

Title	スピン軌道相互作用のあるハバードリングにおける永久電流
Author(s)	藤本, 聡
Citation	物性研究 (1994), 61(6): 589-606
Issue Date	1994-03-20
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/95283">http://hdl.handle.net/2433/95283</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

## スピン軌道相互作用のあるハバードリングにおける永久電流\*)

京大基研 藤本聡

(1994年2月14日受理)

## 1 はじめに

アハロノフ・ボーム (AB) 磁束で貫かれた金属リングに永久電流が流れることは、原理的に古くから知られている。[1] この現象は最近のメソスコピック系の研究において新たに注目され、不純物などの乱雑性に対して有意に残るメソスコピックなゆらぎが重要な役割を果たす現象として、理論、実験の両面において盛んに研究されている。[2, 3, 4, 5]

一方、スピン軌道 (SO) 相互作用が量子細線に流れる永久電流の示す軌道磁性の振舞いや、金属リングの輸送特性に顕著な影響を与えることがこれまで数多く議論されている。たとえば、Meir や Entin-Wohlman 等は SO 相互作用によって永久電流の磁束量子に関する周期が半減する効果や、SO 相互作用による電流の振幅に対する減衰因子が  $1/2$  という普遍的値を示すことについて議論している。[6, 7, 8] 河野等はビスマス等に見られる異常に巨大な反磁性電流が、SO 結合を有するディラック型のハミルトニアンによって、説明できることを指摘している。[9] また、乱雑さによる局在の影響がない場合の SO 相互作用の効果については Aronov、Lyanda-Geller や Balatsky、Altshuler 等によってなされている。[10, 11] Aronov 等は SO 相互作用を一種の Berry 位相の効果として扱い、磁場中の金属リングの transmission probability が SO 相互作用によって増大することを指摘している。Balatsky、Altshuler は SO 相互作用をアハロノフ・キャッシャー (AC) 効果とみなす立場から、永久スピン流について議論を展開している。

しかしながら、こういった SO 相互作用の永久電流に対する効果に関する研究はほとんどの場合、電子間のクーロン相互作用がないものに限られていた。特に相互作用を摂動的に扱えない強相関領域において、スピンと軌道運動が結合した相互作用が、どのような新しい効果を生み出すかについては、今まであまり知られていない。通常、メソスコピック系における永久電流の研究では、不純物による乱雑さの効果に重点が置かれている (もちろん実際の系では、この乱雑性が重要なのだが) が、ここでは、少し視点を変えて、SO 相互作用と電子間相互作用の効果が絡み合うことによって生ずる新しい軌道磁性の振舞いについて議論したい。特に電子間相互作用の強い領域における SO 相互作用の効果を探るため、SO 相互作用を有するハバード・リングを考え、ベーテ仮説と Meir 等によって考え出された 1 次元系における SO 相互

\*) 本稿は、編集部の方から特にお願ひして執筆していただいた記事である。

作用を無摂動的に扱う方法を組み合わせることによって、この問題を厳密に扱う。以下に見られるように1次元電子系の朝永-ラッティンジャー流体の特異な性質がSO相互作用の存在下において軌道磁性に興味深い新しい現象を生じさせ、電子間相互作用とSO相互作用が絡むことによって初めて生ずる効果があられる。なお、本稿で紹介する結果は、京大基研の川上則雄氏との共同研究によるものである。[12]

次節ではまず、SO相互作用のあるハバードリングの厳密解について説明し、エネルギーのAB磁束に対する依存性を求める。第3節ではこの厳密解に基づいて、SO相互作用の永久電流に対する効果について、主に、電流の符合、AB磁束に対する周期を中心に議論する。第4節ではSO相互作用による電流振幅の減衰因子に対する電子間相互作用の効果について考える。Meir等によれば、電子間相互作用が無い場合、減衰因子は1/2という普遍的な値を示すが、電子間相互作用によって、この値は変更を受け、非普遍的な値を示す。第5節で、長距離相互作用が存在する場合等のより一般的な可解でないモデルへの議論の拡張について説明する。

## 2 スピン軌道相互作用のあるハバード・リングの厳密解

以下で扱うSO相互作用のあるハバード・リングのハミルトニアンは次式で与えられる。

$$H = \sum_{i,\sigma,\sigma'} t_i (S_i)_{\sigma,\sigma'} c_{i,\sigma}^\dagger c_{i+1,\sigma'} + h.c. + U \sum_i c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\uparrow} c_{i\downarrow}^\dagger c_{i\downarrow}. \quad (1)$$

ここで  $(S_i)_{\sigma,\sigma'}$  はSU(2)の行列要素であり、 $t_i$  は時間反転対称性から実数に限られる。第一項のスピンの依存したホッピング項がSO相互作用を表している。第二項のクーロン相互作用項が存在しないモデルについてはMeir、Entin-Wohlman等やMathur等によって議論されている。[6, 8, 7] このモデルはSO相互作用と電子間相互作用が絡んでいるために一見、扱いにくい形をしているが、以下に述べるように、ベータ仮説を用いて、通常ハバード・モデルと同様に厳密に解くことができる。このモデルを解く上で重要な点は、第一項のスピンの依存した運動エネルギー項が、Meir等によって考え出された次のユニタリー変換を用いてスピン空間について対角化できるという点である。[6]

$$U^{(i)} = U^{(1)} S_1 \cdots S_{i-1}, \quad (2)$$

ここで行列、 $U^{(1)}$  は第一項を対角化できるように適当に選ぶ。この変換はサイトごとにスピンのフレームを変えることに他ならない。このとき第二項のクーロン相互作用項は局所的なSU(2)のゲージ対称性を持つのでこの変換に対して、不変であるということが重要である。この局所ゲージ変換によって(1)式は次のようになる。

$$H = \sum_{i,\bar{\sigma}} t_i c_{i,\bar{\sigma}}^\dagger c_{i+1,\bar{\sigma}} + h.c. + U \sum_i c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\uparrow} c_{i\downarrow}^\dagger c_{i\downarrow}, \quad (3)$$

ここで $\bar{\sigma}$ は変換後のスピン変数を表す。この変換によってSO相互作用の効果は固有関数に対するスピンの依存した歪境界条件に取り込まれる：

$$\psi_{\bar{\sigma}}(N+1) = \exp[i(\Phi + \bar{\sigma}\delta)]\psi_{\bar{\sigma}}(1), \quad (4)$$

ここで $\exp(i\bar{\sigma}\delta)$ は $S_1 \dots S_N$ の固有値であり、 $\Phi$ は、 $h/(2\pi e)$ を単位とするAB磁束である。空間的な乱雑性を無視して $t_i = -t$ とおけば、問題は(3)のハバード・ハミルトニアンを(4)の歪境界条件のもとで解くことに帰着され、ペーテ仮説を用いて近似なしに厳密に解くことができる。[13]リングのサイト数を $N$ とすれば、電荷およびスピンのラビディティ $k_j$ 、 $\lambda_\alpha$ が満たすペーテ仮説方程式は次のようになる。[13, 14]

$$k_j N = 2\pi I_j + (\Phi + \delta) + \sum_{\beta=1}^{N_s} \eta(\sin k_j - \lambda_\beta), \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{N_c} \eta(\sin k_j - \lambda_\alpha) = 2\pi J_\alpha - 2\delta - \sum_{\beta=1}^{N_s} \eta((\lambda_\beta - \lambda_\alpha)/2), \quad (6)$$

ここで $\eta(k) = -2\tan^{-1}(4tk/U)$ であり、 $N_c$  ( $N_s$ )は全電子数(下向きスピン数)である。量子数 $I_j$ および $J_\alpha$ はフェルミ統計から導かれる選択則

$$I_j = \frac{N_s}{2} \pmod{1}, \quad (7)$$

$$J_\alpha = \frac{N_c + N_s + 1}{2} \pmod{1}, \quad (8)$$

を満たし、 $I^+ - I^- = N_c$ 、 $J^+ - J^- = N_s$ 、 $I^\pm = (N_s + 1)/2 \pmod{1}$ 、 $J^\pm = (N_c + N_s)/2 \pmod{1}$ 、を満たす $I^+$ 、 $I^-$ 、及び $J^+$ 、 $J^-$ の間の値をとる。

以下の議論では電荷のカレント $4k_F D_c$ とスピンのカレント $2k_F D_s$ を運ぶ量子数 $D_c$ と $D_s$ が重要な役割を果たす。これらは

$$D_c = \frac{I^+ + I^-}{2}, \quad (9)$$

$$D_s = \frac{J^+ + J^-}{2}, \quad (10)$$

で定義され、次の選択則を満たす。

$$D_c = \frac{N_c + N_s + 1}{2} \pmod{1}, \quad (11)$$

$$D_s = \frac{N_c}{2} \pmod{1}. \quad (12)$$

ここで注意すべきことは、(5) (6) SO 相互作用の効果が、量子数  $I_j$ 、 $J_\alpha$  のシフト、すなわち、量子数  $D_c$ 、 $D_s$  のシフトとして現れるという点である。

全エネルギーは電荷のラピディティを用いて  $E = -2t \sum_{j=1}^{N_c} \cos k_j$  と表される。次にこのエネルギーの AB 磁束に対する依存性を求める。AB 磁束及び SO 相互作用の効果は有限サイズ・スペクトルの  $1/N$  次の項に現れる。AB 磁束や SO 相互作用が無い場合の通常の 1 次元ハバード・モデルに対する有限サイズ・スペクトルを最初に求めたのは Woynarovich であるが、今の場合も彼の方法に従って求めることができる。[15] まず、AB 磁束、SO 相互作用が無い場合の有限サイズ・スペクトルを求め、後でこれらの効果を取り入れる。有限サイズ・スペクトルの導出の詳細に興味の無い方は (51) 式まで読み飛ばして頂きたい。

エネルギー・スペクトルに対する有限サイズ補正を考える場合、基底状態のエネルギーに対する補正と励起エネルギーに対する補正が考えられる。前者からは量子 1 次元臨界系のユニバーサリティー・クラスを特徴づける共形荷電が得られ、後者からは、相関関数の臨界指数が得られる。AB 効果や SO 相互作用の効果はこの励起エネルギーに現れるので、以下では基底状態に対する有限サイズ補正は省略し、励起エネルギーのみを考えて、(5) (6) の熱力学極限をとった次式を出発点にする。

$$\rho_c(k) = \frac{1}{2\pi} \left( 1 + \cos k \int_{\lambda^-}^{\lambda^+} d\lambda' K_1(\sin k - \lambda') \rho_s(\lambda') \right), \quad (13)$$

$$\rho_s(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \left( \int_{k^-}^{k^+} dk' K_1(\lambda - \sin k') \rho_c(k') - \int_{\lambda^-}^{\lambda^+} d\lambda' K_2(\lambda - \lambda') \rho_s(\lambda') \right), \quad (14)$$

$$K_n(x) = \frac{nU/2}{x^2 + (nU/4)^2}. \quad (15)$$

ただし  $t = 1$  とおいた。ここで  $\rho_c(k)$ 、 $\rho_s(\lambda)$  はラピディティ、 $k$ 、 $\lambda$  の分布関数である。(9)、(10) より、この  $\rho_c(k)$ 、 $\rho_s(\lambda)$  を用いて、 $N_c$ 、 $N_s$ 、 $D_c$ 、 $D_s$  は次のように表される。

$$\int_{k^-}^{k^+} \rho_c(k) dk = \frac{N_c}{N}, \quad (16)$$

$$\int_{\lambda^-}^{\lambda^+} \rho_s(\lambda) d\lambda = \frac{N_s}{N}, \quad (17)$$

$$-\frac{1}{2}\left(\int_{k^+}^{\pi}\rho_c(k)dk-\int_{-\pi}^{k^-}\rho_c(k)dk\right)-\frac{1}{2\pi}\int_{\lambda^-}^{\lambda^+}2\tan^{-1}\left(\frac{4\lambda}{U}\right)\rho_s(\lambda)=\frac{D_c}{N}, \quad (18)$$

$$-\frac{1}{2}\left(\int_{\lambda^+}^{\infty}\rho_s(\lambda)d\lambda-\int_{-\infty}^{\lambda}\rho_s(\lambda)d\lambda\right)=\frac{D_s}{N}. \quad (19)$$

ここで天降り的だが、次式で定義される dressed energy という量を用いると、記述が簡便になる。

$$\varepsilon_c(k)=-2\cos k+\frac{1}{2\pi}\int_{\lambda^-}^{\lambda^+}d\lambda'K_1(\sin k-\lambda')\varepsilon_s(\lambda'), \quad (20)$$

$$\varepsilon_s(\lambda)=\frac{1}{2\pi}\int_{k^-}^{k^+}dk'K_1(\lambda-\sin k')\cos k'\varepsilon_c(k')+\frac{1}{2\pi}\int_{\lambda^-}^{\lambda^+}d\lambda'K_2(\lambda-\lambda')\varepsilon_s(\lambda'). \quad (21)$$

これらを用いて、全エネルギーは

$$\varepsilon_{\infty}=\frac{1}{2\pi}\int_{k^-}^{k^+}\varepsilon_c(k)dk, \quad (22)$$

と表される。励起エネルギーに対する  $1/N$  次の有限サイズ補正は (22) を  $k^{\pm}$ 、 $\lambda^{\pm}$  について、基底状態の回りで、2次まで展開することによって得られる。(22) の展開式の1次の項はエネルギー極小の条件から0になるので、

$$\left.\frac{\partial\varepsilon_{\infty}}{\partial k^{\pm}}\right|_{k=\pm k_0}=\rho_c(k_0)\varepsilon_c(\pm k_0)=0, \quad (23)$$

$$\left.\frac{\partial\varepsilon_{\infty}}{\partial\lambda^{\pm}}\right|_{\lambda=\pm\lambda_0}=\rho_s(\lambda_0)\varepsilon_s(\pm\lambda_0)=0, \quad (24)$$

より、 $k^{\pm}$ 、 $\lambda^{\pm}$  の基底状態での値  $\pm k_0$ 、 $\pm\lambda_0$  を決める条件式、 $\varepsilon_c(\pm k_0)=0$ 、 $\varepsilon_s(\pm\lambda_0)=0$  を与える。 $\varepsilon_{\infty}$  の  $k^{\pm}$ 、 $\lambda^{\pm}$  についての2階微分は、(13)、(14)、(20)、(21) を用いると、

$$\frac{\partial^2\varepsilon_{\infty}}{\partial k^{\pm 2}}=-\rho_c(\pm k_0)\left.\frac{\partial\varepsilon_c(k)}{\partial k^{\pm}}\right|_{k=\pm k_0}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2\varepsilon_{\infty}}{\partial\lambda^{\pm 2}}=-\rho_s(\pm\lambda_0)\left.\frac{\partial\varepsilon_s(\lambda)}{\partial\lambda^{\pm}}\right|_{\lambda=\pm\lambda_0}, \quad (26)$$

と表せる。一方、 $\varepsilon_c(\pm k_0)=0$ 、 $\varepsilon_s(\pm\lambda_0)=0$  より、

$$\int_{-k_0}^{k_0}dk\frac{\partial\varepsilon_c(k)}{\partial k}=0, \quad \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0}d\lambda\frac{\partial\varepsilon_s(\lambda)}{\partial\lambda}=0 \quad (27)$$

であることを使うと次の関係が容易に示せる。

$$-\frac{\partial}{\partial k^\pm} \varepsilon_c(k) \Big|_{k=\pm k_0} = \frac{\partial}{\partial k} \varepsilon_c(k) \Big|_{k=k_0}, \quad (28)$$

$$-\frac{\partial}{\partial \lambda^\pm} \varepsilon_s(\lambda) \Big|_{\lambda=\pm \lambda_0} = \frac{\partial}{\partial \lambda} \varepsilon_s(\lambda) \Big|_{\lambda=\lambda_0}. \quad (29)$$

従って、(22) の  $k^\pm$ 、 $\lambda^\pm$  についての2次までの展開式は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} E = N\varepsilon_\infty &+ \frac{1}{\rho_c(k_0)} \frac{\partial}{\partial k} \varepsilon_c(k) \Big|_{k=k_0} \frac{1}{2} [(\rho_c(k_0)(k^+ - k_0))^2 + (\rho_c(k_0)(k^- + k_0))^2] \\ &+ \frac{1}{\rho_s(\lambda_0)} \frac{\partial}{\partial \lambda} \varepsilon_s(\lambda) \Big|_{\lambda=\lambda_0} \frac{1}{2} [(\rho_s(\lambda_0)(\lambda^+ - \lambda_0))^2 + (\rho_s(\lambda_0)(\lambda^- + \lambda_0))^2], \end{aligned} \quad (30)$$

次に  $k^\pm$ 、 $\lambda^\pm$  の基底状態からのずれを量子数の変化  $\Delta N_c$ 、 $\Delta N_s$ 、 $D_c$ 、 $D_s$  を用いて表す。(16)

～(19) より、 $k^\pm$ 、 $\lambda^\pm$  の変化に対する  $\Delta N_c$ 、 $\Delta N_s$ 、 $D_c$ 、 $D_s$  の変化は次のようになる。

$$\frac{1}{N} \frac{\partial N_c}{\partial k^+} = -\frac{1}{N} \frac{\partial N_c}{\partial k^-} = \rho_c(k_0) \xi_{11}(k_0), \quad (31)$$

$$\frac{1}{N} \frac{\partial N_c}{\partial \lambda^+} = -\frac{1}{N} \frac{\partial N_c}{\partial \lambda^-} = \rho_s(\lambda_0) \xi_{21}(\lambda_0), \quad (32)$$

$$\frac{1}{N} \frac{\partial N_s}{\partial k^+} = -\frac{1}{N} \frac{\partial N_s}{\partial k^-} = \rho_c(k_0) \xi_{12}(k_0), \quad (33)$$

$$\frac{1}{N} \frac{\partial N_s}{\partial \lambda^+} = -\frac{1}{N} \frac{\partial N_s}{\partial \lambda^-} = \rho_s(\lambda_0) \xi_{22}(\lambda_0), \quad (34)$$

$$\frac{1}{N} \frac{\partial D_c}{\partial k^+} = \frac{1}{N} \frac{\partial D_c}{\partial k^-} = \rho_c(k_0) z_{11}(k_0), \quad (35)$$

$$\frac{1}{N} \frac{\partial D_c}{\partial \lambda^+} = \frac{1}{N} \frac{\partial D_c}{\partial \lambda^-} = \rho_s(\lambda_0) z_{21}(\lambda_0), \quad (36)$$

$$\frac{1}{N} \frac{\partial D_s}{\partial k^+} = \frac{1}{N} \frac{\partial D_s}{\partial k^-} = \rho_c(k_0) z_{12}(k_0), \quad (37)$$

$$\frac{1}{N} \frac{\partial D_s}{\partial \lambda^+} = -\frac{1}{N} \frac{\partial D_s}{\partial \lambda^-} = \rho_s(\lambda_0) z_{22}(\lambda_0). \quad (38)$$

ここで導入された  $\xi_{ij}$ 、 $z_{ij}$  は dressed charge matrix と呼ばれる量で、次式で定義される。

$$\xi_{11}(k) = 1 + \frac{1}{2\pi} \int_{\lambda^-}^{\lambda^+} d\lambda' K_1(\sin k - \lambda') \xi_{21}(\lambda'), \quad (39)$$

$$\xi_{12}(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{\lambda^-}^{\lambda^+} d\lambda' K_1(\sin k - \lambda') \xi_{22}(\lambda'), \quad (40)$$

$$\xi_{21}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{k^-}^{k^+} dk \cos k K_1(\sin k - \lambda) \xi_{11}(k) - \frac{1}{2\pi} \int_{\lambda^-}^{\lambda^+} d\lambda' K_2(\lambda - \lambda') \xi_{21}(\lambda'), \quad (41)$$

$$\xi_{22}(\lambda) = 1 + \frac{1}{2\pi} \int_{k^-}^{k^+} dk \cos k K_1(\sin k - \lambda) \xi_{12}(k) - \frac{1}{2\pi} \int_{\lambda^-}^{\lambda^+} d\lambda' K_2(\lambda - \lambda') \xi_{22}(\lambda'), \quad (42)$$

$$z_{ij} = \frac{1}{2} (\xi^T)_{ij}^{-1}. \quad (43)$$

磁場が存在しない場合は  $\lambda^\pm \rightarrow \pm\infty$  であり、上式の積分方程式は Wiener-Hopf 法で解けて、 $\xi_{22}(\lambda_0) = 1/\sqrt{2}$ 、 $\xi_{21}(\lambda_0) = 0$ 、 $\xi_{11}(k_0) = \xi$ 、 $\xi_{12}(k_0) = \frac{1}{2}\xi$  となる。ここで  $\xi$  は

$$\xi(x) = 1 + \frac{1}{2\pi} \int_{-\sin k_0}^{\sin k_0} dx' K(x - x') \xi(x'), \quad (44)$$

$$K(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-U|\omega|) e^{i\omega x}}{2 \cosh U\omega} d\omega, \quad (45)$$

の解、 $\xi = \xi(\sin k_0)$  で与えられる。 $\xi^2/2 = K_\rho$  は電荷密度の相関関数の臨界指数に関係したパラメーターであり、ハバード・モデルに対しては  $1/2 \leq K_\rho \leq 1$  の値をとる。[16, 17, 18, 19]  $U = 0$  で  $K_\rho = 1$  であり、 $U \rightarrow \infty$  で  $K_\rho = 1/2$  である。(30) ~ (38) より、エネルギー・スペクトルの有限サイズ補正は次のようになる。[15]

$$E = N\varepsilon_\infty + \frac{2\pi v_c}{N} \left[ \frac{(\Delta N_c)^2}{4\xi^2} + \xi^2 \left( D_c + \frac{D_s}{2} \right)^2 \right] + \frac{2\pi v_s}{N} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta N_c}{2} - \Delta N_s \right)^2 + \frac{(D_s)^2}{2} \right]. \quad (46)$$

ただし、電荷およびスピン励起の速度  $v_c$ 、 $v_s$  は

$$2\pi v_c = \frac{1}{\rho_c(k_0)} \left. \frac{\partial \varepsilon_c(k)}{\partial k} \right|_{k=k_0}, \quad (47)$$

$$2\pi v_s = \frac{1}{\rho_s(\lambda_0)} \left. \frac{\partial \varepsilon_s(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=\lambda_0}, \quad (48)$$

で定義される。既に述べたように AB 磁束、及び SO 相互作用の効果は量子数  $D_c$ 、 $D_s$  のシフトとして現れ、(5)、(6)、(9)、(10) より

$$D_c \rightarrow D_c + \frac{\Phi + \delta}{2\pi}, \quad (49)$$

$$D_s \rightarrow D_s - \frac{\delta}{\pi}, \quad (50)$$

となる。したがって、粒子数を固定すれば AB 磁束、SO 相互作用が存在する場合の有限サイズ・スペクトルは次のようになる。[15, 16]

$$E(\Phi, \delta) - E_0 = \frac{4\pi v_c}{N} K_\rho \left( D_c + \frac{D_s}{2} + \frac{\Phi}{2\pi} \right)^2 + \frac{\pi v_s}{N} \left( D_s - \frac{\delta}{\pi} \right)^2. \quad (51)$$

$v_c$ 、 $v_s$  と  $K_\rho$  の3つのパラメーターが相互作用のある1次元電子系のラッティンジャー流体としての性質を完全に特徴づけるものであり、その値はベータ仮説解から求めることができる。正確には有限サイズ・スペクトルには(51)式で与えたものの他に、particle-hole 励起からの寄与があるが、以下の議論では関係が無いので省略した。

(51)式から電流の磁束に対する依存性を求めることができる。この式から分るように AB 磁束の効果と SO 相互作用の効果は、それぞれ、スペクトルの電荷の部分とスピンの部分に分離してあらわれ、SO 相互作用の効果は、一種の AC (アハロノフ・キャッシャー) 効果と見なせることがわかる。また、(51)式の  $1/N$ 項は共形場理論から見れば、コンフォーマル・ウエイトを与えるので、相関関数の臨界指数に SO 相互作用による位相シフトの効果が現れることになる。相関関数については本稿で一切議論しないが、例えば、コンダクタンスはグリーン関数から求められるので、[20] その指数に SO 相互作用の効果が現れる可能性がある。また、通常の AB 効果の場合における同様の効果については Jagla と Balseiro によって議論されており、彼等は電子相関効果によって、金属リングの透加確率の磁束に対する周期が、スピン電荷分離を反映して変化すると主張している。[21] なお、SO 相互作用が無い場合の上式のエネルギー・スペクトルについては Yu と Fowler によって議論されている。[22]

### 3 永久電流に対するスピン軌道相互作用の効果

以下では(51)式で与えられるエネルギー・スペクトルにもとづいて軌道磁性に対するスピン軌道相互作用の効果について見ていく。1次元系の場合、軌道磁性の振舞いは粒子数に依存して異なる振舞いを示す。[23, 24] たとえば SO 相互作用、及びクーロン相互作用が存在しない自由電子系の場合では、電子数  $N_c$  が  $N_c = 4n + 2$  の場合には反磁性、 $N_c = 4n$  の場合には常磁性を示し、磁束に対する周期は共に磁束量子に等しい。また、 $N_c = 4n + 1, 4n + 3$  の場

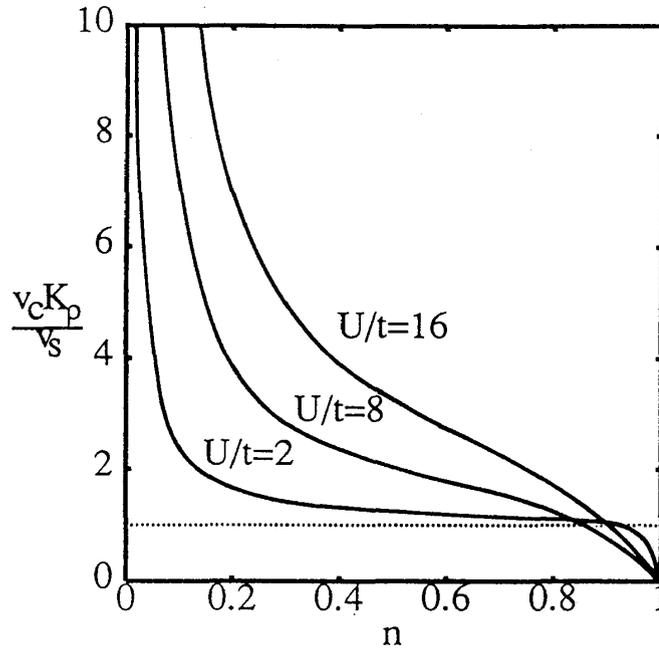


Figure 1: 電子密度  $n$  についてプロットされたパラメーター  $v_c K_\rho / v_s$ .  $n = 1$  がハーフ・フィリングに相当する。

合には周期が磁束量子の半分で常磁性を示す。これらの振舞いはクーロン相互作用が存在する場合には、多少の変更を受け、 $N_c = 4n$  での常磁性状態はモット転移近傍において反磁性状態に変わる。[22] さらに以下で見られるようにSO相互作用が存在する場合には、電子間相互作用と絡むことによって、顕著な変更を受ける。

軌道磁性に対するSO相互作用の効果はパラメーター  $v_c K_\rho / v_s$  の値によって異なった様相を呈する。便宜のためにこのパラメーターともとのハミルトニアンのパラメーター  $U$ 、および電子密度との関係を図1に示す。

概して言えば、 $v_c K_\rho / v_s > 1$  (低密度領域) ではSO相互作用は抑制され、 $v_c K_\rho / v_s < 1$  (ハーフ・フィリング近傍) では増強される。

話を分りやすくするために、 $N_c = 4n + 2$  ( $N_s = 2n + 1$ ) の場合について具体的に見ていく。このとき、(11)、(12) より  $D_c = 0 \pmod{1}$ 、 $D_s = 0 \pmod{1}$  となり、SO相互作用が存在しなければ反磁性電流が流れることになる。[17, 25, 26] まず、 $v_c K_\rho / v_s \geq 1$  における電流を(51)式のエネルギー・スペクトルから求めると、

$$I = \begin{cases} -\frac{v_c K_\rho}{\pi N}(\Phi + \pi) & -\pi \leq \Phi \leq -\Phi_c \\ -\frac{v_c K_\rho}{\pi N}\Phi & -\Phi_c < \Phi < \Phi_c \\ -\frac{v_c K_\rho}{\pi N}(\Phi - \pi) & \Phi_c \leq \Phi \leq \pi \end{cases} \quad (52)$$

となる。ここで

$$\Phi_c = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi v_s}{2K_\rho v_c} - \frac{v_s \delta}{K_\rho v_c}. \quad (53)$$

である。これから分かるように SO 相互作用の効果は  $\Phi_c$  の値を変えるだけであり、 $\Phi = 0$  の付近での反磁性的な性質は変更を受けない。また、(53) 式から分かるように  $v_c K_\rho / v_s$  の値が大きくなるとともに、SO 相互作用による位相シフトの影響は抑えられる。すなわち低密度領域では SO 相互作用の効果は顕著ではない。

これに対して  $v_c K_\rho / v_s < 1$ 、すなわちハーフフィールド近傍においては電荷励起が抑えられるために、SO 相互作用がより効果的に働き軌道磁性に著しい影響を与える。この場合には SO 相互作用による位相シフト、 $\delta$  の値によって電流の振舞いが定性的に異なり、 $0 \leq \delta < \pi K_\rho v_c / 2v_s + \pi/2$  においては、(52) 式で与えられるが、 $\pi K_\rho v_c / 2v_s + \pi/2 \leq \delta \leq \pi$  においては、

$$I = \begin{cases} -\frac{v_c K_\rho}{\pi N}(\Phi + \pi) & -\pi \leq \Phi \leq 0 \\ -\frac{v_c K_\rho}{\pi N}(\Phi - \pi) & 0 < \Phi \leq \pi. \end{cases} \quad (54)$$

となって、 $\Phi = 0$  付近において常磁性を示す。この常磁性状態はモット転移近傍における強相関効果と SO 相互作用が絡み合うことによって初めて生ずる著しい効果である。

ここまでは SO 相互作用による位相シフト  $\delta$  を外から与えられたパラメーターとして考えてきた。SO 散乱長がリングの長さよりも、十分に短い場合には SO 散乱によるあらゆる可能なスピンの回転を考慮する必要がある、このような極限を SO 相互作用による散乱が強い極限という。[8] この場合には、 $\delta$  を 0 から  $\pi$  までのすべての値について、 $\sin^2 \delta$  をウエイトとして平均する必要がある。 $v_c K_\rho / v_s \geq 1$  (低密度領域) の場合は、 $\delta$  について平均した電流は次式で与えられる。

$$I(\Phi) = \sum_m \frac{v_c K_\rho}{2\pi^2 N} \left( \frac{v_c K_\rho}{v_s m} + \frac{v_s v_c K_\rho m}{4v_c^2 K_\rho^2 - 4v_s^2 m^2} \right) \frac{(-1)^m}{m} \sin\left(m \frac{v_s \pi}{v_c K_\rho}\right) \sin(2m\Phi). \quad (55)$$

奇数次のフーリエ成分は落ちて、 $\Phi$  についての周期は半減する。電子間相互作用が無い場合には  $m = 0, 2$  の成分のみが残るのに対して、電子相関が存在する場合には、偶数次の全ての成分が残ることになる。 $\Phi = 0$  の付近では、係数の和は

$$\sum_m \left( \frac{v_c K_\rho}{m v_s} + \frac{v_s v_s K_\rho m}{4v_c^2 K_\rho^2 - 4v_s^2 m^2} \right) (-1)^m \sin\left(\frac{v_s m \pi}{v_c K_\rho}\right) = -\frac{1}{2}, \quad (56)$$

となり、基底状態は反磁性を示す。

$v_c K_\rho / v_s < 1$  (ハーフ・フィールド近傍) の場合には、先述したように  $\Phi = 0$  付近に対して、 $\delta$  の値によって反磁性的な寄与と常磁性的な寄与があるが、 $\delta$  について平均した電流は  $\Phi = 0$  付近で常磁性を示す。まず、電流の表式は次のようになる。

$$I(\Phi) = \sum_n \frac{v_c K_\rho}{2\pi^2 N n} \left[ \frac{v_s^2 n^2}{4v_c^2 K_\rho^2 - v_s^2 n^2} \sin\left(\frac{\pi v_c K_\rho}{v_s}\right) + \frac{8v_c^3 K_\rho^3}{v_s n (4v_c^2 K_\rho^2 - v_s^2 n^2)} \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{n\pi v_s}{2v_c K_\rho}\right) + \pi - \frac{\pi v_c K_\rho}{v_s} \right] \sin(n\Phi). \quad (57)$$

この場合には  $\Phi$  についての周期は磁束量子に等しい。 $\Phi$  が正の小さい値をとるときには電流は、

$$I(\Phi) = -\frac{2v_c K_\rho}{\pi N} \left\{ \left[ -\frac{v_c K_\rho}{v_s} \cos\left(\frac{\pi v_c K_\rho}{v_s}\right) + \frac{v_s - v_c K_\rho}{v_s} \right] \Phi - \frac{1}{2} \left[ \pi - \frac{\pi v_c K_\rho}{v_s} - \sin\left(\frac{\pi v_c K_\rho}{v_s}\right) \right] \right\}, \quad (58)$$

となり、これより常磁性を示していることがわかる。この常磁性状態は電子相関効果と SO 相互作用が絡むことによって、起こる効果であり、いずれか一方が欠けても現れないものである。

$v_c K_\rho / v_s \geq 1$  (低密度領域)、及び  $v_c K_\rho / v_s < 1$  (ハーフ・フィールド近傍) の場合の電流を  $\delta$  について平均した結果の例を図 2、図 3 に示す。

以上は  $N_c = 4n + 2$  の場合での結果であるが、他の粒子数の場合についても全く同様に議論できる。以下に結果を簡単にまとめておく。

(a)  $N_c = 4n$  ( $N_s = 2n$ ) の場合。このとき量子数に対する選択則から  $D_c = 1/2 \pmod{1}$ 、 $D_s = 0 \pmod{1}$  となり、SO 相互作用がない場合は、 $v_c K_\rho / v_s \geq 1$  では反磁性、 $v_c K_\rho / v_s < 1$  では常磁性を示す。SO 相互作用が存在すると  $v_c K_\rho / v_s < 1$  (ハーフ・フィールド近傍) での振舞いが定性的に変更を受け、 $\pi/2 - v_c K_\rho \pi / 2v_s < \delta \leq \pi$  に対して反磁性を示す。さらに強い SO 相互作用の極限を考えて、 $\delta$  について平均すると、 $N_c = 4n + 2$  の場合と全く同じ結果を与える。(図 2、3 参照)

(b)  $N_c = 4n + 1, 4n + 3$  の場合。まず、 $N_c = 4n + 3$  の場合について考える。ペーテ仮説解はもともと  $N_\uparrow \geq N_\downarrow$  を仮定しているため、奇数個の電子数の場合には多少、注意が必要である。(51) 式において  $\Phi > 0$  における上向きスピンの役割は  $\Phi < 0$  では入れ替えて考えねばならない。すなわち、奇数個の電子数の場合には  $\Phi < 0$  におけるエネルギースペクトルは  $\Phi > 0$  におけるエネルギースペクトルの  $\delta$  を  $-\delta$  と置き換えることによって得られ

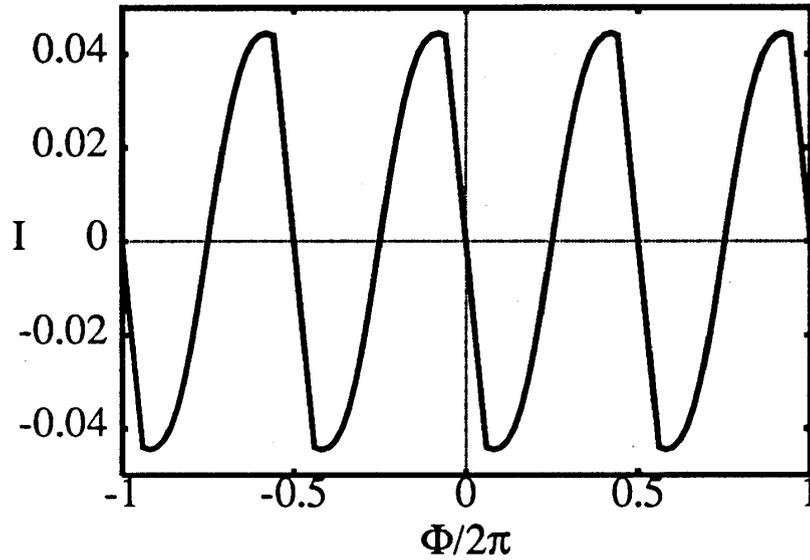


Figure 2: 磁束 $\Phi/2\pi$ に対してプロットされた永久電流。  $N_c$  even,  $U/t = 4$ ,  $n = 0.65$  ( $v_c K_\rho/v_s = 1.32$ )。振幅は  $t/N$  で規格化されている。

る。量子数に対する選択則から、 $\Phi > 0$  に対して、 $D_c = 1/2 \pmod{1}$ ,  $D_s = 1/2 \pmod{1}$  であり、電流は、

$$I = \begin{cases} -\frac{v_c K_\rho}{\pi N} \left( \Phi + \frac{\pi}{2} \right) & -\pi \leq \Phi < 0 \\ -\frac{v_c K_\rho}{\pi N} \left( \Phi - \frac{\pi}{2} \right) & 0 \leq \Phi \leq \pi \end{cases} \quad (59)$$

となり、周期は磁束量子の半分になり、 $\Phi = 0$  付近で常磁性を示す。この式にはSO相互作用の効果 $\delta$ が含まれていない。実は電子数が奇数個の場合には、SO相互作用の効果は $O(1/N^2)$ の次数において初めて表れるので、 $1/N$ について1次までの補正を求めた(51)式には含まれていないのである。Eintin-Wohlman等によれば、電子間相互作用が無い場合、 $1/N^2$ 次の補正まで考慮すると、SO相互作用はエネルギーを極小にする $\Phi$ の値を $\pm\pi/2$ から $\Phi = \pm[(1+1/N_c)\pi/2 - \delta/N_c]$ にシフトする効果としてあらわれる。 $N_c = 4n + 1$ の場合についても、 $N_c = 4n + 3$ の場合と全く同じ結果を与える。

以上まとめるとSO相互作用が強い極限においては軌道磁性の特徴的な振舞いは電子数のパリティによって分類されるといえる。

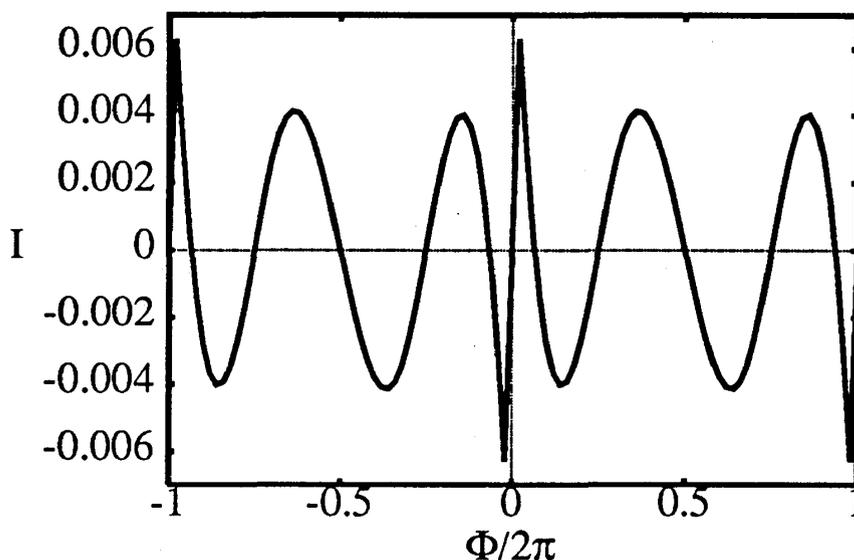


Figure 3: 磁束 $\Phi/2\pi$ に対してプロットされた永久電流。 $N_c$  even,  $U/t = 4$ ,  $n = 0.95$  ( $v_c K_\rho / v_s = 0.58$ )。

#### 4 電流振幅に対する SO 相互作用による減衰因子

次に SO 相互作用による電流の振幅に対する影響について簡単に言及する。Meir や Entin-Wohlman のグループによれば、SO 相互作用による物理量の減衰因子は電子間相互作用の存在しない系に対して、簡単で普遍的な形で与えられる。[6, 8] 彼らによれば SO 相互作用の存在下における電流は次式のように表すことができる。

$$I(\Phi) = I_0(\Phi + \delta) + I_0(\Phi - \delta) \quad (60)$$

ここで  $I_0$  は SO 相互作用がない場合の、各スピン成分に対する電流である。これをフーリエ変換して、

$$I(\Phi) = \sum_n \cos(n\delta) a_n \sin(n\Phi) \quad (61)$$

を得る。 $a_n$  は SO 相互作用がないときのフーリエ係数であり、SO 相互作用の効果は、減衰因子  $\cos(n\delta)$  にのみ現れる。これより、SO 相互作用の強い極限では、 $\delta$  について平均して、減衰因子  $1/2$  という普遍的な値を得る。しかし、電子間相互作用のある系では、電流を  $\Phi \pm \delta$  の関数という簡単な形に書くことはできない。たとえば (52) をフーリエ変換すると

$$I(\Phi) = \sum_n \frac{v_c K_\rho}{\pi N} \frac{(-1)^n}{n} \cos \left[ n \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi v_s}{2 K_\rho v_c} + \frac{v_s \delta}{K_\rho v_c} \right) \right] \sin(n\Phi). \quad (62)$$

となり、SO 相互作用による位相シフト  $\delta$  が、電子間相互作用の強さを特徴づける非普遍的なパラメーター  $v_c K_\rho / v_s$  と絡まってあられ、これより SO 相互作用による減衰因子は

$$\cos \left[ n \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi v_s}{2v_c K_\rho} + \frac{v_s \delta}{v_c K_\rho} \right) \right] / \cos \left[ n \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi v_s}{2v_c K_\rho} \right) \right], \quad (63)$$

となる。従って、電子間相互作用がない場合の Meir、Entin-Wohlman 達による簡単な議論は電子間相互作用の存在する場合には、変更を受け、非普遍的な減衰因子が現れることになる。ただし、今の場合は乱雑性を全く考慮していないので、この結果は弱局在領域において議論される普遍的な減衰因子の議論と矛盾するものではない。

## 5 可解でないモデルへの拡張

前節までで、1次元ハバード・モデルに基づいて、電子相関効果と SO 相互作用が絡むことによって軌道磁性に現れる新しい現象について、厳密な議論を展開した。ハバード・モデルでは電子間相互作用が短距離的であることが、厳密に解ける上で重要である。しかし、メソスコピックな量子細線のように次元の低い系では、クーロン相互作用のスクリーニングが弱められるために電子間相互作用が長距離的な性格を帯びていることが考えられる。この場合には一般にはモデルを厳密に解くことはできないが、朝永-ラッティンジャー流体論に基づいて前節までの議論を長距離相互作用が存在する場合に拡張することは可能である。SO 相互作用の存在するハバード・モデルを扱う上で重要な点は、電子間相互作用が局所的な SU(2) の対称性を有するという点であった。長距離的な相互作用の場合もクーロン相互作用が局所的な SU(2) の対称性を有するならば、(これは通常のスクリーンされたクーロン相互作用に対して期待される) Meir 等による方法で SO 相互作用の効果を無摂動に扱うことができる。本節では電子間相互作用をボゾン化法を用いて扱い、このような議論の拡張について簡単に説明する。1次元のスピンレスフェルミオンにおける永久電流をボゾン化法で扱う議論は Loss によってもなされている。[24]

朝永-ラッティンジャー流体論によれば、1次元の相互作用のある電子系は電荷とスピンの自由度に相当した2つの独立な、共形荷電  $c = 1$  のガウシアン・モデルで記述できる。通常のボゾン化法によれば、有効ハミルトニアンは次のようになる。[27, 28]

$$H = \sum_{\nu=\rho,\sigma} \int dx v_\nu \left[ \frac{K_\nu}{2} \left( \frac{\partial \theta_\nu}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2K_\nu} \left( \frac{\partial \phi_\nu}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (64)$$

このとき、SO 相互作用の効果はボゾン化によって導入された位相場にあられ、

$$\phi_\rho = \sum_{k \neq 0} \left| \frac{\pi}{2Lk} \right|^{\frac{1}{2}} e^{ikx} [a_{k,\rho}^\dagger + a_{-k,\rho}] + \phi_{0,\rho} + M_\rho \frac{\pi x}{L}, \quad (65)$$

$$\phi_\sigma = \sum_{k \neq 0} \left| \frac{\pi}{2Lk} \right|^{\frac{1}{2}} e^{ikx} [a_{k,\sigma}^\dagger + a_{-k,\sigma}] + \phi_{0,\sigma} + M_\sigma \frac{\pi x}{L}, \quad (66)$$

$$\theta_\rho = \sum_{k \neq 0} \left| \frac{\pi}{2Lk} \right|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(k) e^{ikx} [a_{k,\rho}^\dagger - a_{-k,\rho}] + \theta_{0,\rho} + \left( J_\rho + \sqrt{2} \frac{\Phi}{\pi} \right) \frac{\pi}{L} \left( x + \frac{L}{2} \right), \quad (67)$$

$$\theta_\sigma = \sum_{k \neq 0} \left| \frac{\pi}{2Lk} \right|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(k) e^{ikx} [a_{k,\sigma}^\dagger - a_{-k,\sigma}] + \theta_{0,\sigma} + \left( J_\sigma + \sqrt{2} \frac{\delta}{\pi} \right) \frac{\pi}{L} \left( x + \frac{L}{2} \right), \quad (68)$$

となる。ここで  $a_{k,\rho}(a_{k,\sigma}^\dagger)$ 、 $a_{k,\sigma}(a_{k,\rho}^\dagger)$  は電荷とスピンの自由度に対応したボソンの生成消滅演算子であり、 $M_\rho(M_\sigma)$ 、 $J_\rho(J_\sigma)$  は  $M_\rho = (M_\uparrow + M_\downarrow)/\sqrt{2}$ 、 $M_\sigma = (M_\uparrow - M_\downarrow)/\sqrt{2}$ 、 $J_\rho = (J_\uparrow + J_\downarrow)/\sqrt{2}$ 、 $J_\sigma = (J_\uparrow - J_\downarrow)/\sqrt{2}$  で定義された電荷（スピン）励起の 0 モードからの寄与である。 $M_{\uparrow(\downarrow)}$ 、 $J_{\uparrow(\downarrow)}$  は Haldane によって導入されたトポロジカル励起で選択則、 $(-1)^{N_{0,\uparrow}+1} = (-1)^{M_\uparrow+J_\uparrow}$  ( $s = \uparrow, \downarrow$ 、 $N_{0\uparrow(\downarrow)}$  は上向き（下向き）スピンの数) を満たす。 $\phi_{0,\nu}$ 、 $\theta_{0,\nu}$  はそれぞれ  $J_\nu$ 、 $M_\nu$  と正準共役な変数である。(67)、(68) に示されているように AB 磁束、及び SO 相互作用の効果はトポロジカル励起  $J_{\uparrow,\downarrow}$  のシフトとしてあらわれる。これらの位相場を用いて、低励起に対する有限サイズスペクトルは

$$E(\Phi) - E_0 = \frac{\pi}{2L} \left[ v_{\rho M} M_\rho^2 + v_{\rho J} \left( J_\rho + \sqrt{2} \frac{\Phi}{\pi} \right)^2 + v_{\sigma M} M_\sigma^2 + v_{\sigma J} \left( J_\sigma + \sqrt{2} \frac{\delta}{\pi} \right)^2 \right], \quad (69)$$

となる。ここで  $v_{\nu M}$  および  $v_{\nu J}$  ( $\nu = \rho, \sigma$ ) はラッティンジャー液体の性質を特徴づけるパラメーターである。電子間相互作用の効果はこれらのパラメーターの値を繰り込むだけである。基底状態は  $M_\rho = M_\sigma = 0$ 、すなわち、 $M_\uparrow = M_\downarrow = 0$  で与えられる。このとき上に述べた選択則から  $J_\uparrow$  と  $J_\downarrow$  に対して次の拘束条件が課せられる。

- (1)  $N_c = 4n + 2$  に対して  $J_\uparrow$  偶、 $J_\downarrow$  偶
- (2)  $N_c = 4n$  に対して  $J_\uparrow$  奇、 $J_\downarrow$  奇
- (3)  $N_c = 4n + 3$  に対して  $J_\uparrow$  奇（または偶）、 $J_\downarrow$  偶（または奇）
- (4)  $4n + 1$  に対して  $J_\uparrow$  偶（または奇）、 $J_\downarrow$  奇（または偶）

これより  $v_{\rho J} = K_\rho v_c$ 、 $v_{\sigma J} = v_s$  とおけば、(69) 式は (51) 式と全く等価であり、 $D_c$ 、 $D_s$  はそれぞれ  $J_\uparrow/2$ 、 $(J_\downarrow - J_\uparrow)/2$  に相当する。可解でないモデルに対しても、 $v_c K_\rho/v_s$  をモデルから決められるパラメーターとして扱うことによって、前節までの結果を適用することができ

る。実際に  $v_c K_\rho / v_s$  を決めるには、ハミルトニアンを数値的に対角化するなどの別の手法を用いることになる。[17, 19]

## 6 まとめ

以上、ハバード・リングに流れる永久電流に対する SO 相互作用の効果について、電子相関効果と絡んだ興味深い結果を紹介した。SO 相互作用をスピンに依存した歪境界条件に取り込むユニタリー変換とベーテ仮説を組み合わせることによって、我々はこの問題を厳密に扱った。自由電子系の場合と異なり、クーロン相互作用の強さによって SO 相互作用の効果は異なった様相を示し、軌道磁性の振舞いは電子数 (*modulo* 4) と電子間相互作用を特徴づけるパラメーター  $v_c K_\rho / v_s$  によって分類される。 $v_c K_\rho / v_s \geq 1$  (低密度領域) では、SO 相互作用は抑制され、 $v_c K_\rho / v_s < 1$  (モット転移近傍) では、SO 相互作用は増強される。これは、モット転移近傍で電荷励起が抑えられるために、スピン励起に反映される SO 相互作用の効果が相対的により顕著に現れることを意味している。特にモット転移近傍での強相関効果と SO 相互作用が絡むことによって、軌道磁性に定性的な新しい変化が生じ、電子数が偶数の場合に実現される反磁性状態が常磁性状態に転移することを見た。

ここで述べたような効果を実験で観測することはどの程度、期待できるであろうか。GaAs-AlGaAs 系の非対称な量子井戸では、スピンと運動量が結合した項、

$$H^{(1)} = \frac{\beta_{ij}}{2} \sigma_i k_j \quad (70)$$

が存在することが、Ivchenko 等によって指摘されており、Aronov 等はこの系を念頭に、メソスコピック・リングにおける SO 相互作用の効果について議論している。[10, 29] また、最近では GaAs-AlGaAs 系の量子細線で、チャンネルの数が 3~5 個程度のものが実現されており、ほとんど 1 次元と考えてよいものが生み出されつつある。[5] このような系で、本稿で紹介したような効果が観測できるかもしれない。ただし、このような少チャンネル数は電子密度が充分低く、ドゥブロイ波長が量子細線の幅の程度の長さの場合において、実現されるものであり、本稿で紹介したような、高密度領域 ( $v_c K_\rho / v_s < 1$ ) での強相関効果と SO 相互作用の効果が絡んだような現象を観測するのは難しいであろう。

また、本稿では不純物等の乱雑さによる局在の効果、および多重チャンネルの効果については全く議論しなかったが、これらを考慮した場合に、ハバード・リングに対して得られた厳密な結果がどのように変更されるかは興味深い問題であり、これについては現在、検討中である。

## References

- [1] N. Byers and C. N. Yang, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 46 (1961).
- [2] たとえば B. L. Altshuler, in *Nanostructures and Mesoscopic Phenomena*, edited by W. P. Kirk and M. A. Reed (Academic, San Diego, 1992).
- [3] L. P. Lévy, G. Dolan, J. Dunsmuir, and H. Bouchiat, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2074 (1990).
- [4] V. Chandrasekhar, R. A. Webb, M. J. Brady, M. B. Ketchen, W. J. Gallagher, and A. Kleinsasser, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3578 (1991).
- [5] D. Mailly, C. Chapelier, and A. Benoit, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2020 (1993).
- [6] Y. Meir, Y. Gefen, O. Entin-Wohlman, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 798 (1989).
- [7] H. Mathur and A. D. Stone, *Phys. Rev. B* **44**, 10957 (1991).
- [8] O. Entin-Wohlman, Y. Gefen, Y. Meir, and Y. Oreg, *Phys. Rev. B* **45**, 11890 (1992).
- [9] H. Kohno, H. Yoshioka, and H. Fukuyama, *J. Phys. Soc. Jpn.* **61**, 3462 (1992).
- [10] A. G. Aronov and Y. B. Lyanda-Geller, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 343 (1993).
- [11] A. V. Balatsky and B. L. Altshuler, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1678 (1993).
- [12] S. Fujimoto and N. Kawakami, *Phys. Rev. B* **48**, 17406 (1993)
- [13] B. S. Shastry and B. Sutherland, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 243 (1990).
- [14] E. H. Lieb and F. Y. Wu, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 1445 (1968).
- [15] F. Woynarovich, *J. Phys. A* **22**, 4243 (1989).
- [16] H. Frahm and V. E. Korepin: *Phys. Rev. B* **42**, 10553 (1990).
- [17] H. J. Schulz, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2831 (1990); *Int. J. Mod. Phys.* **5** 57 (1991).
- [18] N. Kawakami and S. K. Yang, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2309 (1990)
- [19] F. D. M. Haldane, *J. Phys. C*, **14**, 2585 (1981); *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1840 (1981); *ibid* **45**, 1358 (1980).
- [20] Y. Meir and N. S. Wingreen, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2512 (1992).

- [21] E. A. Jagla and C. A. Balseiro, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 639 (1993).
- [22] N. Yu and M. Fowler, *Phys. Rev. B* **45**, 11795 (1992).
- [23] D. Loss and P. Goldbart, *Phys. Rev. B* **43**, 13762 (1991).
- [24] D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 343 (1992).
- [25] R. M. Fye, M. J. Martins, D. J. Scalapino, J. Wagner, and W. Hanke, *Phys. Rev. B* **44**, 6909 (1991).
- [26] N. Kawakami and S. K. Yang, *Phys. Rev. B* **44**, 7844 (1991).
- [27] V. J. Emery, *Highly Conducting One-Dimensional Solids* (Plenum, New York, 1979).
- [28] J. Sólyom, *Adv. Phys.* **28**, 209 (1979).
- [29] E. L. Ivchenko, Yu. B. Lyanda-Geller, and G. E. Pikus, *Sov. Phys. JETP* **71**, 550 (1990).