準安定状態からの量子ゆらぎによる緩和現象

京都大学・人間環境学研究科　宮下精二

準安定性の存在は非常にゆっくりした緩和現象の重要な要因の一つとなっている。秩序化過程における過冷却現象、相分離過程のスピノーダル分解、磁性体のヒストグラム現象など一般の履歴現象など多く自然界にみられる現象が準安定状態からの緩和現象としてこれまで多くの研究がなされてきた。特に、磁性体では、逆磁場中におかれた磁化の緩和過程が詳しく調べられている。[1] しかし、これらの研究で考えているゆらぎは熱的なものであり、低温になると指数関数的に起こりにくくなる。$\tau \sim \exp(-a/T)$　$a > 0$　そのため通常は緩和が凍結してしまう。しかし、いくつかの系では量子的なゆらぎを通して緩和が起こることが予想されている。この問題は磁性体では Magnetic Quantum Tunneling として注目を集めている。量子ゆらぎと熱的ゆらぎは本質的にはまったく異なるものなので互いにどのような類似性、関連性があるのか理論的な枠組みさえも明らかになっていない。

ここでは、古典的なポテンシャルとしては準安定性をもつ系が、安定な状態に緩和する様子を幾つかの例において調べてみる。この際、注意しなくてはならないことは、純粋な量子力学的運動においてはエネルギーが保存するためミクロあるいはセミミクロな系自身では緩和現象が起きないことである。このために、何らかのエネルギー緩和機構を導入する必要がある。ここでは、二つの機構を考える。一つは、外場としてかかっている磁場との相互作用によってエネルギーを緩和させる機構。もう一つは、系がボーズ系との相互作用を考え、ボーズ系にある種の緩和過程を導入する方法である。以下、モデルと方法、上のそれぞれの場合の結果を報告する。

モデルと方法

ここで具体的にモデルとする系は、比較的簡単でいろいろな性質のわかっている横磁場がかかったイジング模型

$$\mathcal{H} = -J\sum_{\langle ij\rangle}\sigma_i^z\sigma_j^z - \Gamma\sum_i\sigma_i^x + H\sum_i\sigma_i^z$$

を考える。第二の場合には、ボーズ系との相互作用

$$\mathcal{H}_{sb} = a\sum_i \sigma_i^+ b + \sigma_i^- b^+ + \mu b^+ b$$

も考える。これらの系で磁化 $m = \sum_i \sigma_i^z$ は一軸異方的な相互作用のため安定、および準安定な値を持つ。初期状態として準安定な状態をとり、それ以後の運動を調べる。具体的方法としては、系を対角化して固有値問題を解くのでなく、Suzuki-Trotter 分解を用いたいわゆる量子的分子動力学法を用いる。

$$|t\rangle = \exp(-i\mathcal{H}t)|0\rangle = (\Pi_j e^{-i\mathcal{H}_j t/n})^n|0\rangle,$$

この分解方法は時間刻みの二次まで正しいが、必要に応じてより高次な分解を用いることができる。[2] 閉じた系のハミルトニアンを用いて、$t=0$ ですべてのスピンが＋の状態にあるところから始まる状態の時間発展を考えるとσ^zの平均値 m (•) とボーズ粒子数 (∘) は振動的に振舞い安定な状態への緩和は見られない。このことはエネルギーが保存しているので当然のことである。ここでわかることは、上でも述べたように緩和現象を調べるためにはエネルギーを何等かの方法で緩和させなければならないということである。その方法、結果を以下に報告する。

断熱的に磁場を切り替える方法

ここでは磁場を上向きから下向きへ瞬間的に変化させるのではなく、ゆっくりと変えることで系が磁場へ仕事をするようにする、いわゆる断熱消磁的なエネルギー緩和を考えてみた。

$$H(t): \quad H \to -H \qquad t: \quad 0 \to t_0$$

この場合には、アプリオリな緩和がなくても m の緩和が起こせることができる。図 1 に、いろいろな速さで磁場を切り替えたときの磁場の変化を示す。

磁場と共に変わっていく状態

$$\Psi(t) = \mathrm{T}\exp(-i\int_0^{t_0} \mathcal{H}(s)ds)|0\rangle$$

が、その瞬間の磁場に対する正しい基底状態 $|G(t)\rangle$

$$\mathcal{H}(t)|G(t)\rangle = E_g(t)|G(t)\rangle$$

とどの程度合っているかを調べるために、それらの波動関数の重なり $\langle\Psi(t)|G(t)\rangle$ を調べた。ただし、ここでは $|0\rangle = |G(0)\rangle$ とした。その結果、

$$1 - |\langle\Psi(t)|G(t)\rangle|^2 \propto e^{-at}$$

$$a \propto (\Delta E)^2$$

であることがわかった。ここでΔEは $H=0$ での基底状態と第一励起状態のエネルギー差である。この事は、ここで考えた過程が本質的には Landau-Zener モデル [3] となっていることを意味している。

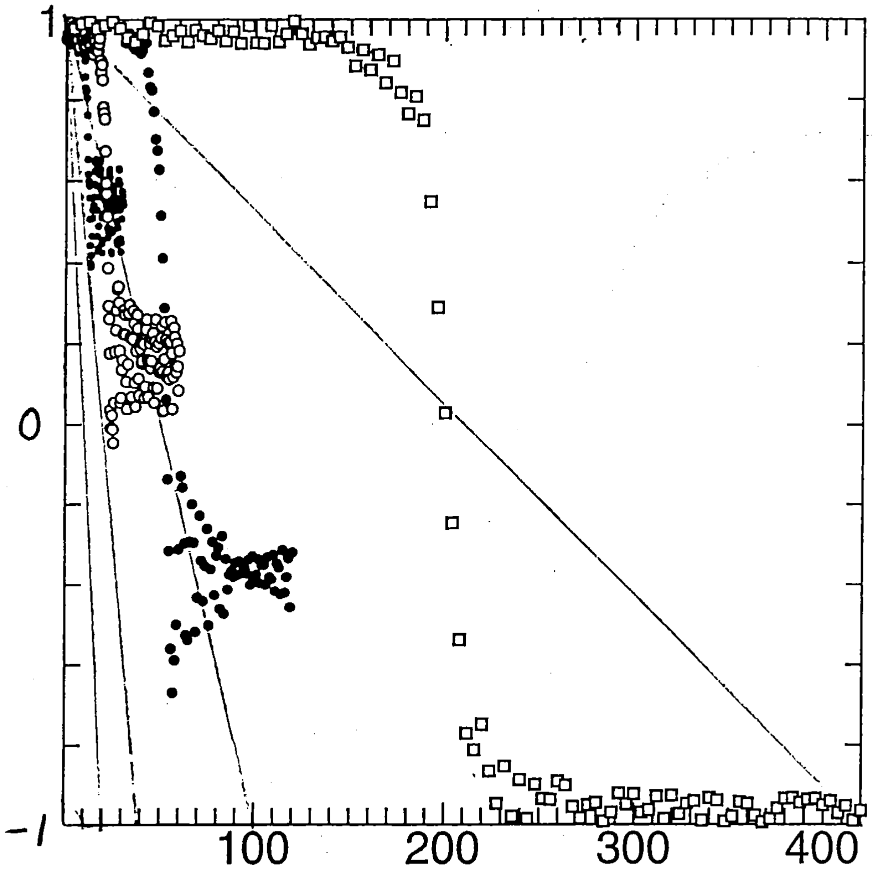

図1　$J = 1.0,\ \Gamma = 0.5,\ H = 1.0,\ a = 0.0, N = 2$ における磁場の変化速度化と磁化の時間変化。実線は $H(t)$ を表し、•, ○, ●, □ はそれぞれの $H(t)$ での磁化変化。

ボーズ系との相互作用の方法

次に、系がボーズ系と相互作用している場合を考える。$\mathcal{H} = \mathcal{H}_s + \mathcal{H}_{sb}$は、エネルギー差が $2H$の2準位系がσ_i^zで表されており、それが $\hbar\omega = \mu$ の光子系と結合している系と見ることができる。このモデルはJaynes-Cummings モデル [4] の拡張になっている。ほとんどの場合 $\mu = 2H$としてある。緩和現象を示させるためには無限個のボーズ系を必要である。ボーズ系に単一のモードしか考えないと緩和現象を示さない。ここでは、ボーズ系としては一つのモードしか考えないが、ボーズ粒子が考えている系から単位時間当たり一定の割合で逃げていくことによってエネルギー緩和が起こる機構を考える。ここでは光子が外界に逃げていく効果をある時間ごとに

$$|t\rangle' = Z \times (1 + \alpha b - \alpha b^{+} b)|t\rangle$$

として取り入れた場合の時間発展を図2に示す。ここで Zは規格化のための定数である。

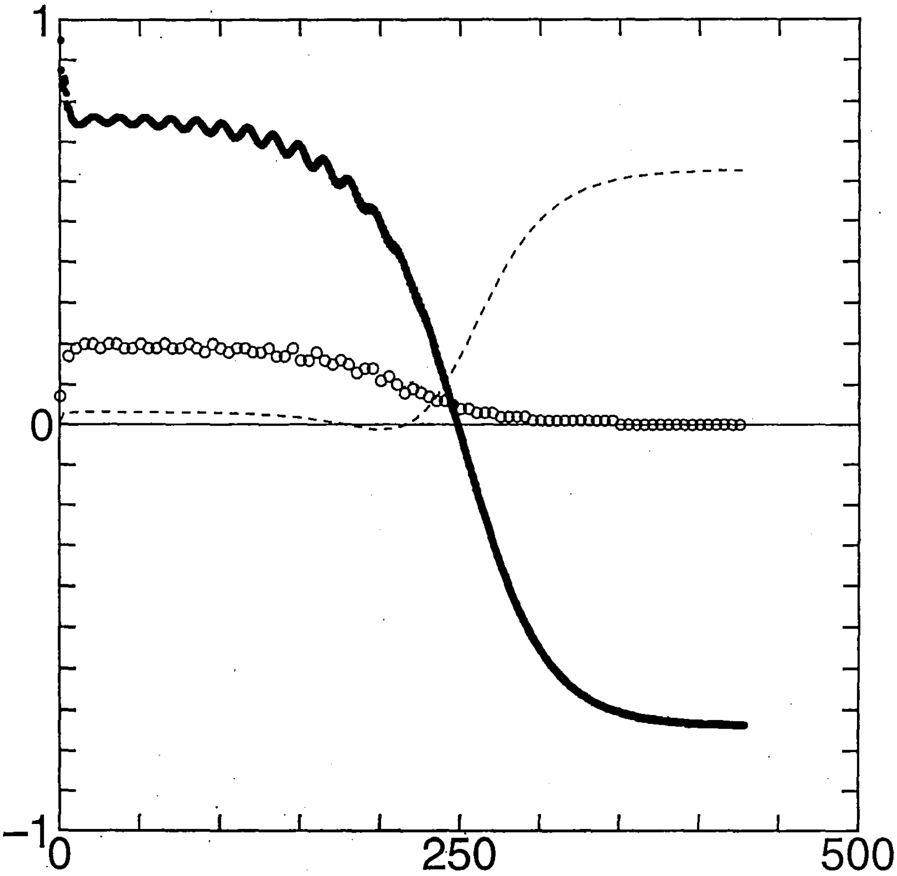

図2　$J = 1.0$, $\Gamma = 0.2$, $H = 1.0$, $a \neq 0.0$ における磁化とボーズ粒子数の時間変化。破線はエネルギーの時間変化。

ここで注目すべきなのは、系のエネルギーが中間時間で一度増大している点である。この事は、ボーズ粒子が外界に逃げることによって系がエネルギーを得ることを表している。これは、系の固有状態においてボーズ粒子の個数が良い量子数で無いことによると考えられる。このエネルギー増加の機構は、熱的なエネルギーがほとんど無い低温におけるニュークリエーションの新しい機構を与えるものと期待される。ここでのモデルにおけるエネルギー緩和については、密度関数を用いる方法で多くの考察があり [5]、それらとの関係は今後の課題である。

[1] K. Binder, in *Phase Transition and Critical Phenomena,* edited by C. Domb and M. S. Green (Academic, New York, 1976), Vol. 5B.
H. Tomita and S. Miyashita, submitted to Phys. Rev. B46 (1992) 8886.

[2] M. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. 61 (1992) 3015.

[3] C. Zener, Proc. Roy. Soc. A137 (1932) 696.

[4] E. T. Jaynes and F. W. Cummings, Proc. IEEE 53 (1963) 89.

[5] F. Haake, in *Quantum Statistics in Optics and Solid-State Physics,* (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1973).
R. Kubo, M. Toda and N. Hashitume, Statistical Physics II (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1985).