

## Gunn 効果素子における非周期的電流振動

広大理 生塩 研一 八幡 英雄

### 1 はじめに

$n$ -GaAs のような半導体を用いた Gunn 効果素子は、あるしきい値を超えた高電場 (数 kV/cm) を印加するとマイクロ波領域の周期的電流振動を発生する。この現象は、1963年に Gunn が最初に発見してから十数年間、実験・理論の両面にわたって幅広い研究がなされ<sup>1-5)</sup>(実験の他に計算機によるデバイス・シミュレーションが、高電場ドメインのような複雑な空間構造を持つ強い非線形輸送現象の解明に極めて重要な役割を持つようになってきている<sup>6-14)</sup>)、その基本的なメカニズムは解明されたと考えられている。つまり、素子の陰極で形成され、陽極で消滅するといった高電場ドメイン (領域) の周期的伝播によるものである。このドメインの形成は、高電場ほど低ドリフト速度を示すという Ohm 則とは異なった負性微分移動度 (NDM) なる電流-電圧特性の非線形性に起因する。さらに、NDMは運動量空間における電子遷移により説明される (transferred-electron 効果)。

系が熱平衡からかなり離れた状態で動作していることと伝播ドメインの時間-空間的構造形成に不可欠な電流-電圧特性における非線形性から、Gunn 振動は散逸構造の一例だと考えられる。そのような場合、適当な条件下でカオスの電流振動が発生するかもしれないと考えるのは極めて自然なことであろう。半導体におけるカオス現象は近年かなり注意をひかれてきたが、そのほとんどは S 形 NDM を示す (Gunn 効果は N 形) 半導体に関するもので、衝突電離によるキャリア生成に起因するものであった<sup>15)</sup>。それに対して、我々の知る限り Gunn 効果素子におけるカオス現象は実験的にもほとんど報告されていないし、コンピュータ・シミュレーションも S 形ほど広く扱われていないようである。

### 2 支配方程式と解法

Gunn 効果素子に対し、 $n^+ - n - n^+$  GaAs のサンドウィッチ構造をもった 1 次元モデルを考える。位置  $x$ 、時刻  $t$  における電流密度  $J(x, t)$  は、ドリフト項と拡散項からなるとした。

$$J(x, t) = qN(x, t)v(E(x, t)) - qD \frac{\partial N(x, t)}{\partial x} \quad (1)$$

ここで、 $N(x, t)$  は電子キャリア密度、 $E(x, t)$  は電場、 $v$  は電子ドリフト速度、 $D$  は拡散定数である。電子が陽極の方向にドリフトするように電場  $E(x, t)$  は陰極方向を正にとった。電位  $\Phi(x, t)$  は、

$$E(x, t) = \frac{\partial \Phi(x, t)}{\partial x} \quad (2)$$

となり、電位と電子密度は Poisson 方程式により関係付けられるので、

$$\frac{\partial^2 \Phi(x, t)}{\partial x^2} = -\frac{q}{\epsilon}(N(x, t) - N_d(x)) \quad (3)$$

となる。ここで、 $q$  は電子電荷、 $\epsilon$  は誘電定数、 $N_d(x)$  はドナー・ドーピング密度で定常的とした。電子電荷の時間発展は連続の式に従う。

$$q \frac{\partial N(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial J(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

GaAs における伝導電子のドリフト速度-電場特性は transferred-electron 効果に基づき、次のように定性的に表現される。

$$v(E) = \frac{\mu_1 + \mu_2 R \exp(-\frac{\Delta E}{kT_e})}{1 + R \exp(-\frac{\Delta E}{kT_e})} E \quad (5)$$

$$E^2 = \frac{3k}{2q\tau_e} (T_e - T_L) \frac{1 + R \exp(-\frac{\Delta E}{kT_e})}{\mu_1 + \mu_2 R \exp(-\frac{\Delta E}{kT_e})} \quad (6)$$

ここで、 $\mu_1, \mu_2 (\mu_1 \gg \mu_2)$  はそれぞれ低エネルギー極小位置、高エネルギー極小位置の電子移動度、 $\Delta E$  は2つの極小位置のエネルギー差、 $R$  は2つの極小位置の状態密度比、 $T_L$  は格子温度、 $T_e$  は電子温度、 $\tau_e$  は誘電緩和時間、そして  $k$  は Boltzmann 定数である。

方程式 (6) から  $E$  に対して  $T_e$  が数値的に求まり、 $E$  とその  $T_e$  より方程式 (5) から  $v$  が求まる。GaAs の室温におけるパラメータは、 $\mu_1 = 6200[\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}]$ 、 $\mu_2 = 50[\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}]$ 、 $\Delta E = 0.31[\text{eV}]$ 、 $R = 94$ 、 $T_L = 300[\text{K}]$ 、 $\tau_e = 1 \times 10^{-12}[\text{s}]$  である。 $v(E)$  曲線は Fig.1 に示した。GaAs と似た性質をもつ InP についての  $v(E)$  曲線も同時に示しておいた。電場が  $3 \sim 4[\text{kV}/\text{cm}]$  までは線形で Ohm 的であり、それを超えると負の傾き (NDM) を示しているのがわかる。

計算で用いたドナー・ドーピング密度  $N_d(x)$  は Fig.2 に示した。 $n^+ - n - n^+$  構造を反映して端の領域が高密度になっており、左端が陰極、右端が陽極に接触するものとした。そして、低密度領域の陰極側にドーピング密度の低い領域 (doping-notch) を組込んだ。高電場ドメインは陰極付近で形成されると考えられており、この doping-notch によってそれが比較的簡単に達成されることから、このモデルは広く用いられている<sup>6,10,12,13</sup>。

方程式 (1) ~ (4) を無次元化し、差分化することで数値的に解き、解の挙動を調べた。方程式 (1) と (4) から  $J(x, t)$  を消去すると、

$$\frac{\partial N(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial(N(x, t)V(x, t))}{\partial x} - D \frac{\partial^2 N(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (7)$$

カオスが現れるかどうかといった sensitive な問題において陽的有限差分法は幻影解を与える可能性がある<sup>17)</sup>ので、拡散項に対し半陰解法の Crank-Nicholson 法を、移流項に対し2段階 Lax-Wendroff 法を用いた。方程式 (7) の差分方程式は次のとおりである。

$$N_{i+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{N_i^k + N_{i+1}^k}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (N_{i+1}^k \frac{V_{i+1}^k + V_i^k}{2} - N_i^k \frac{V_i^k + V_{i-1}^k}{2}) \quad (8)$$

$$N_i^{k+1} = N_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (N_{i+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} V_i^k - N_{i-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} V_{i-1}^k) + \frac{D\Delta t}{2(\Delta x)^2} (N_{i+1}^{k+1} - 2N_i^{k+1} + N_{i-1}^{k+1}) + \frac{D\Delta t}{2(\Delta x)^2} (N_{i+1}^k - 2N_i^k + N_{i-1}^k) \quad (9)$$

初期条件は次のとおり。

$$N(x, 0) = N_d(x) \quad , \quad \Phi(x, 0) = \frac{x}{l} \Phi_{dc} \quad (10)$$

ここで、 $l$  は規格化された素子長である。境界条件は、

$$N(0, t) = N_d(0) \quad , \quad N(l, t) = N_d(l) \\ \Phi(0, t) = \Phi_{dc} - \Phi_{rf} \cos 2\pi f_0 t \quad , \quad \Phi(l, t) = 0 \quad (11)$$

ここで、 $\Phi_{dc}$  は電位差の直流成分、 $\Phi_{rf}$  は交流成分の振幅、 $f_0$  はその振動周波数である。

パラメータは、 $L_0 = 6.0 \times 10^{-3}[\text{cm}]$ 、 $N_0 = 1.4 \times 10^{15}[\text{cm}^{-3}]$ 、 $V_P = 1.44 \times 10^7[\text{cm}/\text{s}]$ 、 $E_P = 3.5 \times 10^3[\text{V}/\text{cm}]$ 、 $D = 200[\text{cm}^2/\text{s}]$ 、そして  $\epsilon = 12.4\epsilon_0 = 1.11 \times 10^{-12}[\text{F}/\text{cm}]$  とした。これらは、通常の GaAs Gunn 効果素子において典型的な値である<sup>4,5</sup>。空間についての分点数は 300 で、時間のきざみ幅は  $\Delta t = 0.01$  とした。

### 3 直流電位差における挙動

$\Phi_{rf} = 0$ 、つまり直流電位差における電流振動について調べた。60年代及び70年代の広範な実験やコンピュータ・シミュレーションから、 $\Phi_{dc}$ の大きさによっていくつかの電流振動モードが出現することがわかっている<sup>2-5)</sup>。まず、我々のモデルでそれらが出現するかどうかを確かめた。

$\Phi_{dc}$ が小さい場合、陰極付近の notch 領域における非均一な電場から高電場ドメインの生成はなく、定常的な電流振動を示した (Fig.3(a)、4(a))。このモードは Ohmic mode と呼ばれる。

$\Phi_{dc}$ が大きい場合、notch 領域で高電場ドメインが形成され陽極方向にドリフトした。その間、notch 領域での新しいドメインの形成はなく、伝播中の高電場ドメインが陽極に達し消滅して新しいドメインが notch 領域で形成された (Fig.3(c)、4(c))。このため、高電場ドメインが素子中を伝播する周波数で決まる電流振動が発生した。このモードは transit-time mode と呼ばれる。

$\Phi_{dc}$ が中程度の場合、高電場ドメインの成長があまり強くないため伝播中のドメインと notch 領域の電場のこぶとの間に競争が起き、ついには伝播中のドメインが陽極に達する前に消滅した (Fig.3(b)、4(b))。このため、transit-time mode よりも高周波の電流振動が発生した。このモードは quenched mode と呼ばれる。

以上の結果は Grubin らによる外部回路を含んだモデルにおいても出現したものである<sup>4,9)</sup>。Fig.5 に先の3つのモードに対する陽極における電流密度  $J(l, t)$  を、Fig.6 に notch の深さ  $H_0$  及び  $\Phi_{dc}$  と電流振動モードの関係を示した。

### 4 直流及び交流電位差における挙動

電位差が定常的でなく、しかも前節で述べた異なるモードに対応する範囲の値をとるとき如何なる電流振動を示すであろうか。そこで、 $\Phi(0, t) = \Phi_{dc} - \Phi_{rf} \cos 2\pi f_0 t$  なる電位差により駆動された系を考えた。 $\Phi_{dc}$  を transit-time mode に対応する値に固定し、 $\Phi_{rf}$  と  $f_0$  を制御パラメータとして調べたところ、次の2つのタイプの電流振動を得た。(i) 準周期的電流振動、(ii) 周期倍加分岐によるカオスへのカスケード。

#### 4.1 準周期的振動

この場合、 $f_0 = 1.2$  [GHz] ( $\Phi_{rf} = 0$ 、つまり定常的な電位差における電流振動の周波数は 2.4 [GHz] であった。) で、 $\Phi_{rf} = 11$  [V] と 11.5 [V] においてそれぞれ7倍周期と12倍周期の電流振動が得られた。そのパワースペクトルを Fig.7 に、電場分布の時間発展を Fig.8 に示した。このような長周期振動が発生するのは、 $f_0 < f_{dc}$  なので長周期  $1/f_0$  の間に高電場ドメインが陽極に達して消滅することによると考えられる。

#### 4.2 周期倍加分岐カスケード

この場合、 $f_0 = 8.0$  [GHz] で  $\Phi_{rf}$  を 17 [V] から徐々に小さくしていったとき周期倍加分岐カスケードによるカオスが発生した。Fig.10は一連のパワースペクトルである。Fig.10(a)は  $\Phi_{rf} = 17$  [V] に対応するもので、駆動周期  $f_0$  の振動を示している。Fig.9(a)にはその電場分布の時間発展を示した。 $\Phi_{rf}$  を小さくしていったら  $\Phi_{rf} = 14$  [V] になると、Fig.10(b)に明らかのように倍周期になっている。このことは、Fig.9(b)からわかるように  $\Phi_{rf}$  が大きいときより高電場ドメインが消滅しにくくなるためだと考えられる。さらに  $\Phi_{rf}$  を小さくしていくと周期倍加分岐を繰り返し、 $\Phi_{rf} = 12.2$  [V] ではカオス的になっているのがわかる。また、それに引き続き逆カスケードが起り、 $\Phi_{rf}$  が 10 [V] から 9.999 [V] で2倍周期から3倍周期へと急激に移った。これは、 $\Phi_{rf}$  を 10 [V] からわずかに小さくしたことで、高電場ドメインが陽極に達したためだと考えられる。

## 5 結語

今回の報告では、直流及び交流電位差における Gunn 効果素子に関するコンピュータ・シミュレーションの結果を示した。まず、直流電位差の場合は、我々のモデルにおいても電位差の変化に対応して、3つの異なる振動モードが発現する事が確認された。しかしながら、系が交流電位差により駆動された場合、準周期的さらにはカオスの電流振動が発生することがわかった。今のところ、これらの現象が実験的に観測されるかどうかは明らかではない。まず、このモデルが実際の系を巧く記述できているかどうか、そして、差分方程式が元の偏微分方程式の解の性質をどこまで忠実に再現しているのかといった問題があるからである。しかし、このモデルはかなり適しているものと考えられており、また、解法についても充分な比較検討を行ったことを書き添えておく。また、陰極から離れたドメインと notch 領域におけるドメインの間の複雑な相互作用による quenched mode が、ここではカオスの発生に不可欠なのだが、カオスが現れるのにドメイン形成機構の特殊性（ここでは doping notch を扱ったが）がどれほど重要なのかは検討の余地がある。

最近、E.Mosekilde らによって、周期的に駆動された Gunn 効果素子がカオスを示すと言う報告がなされている<sup>18)</sup>のを知った。彼らは我々とは異なったモデルを用い、mode locking の破れによってカオスが起ることを示している。このことからやはり、周期的に駆動された Gunn 効果素子がカオスを発生する可能性が高いと考えられる。

最後に、高電場ドメイン内における衝突電離効果やドナー分布の非一様性の影響については現在調べているところである。

### References

- 1) J.B.Gunn: Solid State Commun. 1(1963) 88.
- 2) J.E.Carrol: *Hot Electron Microwave Generators*(Edward Arnold, London, 1970).
- 3) P.J.Bulman, G.S.Hobson and B.S.Taylor: *Transferred Electron Device*(Academic, New York, 1972).
- 4) M.Shaw, H.L.Grubin and P.R.Solomon: *The Gunn-Hilsum Effect*(Academic, New York, 1979).
- 5) S.M.Sze: *Physics of Semiconductor Devices*(John Wiley & Sons, New York, 1981) 2nd ed., Chap.11.
- 6) D.E.McCumber and A.G.Chynoweth: IEEE Trans. ED-13(1966)4.
- 7) H.W.Thim: J. Appl. Phys. 39(1968)3897.
- 8) R.B.Robrock: IEEE Trans. ED-16(1969)647.
- 9) H.L.Grubin, M.P.Shaw and P.R.Solomon: IEEE Trans. ED-20(1973)63.
- 10) K.R.Freeman and G.S.Hobson: IEEE Trans. ED-20(1973)891.
- 11) C.M.Lee, R.J.Lomax and G.I.Haddad: IEEE Trans. MTT-22(1974)160.
- 12) P.A.Maksym and C.J.Hearn: Solid State Electronics 21(1978)1531.
- 13) M.R.Lakshminarayana and L.D.Partain: IEEE Trans. ED-27(1980)546.
- 14) C.M.Snowdon: *Introduction to Semiconductor Device Modelling*(World Scientific, Singapore, 1986).
- 15) E.Schoell: *Nonequilibrium Phase Transitions in Semiconductors*(Springer, Berlin, 1987), and the references cited therein.
- 16) K.Nakamura: Prog.Theor.Phys. 57(1977)1874.
- 17) M.Yamaguchi: *Nonlinear Phenomena and Analysis*(in Japanese), ed.M.Yamaguchi (Nihon-hyoronsha, Tokyo, 1979) p.13.
- 18) E.Mosekilde, R.Feldberg, C.Knudsen and M.Hindsholm: Phys.Rev. B41(1990)2298.

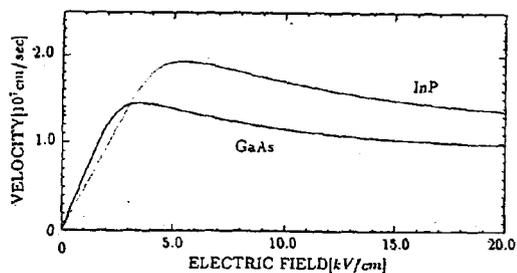


Fig.1  $v(E)$  特性曲線

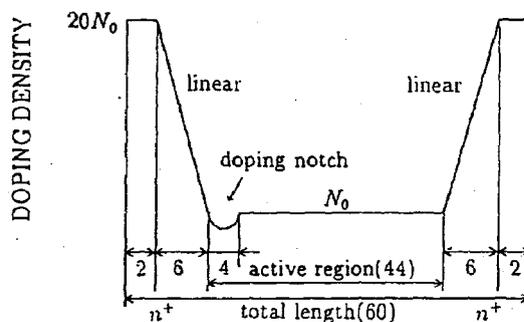


Fig.2 ドナー・ドーピング密度  $N_d(x)$

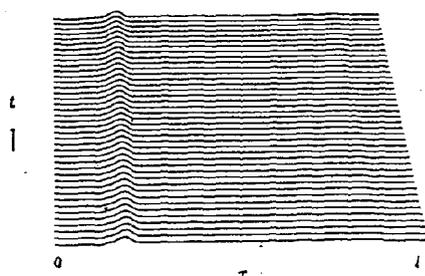


Fig.3(a)

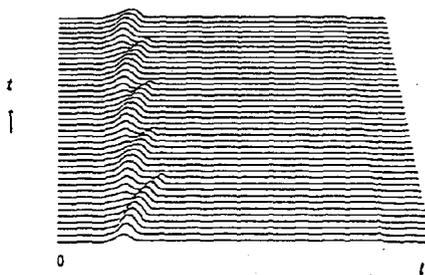


Fig.3(b)

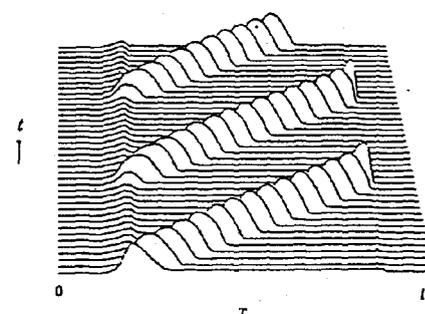


Fig.3(c)

Fig.3 電場  $E(x, t)$  の時間・空間発展。  
(a)  $\Phi_{dc}=10[V]$ 、(b)  $12[V]$ 、(c)  $30[V]$

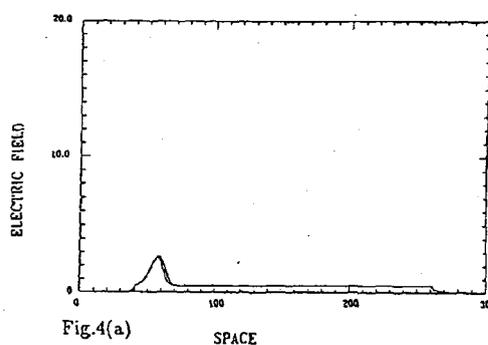


Fig.4(a)

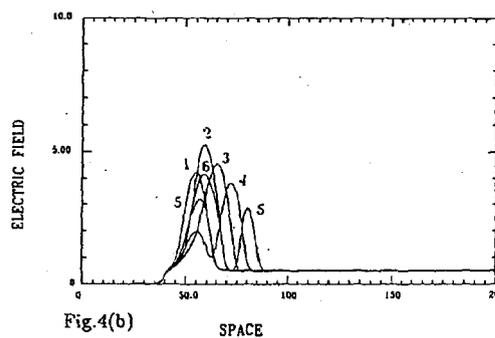


Fig.4(b)

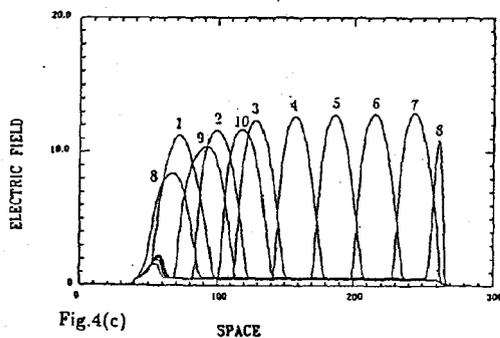


Fig.4(c)

Fig.4 電場  $E(x, t)$  の時間発展。  
図中の数字は順序を示す。  
(a)  $\Phi_{dc}=10[V]$ 、(b)  $12[V]$ 、(c)  $30[V]$

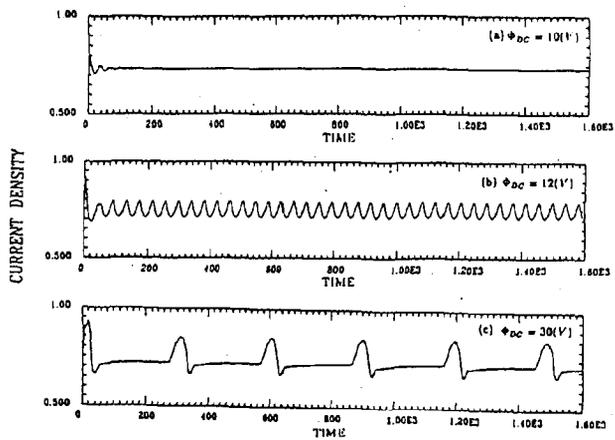


Fig.5 陽極電流密度  $J(l, t)$  の時間変化。  
(a)  $\Phi_{dc} = 10[V]$ 、(b)  $12[V]$ 、(c)  $30[V]$

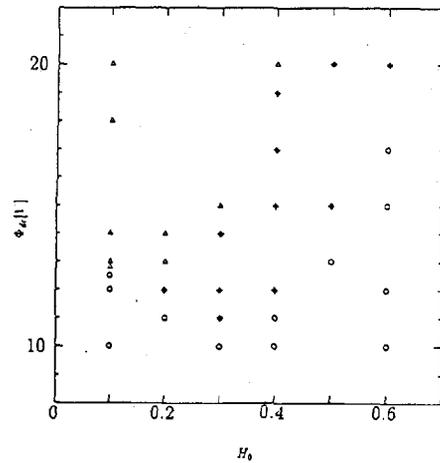


Fig.6 駆動電位差  $\Phi_{dc}[V]$  と doping notch の深さ  $H_0$  に対する振動モード。Ohmic(open circles) quenched(solid diamonds)、transit time(open triangles) modes。

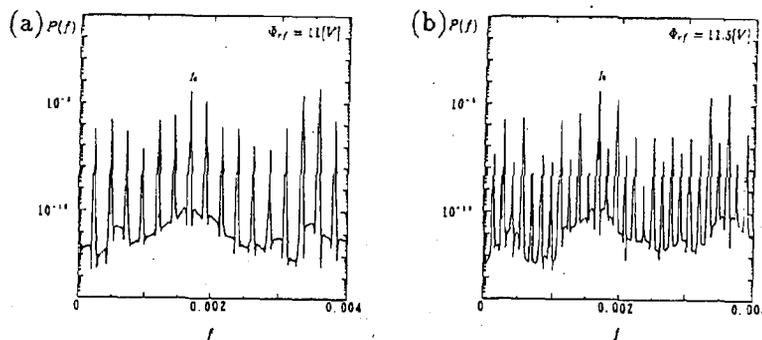


Fig.7  $\Phi_{dc} = 30[V]$ 、 $f_0 = 1.2[GHz]$  における陽極電流密度  $J(l, t)$  に対するパワー・スペクトル。  
(a)  $\Phi_{rf} = 11[V]$ 、(b)  $11.5[V]$

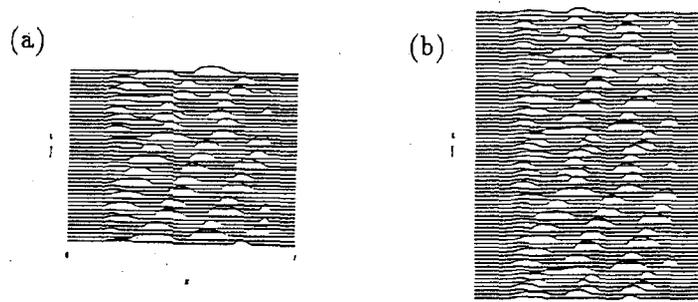


Fig.8  $\Phi_{dc} = 30[V]$ 、 $f_0 = 1.2[GHz]$  における電場  $E(x, t)$  の時間-空間発展であり、それぞれ準周期分を示した。(a)  $\Phi_{rf} = 11[V]$ 、(b)  $11.5[V]$

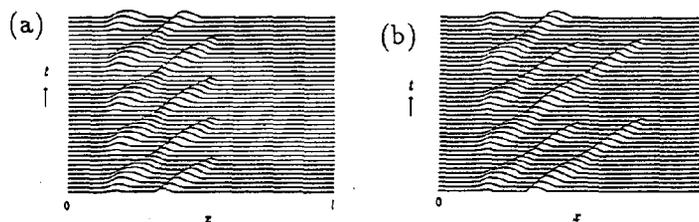


Fig.9  $\Phi_{dc} = 30[V]$ 、 $f_0 = 8.0[GHz]$  における電場  $E(x, t)$  の時間-空間発展。  
(a)  $\Phi_{rf} = 17[V]$ 、(b)  $14[V]$

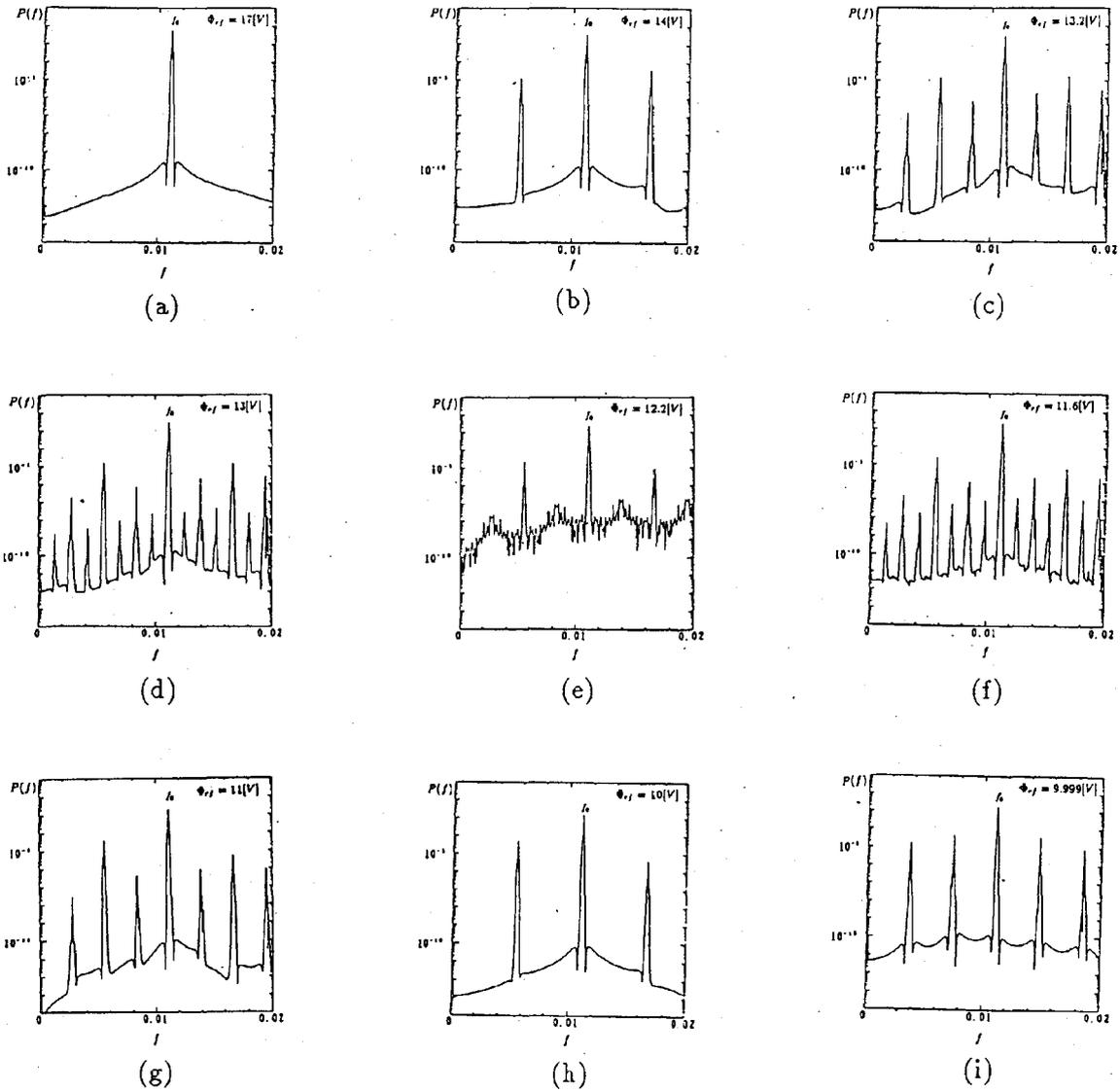


Fig.10  $\Phi_{dc}=30[V]$ 、 $f_0=8.0[GHz]$  における陽極電流密度  $J(t)$  に対するパワースペクトル。  
 (a) $\Phi_{rf}=17[V]$ 、(b) $14[V]$ 、(c) $13.2[V]$ 、(d) $13[V]$ 、(e) $12.2[V]$ 、(f) $11.6[V]$ 、(g) $11[V]$   
 (h) $10[V]$ 、(i) $9.999[V]$