重力多体系の二体緩和とブラウン運動に付いて

京大・物理　山城稔暢

重力多体系の緩和過程としては violent relaxation と呼ばれるものと二体緩和の二つが考えられてきたが、様々な数値シミュレーションの結果は violent relaxation が完全な緩和過程ではない（系を力学的平衡には導くが、熱力学的平衡まで実現する事はない）事を示唆してきた。こうした事実は残されたもう一つの緩和過程である二体緩和の重要性を一層増すものといえる。そこで重力多体系の二体緩和がどの様なものであったか、振り返ってみる。

重力多体系に所属する i 番目の粒子（試験粒子）の受ける加速度 $-\nabla\psi$ は一般に他のすべての粒子からの重力加速度の和であるが、この様な場の量としての加速度を適当な方法で smoothing する事を考える。この平滑化した加速度（重力場）を平均場と呼ぶことにすると、平均場は比較的大きなスケールでは元の重力場を忠実に再現するものの、小さなスケールでの再現性は悪いと思われる。故に元の重力場 $\nabla\psi$ は平均場 $\nabla\langle\psi\rangle$ と平均場に対する補正項 $-m_i^{-1}\mathbf{f}$ との和で表される。すなわち

$$\nabla\psi = \Sigma_{j\neq i}^{N}\frac{m_j\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3} = \nabla\langle\psi\rangle - m_i^{-1}\mathbf{f} \tag{01}$$

ここで補正項 $m_i^{-1}\mathbf{f}$ は主として小さいスケールにおける重力場の構造を反映するから、一般にランダムな性質を持つと期待される。そこで以下 $\mathbf{f}$ を単にランダム力（場）と呼ぶことにする。こうして重力場を便宜的に平均場 $\nabla\langle\psi\rangle$ とランダム場 $\mathbf{f}$ に分解すると、前者は系全体の大ざっぱな力学的構造を反映するものであり、後者では個々の粒子間の相互作用の詳細が扱われていることが分かる。今、（試験）粒子の運動が平均場及びランダム場によって決定されると思うと、平均場が支配的な緩和過程を violent relaxation 、ランダム場が支配的な緩和過程を二体緩和と呼んだのであった。系が力学的平衡にないときは、一般に平均場の時間変動が激しく起こり系の進化は平均場が支配するようになる。（力学的平衡に向かいつつある系でランダム場による緩和が無視できる事、及びその条件は Progress Vol.91 No.1 に掲載予定の論文参照）この過程が violent relaxation であるが、1) 平均場の変化は完全に系の初期状態に依存するので、系から初期状態の情報を消すのに必ずしも

適切ではない事、2) 平均場の変動自体が系の熱力学的平衡を待たずに、力学的平衡の達成された時点で終わってしまう事、の二点により完全な緩和過程とはならない。平均場による緩和が衰えると、ランダム場による緩和（二体緩和）が支配的になる。二体緩和では、1) ランダム場の変化は「いわゆる」（すなわち、巨視的な）初期状態に依存しないので、コンスタントに働き続ければ必ず初期状態の情報を消していくと期待される事、2) ランダム場の変化は系がいかなる状態にあっても継続するため、系の熱力学的平衡が達成されるまで（された後でも）系の状態を（よりランダムな方へ）変え続ける事、の二点により完全に熱力学平衡が実現されると期待される。まとめると、何らかの初期状態から進化した系はまず平均場による緩和を経て力学的平衡に達し、その後ランダム場による二体緩和を受けて最終的な熱力学平衡に到ると思われる。

ここでは力学的平衡に達した系が二体緩和によって最終的に熱力学平衡に向かう過程を考察する。力学平衡以降の系の進化は重力場の式(01) において平均場 $\nabla\langle\psi\rangle$ が定常になったものとして考える事が出来る。この時、試験粒子を熱平衡に導きうるのはランダム力のみである。ランダム力により試験粒子が熱平衡に向かう過程はブラウン運動としてよく知られている。しかし、ブラウン運動では試験粒子が定常な媒質（熱浴）中を運動するのに対し、二体緩和では試験粒子の運動する媒質が試験粒子と同等な物理的性質を持った粒子の群れなので試験粒子と媒質の進化を無矛盾に解かねばならず、問題はいくらか複雑である。この様な問題は重力多体系と同様の基礎方程式を持つプラズマ物理の分野で考察されており、その結果は重力多体系にも適用できる。

これに対し、重力系の二体緩和がプラズマその他の系と決定的に異なる可能性もある。これは、重力が電磁気力などの他の力と違って遮蔽距離というものを持たない事に起因している。重力以外の力の場合にはこの遮蔽距離（以下λ）のために、ランダム力として試験粒子の運動に影響を与え得るのは試験粒子から距離λ以内にある粒子の重力だけである。したがって、

1) このとき力学平衡以降の変化のない平均場の下で、（試験）粒子がその速度を知る事が出来る粒子は（ランダム力を介して運動の分かる）距離λ以内のものだけである。ところが、

2) 重力の場合はこの様な自明な遮蔽距離がない* （$\lambda = \infty$）ので力学的平衡以降、平均場の変化から他の粒子の運動が分からない状況であっても（試験）粒子が（ランダム力を通じて）系全体の粒子の運動を知る可能性がある。

両者が実際の緩和過程においてどの様な違いとして現れるかを明確にするために次のような系を考える。すなわち、系は力学平衡にあり、重力は粒子の回転が支えているとする。ただし、系の中心及び外周部で粒子の回転方向が全く逆で系の全角運動量がちょうど零であるとする。この系の熱平衡状態では中心部と外周部の角運動量が交換されて、系の角運動量分布はいたるところ零になると期待される。ここで、もし

1) 重力によるランダム力に実効的な遮蔽距離があるとすると、系の最も中心（外側）に位置する粒子は外側（内側）の粒子が反対向きに回転しているという事を直接に知る手だてはなく、隣の粒子から「人づて」に聞くほかない。つまり、角運動量の交換（輸送）は内側と外側の境界部分からじわじわ他の部分へ波及し、やがて全体の角運動量が均一化する事になる。これに対し、

2) 重力によるランダム力に遮蔽距離がないなら、系の最も中心（外側）に位置する粒子でも系の全角運動量が零である事をランダム力の変化から直接に知る事ができる。したがってこの場合には隣の粒子の変化を待たず、有りとあらゆる場所の粒子がいっせいに角運動量を交換する可能性がある。このとき、本来ランダム力による微視的なプロセスである筈の二体緩和が（角運動量の輸送過程を必要とせず、系全体で同時に変化が起こるという意味で）巨視的な緩和過程として振る舞う事になる。

通常、我々がよく知っている緩和のプロセスは 1) の様なもので 2) の様な例は他に聞かない。もし、2) の様な現象が実現すれば重力系に固有の非常に興味深い現象となろう。著者はこの事を二次元の数値シミュレーションで調べる予定である。

---

* 重力の場合でもランダム力に対しては遮蔽距離が存在するという考えもある。遠方の粒子が作る重力は弱いので、遠方の粒子については試験粒子近傍の粒子一個と等しい影響を持つように等距離にあるものだけでグループを作る事にすると、遠くへ行くにつれ非常に多くの粒子を束ねる事になり、その合力はランダム的ではなくなる。それ故、重力によるランダム力にも実効的な遮蔽距離（$\lambda =$ 平均粒子間隔）が存在する、とするものである。