複雑系としての国民経済モデルとその分析

国際大学　グローバルコミュニケーションセンター
出口 弘　deguchi@glocom.ac.jp

1．はじめに

本発表では、経済システムを複数のエージェントからなる複雑系として代数的にモデル化してその挙動を分析する。経済システムのような主体（組織）を要素として含む複雑系では、個々のエージェントは共通の一般法則に従うのではなく、個々のエージェント毎にヘテロなしかも学習などにより容易に変化する意志決定ルールに従って行動し、相互作用しその結果として例えばマクロな経済の変化が生じる。またそのモデル化は場の個々の点で同一の法則を仮定してよい物理的な場の記述法とは大きく異なってくる。

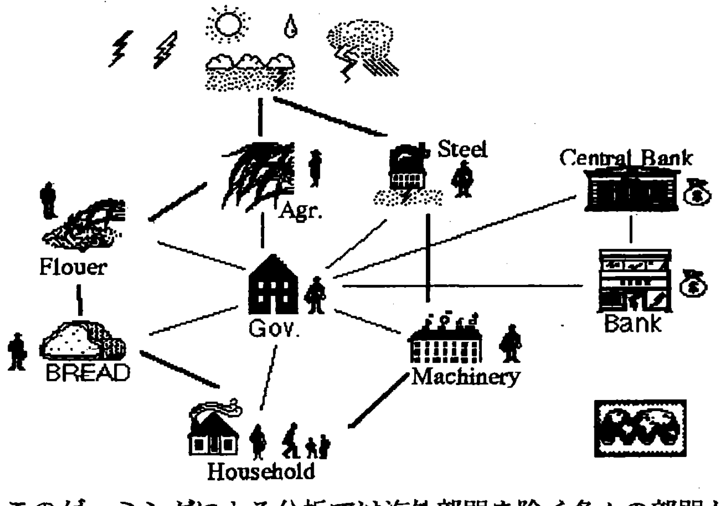
このような多数の知的エージェントによる複雑系では、個々のエージェント毎に異なる意志決定ルールそのものの変化のダイナミックなプロセスと、その意志決定ルールによって変化する個々のエージェントの状態空間の変化の両者を分析する必要がある。

いわゆる人工生命モデルでは個々のエージェントは、染色体という形で縮退した形でした状態モデルを持たない。それ故に複雑な状態構造を持つモデルにはそのままでは利用できない。

我々はここで簿記的な経済的交換を抽象化した交換代数という代数系を経済状態のモデルとして用いている。この代数系による状態表現をベースに、統計的記述体系である国民経済計算（SNA System of NationalAccounting)の諸量は純粋に代数的に再構成され個々のエージェントの状態からマクロ変数として代数的に計算できる。

この交換代数による状態記述に基づいた経済システムの場のモデルの解析のためにここでは、農家、製粉業、パン製造業、製鉄、機械製造業、銀行、中央銀行、政府、家計の9つのエージェントからなる簡単な国民経済モデルを具体的に構成し、そのマルチエージェントシステムとしての挙動をゲーミングシミュレーションによって分析し、複雑系としての経済システムの新しい定式化と分析の方法について論じる。

ここで我々は国民経済として9主体（政府，銀行，中央銀行，農家，製鉄，製粉，パン製造，機械製造，家計）と海外部門からなる簡単なモデルを想定する。



このゲーミングによる分析では海外部門を除く各々の部門が、単独、或いは数人のチームからなるプレーヤーによってプレーされる[1]。農家は小麦を、製粉業は小麦から小麦粉を、パン製造業は小麦粉からパンを製造し、家計はパンを消費し労働力を提供する。製鉄は鉄を製造し、機械製造は機械を製造する。機械は投資として製造業と公共投資として政府、更に住宅投資として家計にに購入される。中央銀行は通貨の管理を行ない、銀行は金融業務を行なう。政府は、税率をきめ税金を徴収したり補助金を交付する。ゲームで唯一の外的パラメータは人口増加であり、初期３００人から年率１０％で増加が仮定される。それ以外はエージェントが自律的に意思決定することでこのシステムは変化していく。このモデルでは具体的なエージェントの活動から国民経済のY,I,S,C,EX,IM

といったマクロ変数を求めることができる。

経済学は周知のようにマクロ経済学とミクロ経済学に区分される。有効需要の分析から始まったケインズ的なマクロ経済学は、国民所得や投資、貯蓄、消費といったマクロな変数の間の関係として経済システムの変化を分析しようとしている。これに対して、ミクロ経済学は古典的な市場均衡を問題としている。これら両者のアプローチは、ともに経済システムをそこで活動しているエージェントの活動から分析する視点には立っていない。ミクロ経済学はやはり複数のエージェントの活動の結果としての価格均衡を問題としているのである。従ってミクロ経済とマクロ経済学の間の関係は、当然のことながら統計力学と熱力学の関係とは根本的に異なったものとなっている。経済学はこれまで謂わば逆還元主義の立場、現象論的方程式を重視する立場に立っていた。確かに複雑なシステムの分析では、還元主義的なアプローチはしばしば批判の対象となる。しかし経済システムでは、実際に必要なのは個別のエージェントの持つ状態量とその上の意思決定がどのようにしてマクロな状態量やそこでの状態変化に結びつくかの理論枠組みではないだろうか。その意味でマルチエージェントモデルとしての経済システム分析は、経済学に見失われていた失われた輪としての経済主体とマクロ経済量の間の必要不可欠な関係を与えるアプローチであると言えよう。

主体を含む複雑なシステムでは、エージェントが持つ状態空間は複雑な構造を持つ。それは客観的な空間であるよりは、相互主観的な空間でありエージェントが認識したリアリティを表現する空間である。我々はこのようなエージェントの認識したリアリティを表現する空間を内部モデルと呼ぶ。チェスのプレーヤーがチェス盤をひとつの現実の枠組みとして共有してその上の活動ルールによって行動し、盤の上の状態変化をもたらすように、社会経済的エージェントの活動では共通のリアリティの空間の構成がもう一つの重要な課題となる。

経済的なエージェントの活動では、製造原価計算を含む簿記的な会計状態記述がこのリアリティの空間の中核となる。経済的エージェントに共有され参照される内部モデルを簿記システムは表現しているのである。実際簿記が一つの認識枠組みであることは会計測定の理論などで広く認識されているところである。我々のモデルではこの簿記的な状態記述をベースにしながらその上の意思決定の構造やそこでの意思決定ルールの強化学習などを分析する。そこでは人工知能的なエージェントの活動モデルの構成がひとつの目標となる。

2．交換代数による経済マルチエージェントモデル

【交換代数の公理系】[2]

交換代数は、まず冗長代数と呼ばれる下記の代数系の上に定式化される。今Tを非負の整数か実数とする。二項ｵﾍﾟﾚｰｼｮﾝ+と単項ｵﾍﾟﾚｰｼｮﾝ$\hat{\ }$, $\bar{\ }$ が集合Ψの上に定義されており、更にｽｶﾗｰ積$ax \in \Psi$が$a \in T, x \in \Psi$に対して定義され下記の公理系(2-1)を満たすとき、Ψを冗長代数と呼ぶ。

公理系(2-1)

(1) $x + y = y + x$	(2) $(x + y) + z = x + (y + z)$
(3) $x + 0 = x$	(4) $a(bx) = (ab)x$
(5) $1x = x,\ 0x = 0$	(6) $(a + b)x = ax + bx$
(7) $a(x + y) = ax + ay$	(8) $\bar{\ }\bar{\ }x = \bar{\ }x$
(9) $\hat{\ }\hat{\ }x = x$	(10) $\bar{\ }(x + y) = \bar{\ }(\bar{\ }x + \bar{\ }y)$
(11) $\hat{\ }(x + y) = \hat{\ }x + \hat{\ }y$	(12) $\bar{\ }(x + \hat{\ }y) = 0 \equiv \bar{\ }x = \bar{\ }y$
(13) $\bar{\ }(\hat{\ }x) = \hat{\ }(\bar{\ }x)$	(14) $\bar{\ }(ax) = a(\bar{\ }x),\ \hat{\ }(ax) = a(\hat{\ }x)$
(15) $x + y = 0 \rightarrow x = 0 \wedge y = 0$	(16) $ax = 0 \rightarrow a = 0 \vee x = 0$

この冗長代数上には、ノルムや一次独立、基底などの概念が導入できる。冗長代数はそれ自体では、簿記の抽象化としては不十分である。冗長代数Ψの基底の集合Γの上の関係$\Leftrightarrow$が、更に次の公理系(2-2)を満たすとき、Ψを交換代数と呼ぶ。

公理系(2-2)

(1) $\forall x, y \in \Gamma\ x \Leftrightarrow y \equiv \hat{\ }x \Leftrightarrow \hat{\ }y$

(2) $\forall x, y, z \in \Gamma\ x \Leftrightarrow y \text{ and } y \Leftrightarrow z \rightarrow \neg(x \Leftrightarrow z)$

(3)$\forall x, y \in \Gamma\ x \Leftrightarrow y \equiv y \Leftrightarrow x$
(4)$\forall x, y \in \Gamma\ x \Leftrightarrow y \rightarrow \neg(x \Leftrightarrow \hat{}y)$
(5)$\forall x, y, z \in \Gamma\ \neg(x \Leftrightarrow y)$ and $\neg(y \Leftrightarrow z) \rightarrow \neg(x \Leftrightarrow z)$
(6)$\forall x \in \Gamma\ \exists y \in \Gamma\ x \Leftrightarrow y$

この交換代数は、簿記の抽象化にあたっている。Ωを経済主体の集合としたとき、K(Ω,[Γ])={f | f:Ω→[Γ]}を経済場と呼ぶ。[Γ]は基底Γから生成される交換代数である。経済場の概念を用いて統計体系として構想されている国民経済計算：SNA(Systems of National Account)を代数的に再構築することが可能となる。我々の経済のマルチエージェントモデルはこのSNAの代数モデルに基づいてデザインされる。我々のモデルは、更に多元・多通貨記述を許す形に拡張できる。このマルチエージェントモデルでは通貨単位としてMOU,実物財の単位として、WHU(小麦単位),FLU(小麦粉単位),BRU(パン単位),STU(鉄単位),MAU(機械単位)の五つの単位系を採用している。これによって実物財とその価格変化もモデルの中に明示的に取り入れることが可能となる。

この交換代数による、経済的エージェントの記述は製粉業の場合例えば次のようになる。

期首ストック

借方 資産項目			貸方 資本負債項目		
現金残高	208.194	MOU	資本金	270	MOU
機械設備金額	270	MOU	内部留保	144.994	MOU
金利性預金残高	0	MOU	銀行借入残高	100	MOU
国債保有残高	120	MOU	減価償却引当金	108	MOU
製品在庫	24.8	MOU			
原材料在庫	0.00	MOU			
小計	622.994		小計	622.994	

この簿記的記述を交換代数で表現するためには、<現金,MOU>などの交換代数の基底を与えてやる必要がある。製粉業の場合を示すと、次のようになる。

Λ[製粉業：資産]={<現金,MOU>,<預金,MOU>,<国債,MOU>,<機械,MOU>,<小麦粉,MOU>,<小麦,MOU>}

Λ[製粉業：多元資産]={<現金,MOU>,<預金,MOU>,<国債,MOU>,<機械,MAU>,<小麦粉,FLU>,<小麦,WHU>}

Λ[製粉業：資本]={<資本金,MOU>}、Λ[製粉業：負債]={<借入債務,MOU>}

Λ[製粉業：費用]={<減価償却費,MOU>,<労賃,MOU>,<利子支出,MOU>,<租税支出,MOU>}、Λ[製粉業：利益]={<付加価値,MOU>,<内部留保,MOU>,<減価償却引当金,MOU>,<補助金収入,MOU>,<利子収入,MOU>}

Λ[製粉業：振替勘定]={<売上総利益,MOU>,<経常利益,MOU>}

Λ[製粉業]=Λ[製粉業：資産]∪Λ[製粉業：資本]∪Λ[製粉業：負債]∪Λ[製粉業：費用]∪Λ[製粉業：利益]∪Λ[製粉業：振替勘定]

^Λ[製粉業]= {^e | e∈Λ[製粉業]}

Γ[製粉業]=Λ[製粉業]∪^Λ[製粉業]

Λ[製粉業：多元]=Λ[製粉業：多元資産]∪Λ[製粉業：資本]∪Λ[製粉業：負債]∪Λ[製粉業：費用]∪Λ[製粉業：利益]∪Λ[製粉業：振替勘定]

^Λ[製粉業：多元]= {^e | e∈Λ[製粉業：多元]}

Γ[製粉業：多元]=Λ[製粉業：多元]∪^Λ[製粉業：多元]

Γ[製粉業]上の交換代数で上述の期首ストックを表現すると次のようになる。

f[期首ストック]= 208.19<現金,MOU> + 270.00<資本金,MOU>
\+ 270.00<機械,MOU> + 144.99<内部留保,MOU>
\+ 0.00 <預金,MOU> + 100.00<銀行借入,MOU>
\+ 120.00<国債,MOU> + 108.00<減価償却引当金,MOU>
\+ 24.80 <小麦粉,MOU>+ 0.00 <小麦,MOU>

借方と貸方という部分空間へ元を射影してノルムを取ると等しくなることが示せる。即ち | Pr[Deb](f[期首ストック]) | =622.99、 | Pr[Cre](f[期首ストック]) | =622.99となる。ここでgでΓ[製粉業]→Γ[製粉業：多元]への交換代数の価格表示から実物表示への変換関数を、またGでその逆関数を表すものとする。すると次のような実物表示の記述が得られる。ここでは機械の在庫は1台10MOUであった。

g(f[期首ストック])= 208.19<現金,MOU> + 270.00<資本金,MOU>
\+ 27.00<機械,MAU> + 144.99<内部留保,MOU>

\+ 0.00 <預金,MOU> + 100.00<銀行借入,MOU>
\+ 120.00<国債,MOU> + 108.00<減価償却引当金,MOU>
\+ 56.00 <小麦粉,FLU> + 0.00 <小麦,WHU>

ここではバランスは成立しない。同様に、機械の購入や減価償却、生産といった通常の取引の記述も交換代数で容易に表現できる。

3．因果連鎖解析

我々は、ここで交換代数で記述された経済のマルチエージェントシステムの解析に因果連鎖解析という方法論を提示したい。経済システムでは、既に述べたようにマクロ的なシステム記述と個々のエージェントに分解できる意思決定とそこでの状態変化の間の因果的関係を問うことが理論的に極めて重要となる。むろんそれは現実の経済で、全ての個々のエージェントの測定から全体の量を測定しろと主張しているのではない。理論モデルとしてそのような関係付けが必須であると主張しているのである。これが現在の経済学の陥っている現象論的、逆還元主義的方向性を是正するにはぜひとも必要なアプローチであると考える。さてこのマルチエージェントの経済システムでは、９つのエージェントの交換代数的な状態記述から、マクロエコノミクスが対象とする状態量を代数的に求めることができる。問題は、ミクロなエージェントの状態変化とマクロな状態量、或いは政策意思決定との結びつきの解析にある。むろんミクロなエージェント間の活動の動的解析ができればそこからマクロ成状態量は計算できる。この関係の中には、個々のエージェントの状態からマクロ経済の状態を構成する定義式から必然的に結び付けられる関係もある。しばしば経済学で登場するI-Sバランスというのがそれである。Y=S+C、I+EX-IM=Sといった式は、代数的なアグリゲーションによって証明可能な式として得られる。しかし問題はそう単純ではない。まず個々のエージェントは、マクロなGDPなどの状態変数を自らの意思決定のための参照変数として用いているし、政府のような政策意思決定主体は、税率など様々な政策でミクロな主体の意思決定をマクロに管理しようとする。更に従来の経済学はこの恒等的な式に一種の解釈からダイナミクスを折り込んで分析するという荒技を使っている。しばしば経済学が用いる事後的なバランスという言い方がこれである。代数的にはこの等式は任意の時点で成立している。貯蓄と投資のアンバランスという言い方は従ってこの会計等式以外のダイナミックな構造を解釈としてモデルの中に読み込んでいるのである。我々はこのようなモデル作法から脱却してマルチエージェントのルールベースのダイナミクスを解析する方法を発展させる必要がある。その際に、エージェントのルールがエージェント内で、或いはエージェント間で因果的に相関するメカニズムの解析がポイントとなるのである。例えば価格の変化は、原料を値上げしたことが因果連鎖的にその財を原料とする産業に波及する原価のマークアップ型のパターンもあれば、製品の需給の逼迫から川下から川上に因果連鎖が働くパターンもある。更にマネーフローの増大からシステム全体の財の総量とマネーの総量とのバランスが崩れてインフレなどを引き起こす価格変化のパターンがある。これらはそれぞれエージェント間のルールの因果連鎖が異なっているのである。このような立場からのエージェントの活動ルールの因果チェインの分析が今後の大きな課題となる。我々のプロトコル解析はその手掛かりを与えてくれる。

参考文献

[1]出口 弘、国民経済のﾏﾙﾁｴｰｼﾞｪﾝﾄ・ｼｽﾃﾑとしてのｹﾞｰﾐﾝｸﾞｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ、ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ&ｹﾞｰﾐﾝｸﾞ,第４号、No.1,Sep., pp.112-128,1994

[2]出口弘，経済交換の数理システム論—交換代数の公理的定式化とその多元，多主体，多次元記述への拡張—，福島大学商学論集，第５６巻，第３号，PP.25-53，1988、出口弘，経済交換の数理システム論2—経済主体の交換記述—，福島大学商学論集，第５７巻，第１号，PP.83-98，1988、出口弘，経済交換の数理システム論３—国民経済場とSNA(1)—，福島大学商学論集，第58巻，第2号，PP.15-32，1989、出口弘，経済交換の数理システム論３—国民経済場とSNA(2)—，福島大学商学論集，第58巻，第3号，PP.29-56，1990、H.Deguchi, B.Nakano, Axiomatic Foundations of Vector Accounting, Systems Research,Vol.3,No.1,pp.31-39,1986、Hiroshi Deguchi,Exchange Algebras and Economic Field ,数理解析研究所講究録809,pp.88-105,京都大学数理解析研究所, 1992、