilks and D.S.Betts: *An Introduction to Liquid Helium*(Oxford Univ. Press, 1987)

文字どおり、わかりやすい入門書。超流動 ^3He の記述もある。

R.J.Donnely: *Quantized Vortices in Helium II*(Cambridge Univ. Press, 1991)

量子渦に関する研究をまとめたもの。

I.M.Khalatnikov: *Introduction to the Theory of Superfluidity*(Benjamin, 1965)

Landau 学派の流体力学的取り扱いに詳しい。

坪田誠: ”量子渦糸の運動と超流動乱流” 日本物理学会誌 48 (1993) 198

超流動 ^3He

A.J.Leggett: Rev. Mod. Phys. 47(1975)331

P.W.Anderson and W.F.Brinkman: in *The Physics of Liquid and Solid Helium, Part II*
(ed. by K.H.Bennemann and J.B.Ketterson), p.177(Wiley, 1978)

この2編は代表的な古典的レビュー。

D.Vollhardt and P. Wolfle: *The Superfluid Phases of Helium 3* (Taylor and Francis, 1990)

超流動 ^3He の研究の集大成。”辞典”であって、読破は無理。

固体 ^3He

長岡洋介: 超低温における固体ヘリウム (物理学最前線3、大槻義彦編) (共立出版、1983)

著者独特のわかりやすい解説。

M.Roger, J.H.Hetherington and J.M.Delrieu :Rev. Mod. Phys. 55(1983)1

多体交換相互作用に詳しい。

M.C.Cross and D.S.Fisher: Rev. Mod. Phys. 57(1985)881

スピン動力学、特にU2D2相同定の理論的考察が詳しい。

D.D.Osheroff: J. Low Temp. Phys. 87 (1992)297

BCC相の核磁性に関する最新のレビュー。