

Mermin Ho Textures in a Rotating Cylinder

福井大工 高木 丈夫

1 序

超流動 ^3He は、軌道空間およびスピン空間の異方性から、いろいろな物性を提供する。特に今回考察する超流動 A 相は、軌道空間とスピン空間の双方において異方的を有している。この空間異方性の配向は、容器壁等の幾何形状等によって制御できる。とくに、超流動 A 相においては、 l ベクトルが壁面においてその法線方向を向くことが知られている。このことから、円筒容器内に A 相を閉じこめると、壁面で l が動径方向に拘束されるため、中心部に特異点を有する状態 (radial disgyration 構造) と l が中心部で軸方向を向いて特異点を持たない構造 (Mermin-Ho 構造)、の二つが競合することになる。ある程度以上容器径が大きい状態では、特異点を持たない Mermin-Ho 構造が有利と考えられている。特異点を持たない構造は、バルクな多数の渦糸が存在する系では発見されているが、単純な 1 個の渦問題となる系では Mermin-Ho 構造は確認されていない。

この構造は、円筒軸 (z 軸) 回りの自発的な超流動を持っていて、基底状態において自発的な流れの在るめずらしい系と考えられる。また、このとき発生している超流動は系に固有の角運動量をもたらすが、その z 軸成分の符号は正負の二者が縮退している。[1]

さて、回転系における自由エネルギー F_{rot} は、静止系の自由エネルギー項に新たに $-\omega L_z$ の項が付け加わり、以下のように与えられる。[2]

$$F_{rot} = F - \omega \cdot L_z, \quad (1)$$

ここで、 ω は回転角速度である。この項が静止系での縮退を解く役割をする。

2 モデルと自由エネルギー

自由エネルギーは、秩序変数の空間配置の汎関数として与えられる。そのため空間構造を決定するためには、自由エネルギーの変分計算を行わなければならない。今回は、NMR による共鳴振動数を計算することからも、 z 軸方向へ十分強い磁場 ($H_0 > 50\text{gauss}$) が印加されている状態を考察する。

印加されている定常磁場, さらに rf 磁場を y 方向から与えるものとして, d と l の変分関数を以下のように設定した.

$$d(\mathbf{r}) = \cos \alpha(r, \phi) \mathbf{e}_x + \sin \alpha(r, \phi) \mathbf{e}_y, \quad (2)$$

$$l(\mathbf{r}) = \sin \beta(r, \phi) \cos \phi \mathbf{e}_x + \sin \beta(r, \phi) \sin \phi \mathbf{e}_y + \cos \beta(r, \phi) \mathbf{e}_z. \quad (3)$$

また, 変分関数の満たすべき境界条件は以下の通りである.

$$\beta(0, \phi) = 0, \quad \beta(R, \phi) = \pi/2. \quad (4)$$

式 (3) を, ギンツブルグ・ランダウ (GL) 領域での勾配および双極子自由エネルギーの表式に代入すると [3]

$$f_{grad} = K |\Delta_0|^2 \left[S(1 + \cos^2 \beta) \alpha_{,r}^2 + \left(\frac{1}{2} + \sin^2 \beta \right) \beta_{,r}^2 + \frac{1}{r} \sin \beta (1 - \cos \beta) \beta_{,r} + \frac{1}{r^2} \left\{ 2S \alpha_{,\phi}^2 + \frac{1}{2} \beta_{,\phi}^2 + \frac{3}{2} \cos^2 \beta - 4 \cos \beta + \frac{5}{2} \right\} \right], \quad (5)$$

$$f_{dip} = |\Delta_0|^2 g_D \sin^2 \beta \cos^2(\alpha - \phi). \quad (6)$$

$$L_z = 4\pi K \frac{m_3}{\hbar} |\Delta_0|^2 \{ 4(1 - \cos \beta) + r \sin \beta \beta_{,r} \}. \quad (7)$$

が得られる. ここで, 式 (6) 中のパラメータ S は GL 領域からのずれを表すためのもので, $T = T_c$ で 1.0, $T = 0.7T_c$ で 0.6 程度の値となる. これらを式 (1) に代入して, 回転系における d と l の空間構造を決定する変分対象となる式 f_{rot} が得られる. 半径 $R = 10\xi_D$ の円筒容器に対して最小の自由エネルギーを与える d と l の空間構造を図 1 にしめす. さらに,

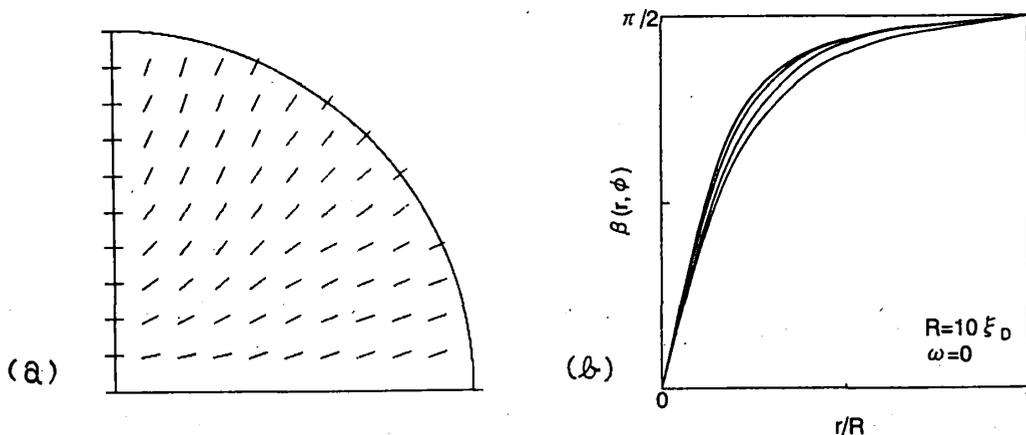


図 1: 回転角速度が 0 のときの $R = 10\xi_D$ での (a) d と (b) l の構造. (b) での複数のグラフは左から極角 $\phi = 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$ 方向をあらわす.

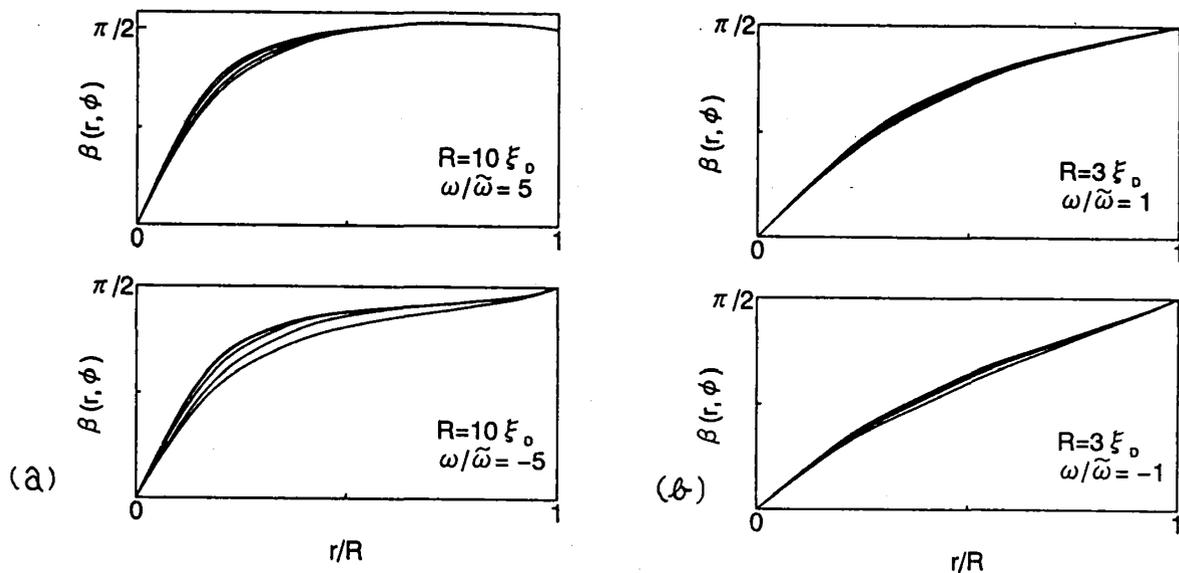


図 2: (a) の空間構造 $R = 10\xi_D$ の場合 (b) $R = 3\xi_D$ の場合. 複数のグラフは左から極角 $\phi = 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$ 方向をあらわす.

$R = 10\xi_D$ における角速度 $\omega/\tilde{\omega} = +5, -5$, $R = 3\xi_D$ における角速度 $\omega/\tilde{\omega} = +1, -1$ に対する l の空間変化の様子を図 2 に示す. ここで, $\tilde{\omega}$ は無次元化された角速度で, $\tilde{\omega} = \hbar/mR^2$ (m : Coopre pair mass) であり, $R = 10\xi_D$ においては, およそ 1rad/sec である. 系の持っている超流動に伴う角運動量と回転角速度が同符号のときは, 超流動に伴う角運動量を増やすように l ベクトルは急速に xy 平面内に倒れ込んでいく. 一方, 異符号の場合は, l ベクトルはゆっくりと倒れ込んでいく.

3 核磁気共鳴

この現象を実験的に確認するために NMR 共鳴振動数を計算する. l ベクトルと d ベクトル間の角度が空間的に変化しているため, 共鳴モードはスピン波モードとなる. このモードにおいては, d ベクトルの回復力として双極子相互作用と勾配エネルギー双方が寄与する. そのため, 共鳴振動数の決定には, シュレーディンガー型の微分方程式を解くことが必要になる. 実際には, 二次元での偏微分方程式を解くことになるため, 変分問題として最低固有値を求める. [4]

NMR のにおける d ベクトルの微小振動は, H_{rf} を法線とする平面内で行われる.

$$H_{rf} // e_y \quad (8)$$

とするならば, d の空間変化は以下のようなになる.

$$d(r, t) = \left[1 - \frac{g^2(r, t)}{2} \right] \cos \alpha e_x + \sin \alpha e_y + g(r, t) \cos \alpha e_z. \quad (9)$$

この微小振動に伴う自由エネルギーの二次の変化は、

$$\delta^2 f_{grad} = SK |\Delta_0|^2 \cos^2 \alpha \left[(1 + \cos^2 \beta) g_{,r}^2 + \frac{2}{r^2} g_{,\phi}^2 \right] \quad (10)$$

と与えられる。求めるべき共鳴振動数 ω_i^2 は、横共鳴における一般表式において

$$\omega_i^2 = \omega_L^2 + R_i^2 \Omega_A^2, \quad (11)$$

と書ける。ここで、 ω_L, Ω_A はそれぞれラーマー振動数と縦共鳴振動数をあらわす。

この R_i を用いて、変分問題として最低次共鳴振動数は

$$R_i^2 = \min \left[\int_0^1 r dr \int_0^{2\pi} d\phi \left[\left(\frac{\xi_D}{R} \right)^2 S \{ (1 + \cos^2 \beta) g_{,r}^2 + \frac{2}{r^2} g_{,\phi}^2 \} \cos^2 \alpha + \{ \sin^2 \beta \cos^2(\alpha - \phi) - \cos^2 \beta \cos^2 \alpha \} g^2 \right] / \int_0^1 r dr \int_0^{2\pi} d\phi g^2 \right]. \quad (12)$$

で与えられる。

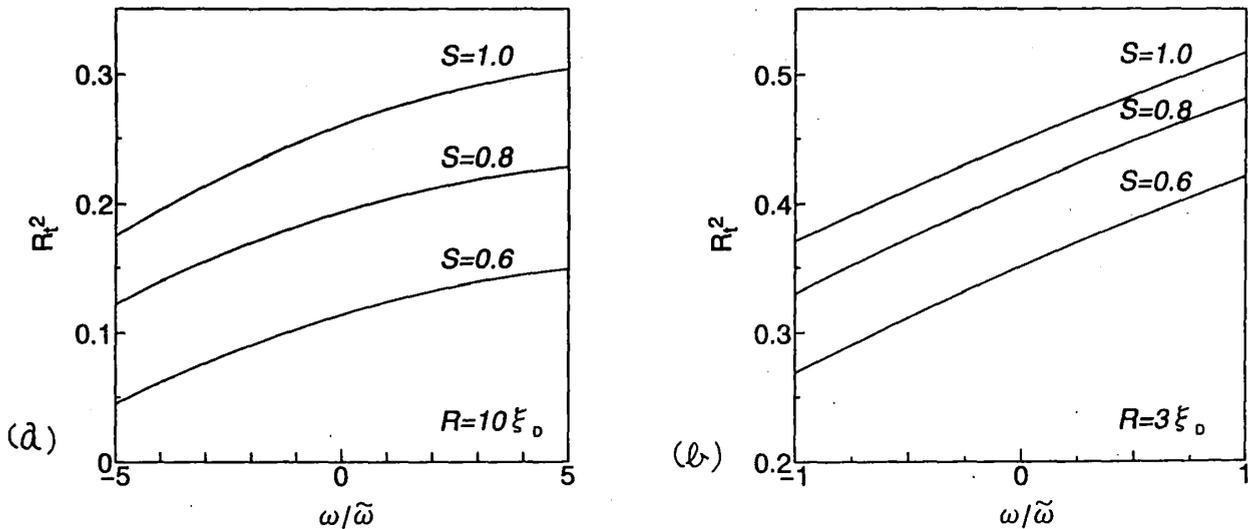


図 3: 回転角速度に対する最低次のスピン波共鳴振動数 (a) $R = 10\xi_D$ の場合 (b) $R = 3\xi_D$ の場合

4 まとめ

回転円筒容器内での Mermin-Ho 構造とそのスピン波モードの最低次の共鳴振動数を求めた。1rad/sec の回転角速度の変化に対して、共鳴振動数の変化は容器径が $R = 3\xi_D, 10\xi_D$ のとき数% と計算される。多数の円筒容器から成る系の回転実験をした場合、正負の z 軸方

向の角運動量をもつ状態の縮退が解け、二個の共鳴振動数が観測されることになる。競合する disgyration 系の空間構造は角運動量を持たないために、回転角速度の変化に対する共鳴振動数の変化は観測されない。このことから Mermin-Ho 構造の同定は可能と考えられる。

参考文献

- [1] N. D. Mermin and T. D. Ho, Phys. Rev. Lett. **36** (1976) 594.
- [2] M. R. Williams and A. L. Fetter, Phys. Rev. **B20** (1979) 169.
- [3] L. J. Buchholtz and A. L. Fetter, Phys. Rev. **B15** (1977) 5225.
- [4] H. K. Seppälä and G. E. Volovik, J. Low Temp. Phys. **51** (1983) 175.
- [5] M. C. Cross J. Low Temp. Phys. **21** (1975) 525.
- [6] A. L. Fetter, Phys. Rev. **B20** (1979) 303.