

景気循環のシミュレーション

田中美栄子
椋山女学園大学生生活科学部

長谷部勝也
愛知大学教養部

概要

自発的景気循環を引き起こす内的な要因を探るため、系の有限性からくる非線形性と、在庫投資としての反応の遅れとを取り入れた商取引のモデルを考察した。遅れ日数を最小限の1日としたときは価格の変動に小振幅の波動しか見られないか、あるいは全く振動せず増大または減少のみとなるだけであるが、遅れ日数を5日から10日へと大きくして行くにつれてパラメータの広い領域で大振幅の振動を示すことがわかった。

1、景気の自発的変動を引き起こすもの

資本主義経済は自己組織的に発展するひとつのシステムであり、多くの内的な要因が絡み合いながら進化する一種の有機体のようなものと見なすことができる。その時間的变化は単調ではなく複数の周期の振動を含みながら沈滞と発展をくりかえす。振動のなかで波長の短いものは主として直接的、もしくは外的な要因による変化で、その代表的なものは季節変動である。また、政治的要因や流行といった要素も含まれる。いっぽう、波長の長い振動については気候によるもの（冷夏による米の不作やエアコンの売れ行き不振など）、設備投資、技術革新、また文化的なものとしての嗜好の変化など外的要因によるものが強調されることが多い[1]が、そういった直接の原因だけでは説明のつかない長期的振動の沈滞期に身を置いてみると、それらの原因以外にシステムの構造そのものに内在する普遍的な要因が存在してそれが自発的な変動を引き起こしているのではないかと考えたくなる。1930年代の世界恐慌のあとにはさまざまな景気循環論が展開された。そのなかで特にコンドラチェフ・サイクルと呼ばれる周期40-60年の長周期振動[2]の存在は1990年代の世界的不況を説明するようにも見え、その原因を探ることはまた、一見まったく違ったものに見える他のシステムの性質とも共通した普遍的原理を見出すことができるのではないかという希望ともつながる。他の現象のなかで身近なものの一つに高速道路における自然渋滞の問題があり、これは事故その他の明白な原因のない場合にも車の密度が或る臨界点を越えると自発的に起きる渋滞のことである。これを相転移現象の一種と位置付けた研究が最近いろいろとなされている[3]。本稿で考察する景気循環のモデルもこれと似通った考えに基づいている。車の流れと商品流通とを同一の性質をもつシステムと見なすことによりその特徴をつかんだ解析が可能となるのではないかという期待を我々は持っている。

2、複雑系としての経済システム：Samuelson-Hicksからシステム論へ

経済学は社会科学のなかで際立って数学的定式化の成功した分野であり、それ故に物理学との類似性をしばしば指摘される。Walrasにより定式化された一般均衡理論に対する力学の影響は明らかであるし、Samuelson、Hicksによる差分、あるいは微分方程式に基づいた理論展開[4,5]は経済変数を力学変数とみなした動力学に他ならない。しかしこれらは本質的に多変数システムであるはずの経済問題を過度に単純化して変数を減らし、また、解析的なアプローチを可能にするために局所的な線型化をおこなっているために、景気循環のように多変数の大域的な変動が重要となるような問題を論じる枠組みとしては満足なものとはいえない。無理に問題を解析的に解かずとも、コンピュータシミュレーションによって変数の時間発展を追うことが可能である以上、複雑な系を複雑なままに研究対象とする、システム論的アプローチをとるほうが、変数の大域的变化を問題にする場合には意味のある結果が得られるであろうと予測できる[6]。しかし現実の経済問題は純粹科学の対象となしうる範囲を越えた様々の要因を含んでおり、種々のデータを再現する理論を第一原理から導くといったようなことは不可能に近い。局所的に系の特徴をとらえた力学系を構築し得たとしてもその時間発展を追ううちに新たな要素が予測不可能な順序で加わってきて系を支配する法則そのものが変化するということが十分ありうる世界なのである。したがって、現実のデータそのものをフィットするよりも、「何を知りたいのか」に焦点を絞り、そのために「最低限必要な変数」を決定し、「それらが従うメカニズム」を明らかにすることが重要である。こうして我々は経済現象から出発しながら多変数系の物理学に類似の状況に行き着いてしまうのである。そこでまず、問題自体をできるだけ単純化した切り詰めたものとして設定し、その状況のなかで最大限に現実的な動力学を組み立てる、という方針をとることにする。

2、モデルの設定

商品は一種類とし、最初のモデルでは、生産も消費も捨象した閉じた系を考えることにする。そこでの商品は、例えば土地や株のように単純に取り引きだけをするようなものである。最も知りたいことは何が原因となって不況、すなわち商品流通の停滞や価格の低迷が起こるかということであり、そのために必要な変数は各時間 t における各地点での資金および商品在庫とその流量、商品の価格などである。このとき自発的景気循環を引き起こす内的な要因としてまず考えられるのは、(1) 商品や資本が有限かつ負にならないことからくる系の非線形性、および(2) 商品在庫を投機的な目的で保有しようという意図から生ずる、資本流通に対する商品流通のタイム・ラグである。前者(1)はこういった系が満たす自然な条件といってよく、後者(2)は3年周期のキッチンサイクル(Kitchen Cycle)と呼ばれる小周期景気循環の原因としてAbramovitzが提唱した「在庫投資」[4]の考えを背景にしたものである。

[モデル]

景気循環を生成するために必要な最小限の変数を用意し、できるだけ単純なシステムを考えることにする[7]。N個の会社が総量が一定量Gである商品を取引する閉じた系を考え、取引される商品は土地や株などのように生産や消費を含まないものとする。それぞれの会社は自社の資本を増やすことを目的として商品の販売価格をいくらにするか、また所持する資金のうちどの程度を投資にまわすかを定めることになる。このモデルにおいては商品は単一としているから投資というのは他の会社から同じ商品を安い値段で買い自社の倉庫に保管することである。系の運動を記述するために必要な力学変数としては、k番目の会社が時刻tにおいて所持する資本の量 $M_k(t)$ と商品の量 $G_k(t)$ 、およびその会社が時刻tにおける取引で設定する商品単価 $P_k(t)$ と投資（購買）にまわす予算 $B_k(t)$ の4つがある。このうち $P_k(t)$ と $B_k(t)$ は各社の経営方針によって決められる変数であり、これらの従うアルゴリズムがシステムの性質を決める。 $M_k(t)$ と $G_k(t)$ は結果として自動的に決まることになる。取り引きは一日一回行うものとして、これ以後は時刻tをt日目と言い換えることにする。k番目の会社からj番目の会社に商品が流れるとき代金は逆にj番目の会社からk番目の会社に流れるわけであるがこのときに商品在庫を一定期間保有しようという意志が働けば商品はすぐ売りに出されずに倉庫のようなところに保管されることになる。そのため $\Delta M_k(t) = -\Delta G_k(t)$ とはならず2つの変数は独立に動くことになる。商品単価 $P_k(t)$ と予算 $B_k(t)$ が決まると取り引きが行われ、商品 $G_k(t)$ と資金 $M_k(t)$ が逆方向に移動する（図1参照）。実際に取り引きを行う際には買い手の優先順位をどう決めるかが問題となるが、ここではくじ引きで決めるとする。他の決めかた、例えば買い手は予算の多い順に取り引きに参加する等を試してみても本質的な差異は出ないのでもっとも簡単なくじ引きを選ぶ。売り手のほうは価格の低い順に取り引きができる。最初の買い手が最初の売り手からすべての商品を買った後にまだ予算が余っていれば残りの予算で次に安い値段をつけた会社と取り引きをする。但し、売り手のつけた価格が高すぎる時は買うのをやめる。最初の買い手が予算を使い尽すと2番目の買い手が登場する。こうして予算または店頭在庫のどちらかが尽きるか又は買い手がパスするかすると次の優先順位の会社が買い手になって登場するというルールで取り引きは続く。買った商品はすぐ店頭在庫とはならず、一定期間(ℓ 日)倉庫に保管された後に店頭に出されるとする。一巡したところでt日目の取り引きは終了する。翌日のt+1日目には商品量と資金は次のようになる。

$$G_k(t+1) = G_k(t) + \sum_a \Delta G_{k,a}(t-\ell) - \sum_b \Delta G_{b,k}(t) \quad (1)$$

$$M_k(t+1) = M_k(t) - \sum_a \Delta G_{k,a}(t) \cdot P_a(t) + \sum_b \Delta G_{b,k}(t) \cdot P_b(t) \quad (2)$$

ここで ℓ は在庫日数であり、定数であると仮定する。仕入れた商品は ℓ 日間倉庫に保管されてから売買可能な状態に置かれる。 ℓ の最小値は1であり、前回の取り引きで仕入れた

商品を今回売りに出すことに相当する。更にこれに

$$\sum_{k=1}^N M_k(t) = M \quad (\text{総資本は一定}) \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^N G_k(t) = G \quad (\text{総商品は一定}) \quad (4)$$

という条件、更に資本および商品の有限性と正值性

$$G_k \geq 0 \quad (5)$$

$$M_k \geq 0 \quad (6)$$

また手持ち資本の範囲内でのみ買い注文を出す条件

$$B_k(t) \leq M_k(t) \quad (7)$$

がついていることになる。このプログラムによってそれぞれの会社の商品価格、予算、資金、在庫量、商品流量を毎回計算し、それから毎日の平均価格、平均在庫量、資金のゼロになった会社の数などを算出する。

[経営戦略：予算Bと価格Pの決定ルール]

売る側は価格を、買う側は予算を戦略として決定する。 $t-1$ 日目の取引で自社の商品が売れたときはもっと儲けようとして翌日(t 日目)の取り引きのとき値段を上げる。また、予算も増やしてより多くの買い物(つまり投資)をする。

$$B_k(t+1) = B_k(t) \cdot X + DB \quad (8)$$

$$P_k(t+1) = P_k(t) \cdot X + DP \quad (9)$$

いっぽう、 $t-1$ 日目の取引で在庫があるにもかかわらず買い手がつかなかったときは値段が高すぎたのだとして翌日(t 日目)には値段を下げる。また、予算も縮小して買い注文(投資)を減らす。

$$B_k(t+1) = B_k(t) / X \quad (10)$$

$$P_k(t+1) = P_k(t) / X \quad (11)$$

$t-1$ 日目に商品の在庫が無いために売れなかったときは予算はそのまま

$$B_k(t+1) = B_k(t), \text{ if } M_k(t) \geq B_k(t) \quad (12)$$

$$B_k(t+1) = M_k(t), \text{ otherwise.} \quad (13)$$

また、値段は前回の加重平均とする。

$$P_k(t+1) = \frac{\sum_i P_i(t) \cdot G_i(t)}{\sum_i G_i(t)} \quad (14)$$

ここで

$$a = X - 1, \quad b = \frac{DB}{M_{initial}}, \quad c = \frac{DP}{P_{average}} \quad (15)$$

と書くと、 a , b , c はともに正の微小な大きさのパラメータとなる。

3、景気循環の現れる条件

パラメータ (a , $b = c$, 遅れ日数 l) をいろいろに変化させてシミュレーションを行った。 c を b に等しいとしたのは簡単化のためである。遅れ日数 l は最小値である1の他、5および10の場合について調べた。 a の領域として0.001 から 0.050までをとり、 b は0.01 から 0.10までをとった。平均価格の時間変化を調べると次のようなことがわかる。

$l = 1$ の場合： $a < b/20$ の領域では振動解はない。このうち $b > 0.05$ では単調増大し、 $b < 0.05$ では単調減小となる傾向が見られる。 $a > b/20$ では初期価格の1/10程度の小振幅で振動する。周期は 50日-200日程度である。

$l = 5$ の場合： $a < b/10$ の領域のほとんどの部分に見られるのは均衡状態に近づく無振動解である。 $a > b/10$ では大振幅(初期価格の1/4から半分近く)の振動解で周期は 50日-200日程度である。

$l = 10$ の場合：この領域のほとんどの部分で大振幅の振動解となる。周期は55日-200日位である。

これを l の関数とみると、 $l = 1$ のときには景気循環らしい振動は全く見られないのに対して、 $l = 5$ や $l = 10$ の場合にははっきりとした大振幅の振動が見られる。この大振幅の振動が景気循環であるかどうかを見るために、平均価格(price)の変動と同期の店頭在庫(stock)や、資金不足で購買力をなくした会社の数(poorpart)を比較してみると、価格の低迷期には在庫がだぶつき、同時に資金難の会社が急増していることが読み取れる。例として図2に $l = 10$, $a = 0.03$, $b = c = 0.05$ の場合を示す。図3に $0. < a < 0.05$, $0. < b < 0.10$ の範囲での価格変動の様子を l の異なる値について示す。(斜めの線は振動域と無振動域の境界を示す。振動域には周期を数字で入れた。) これにより遅れ日数 l が1に比べて大きな値をとることが景気循環をひきおこす主要な原因であるという解釈がなりたつ。

図1

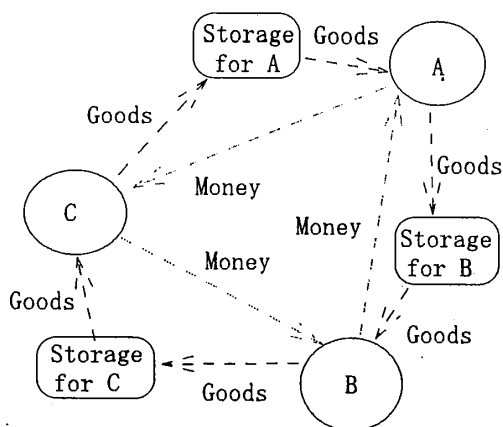
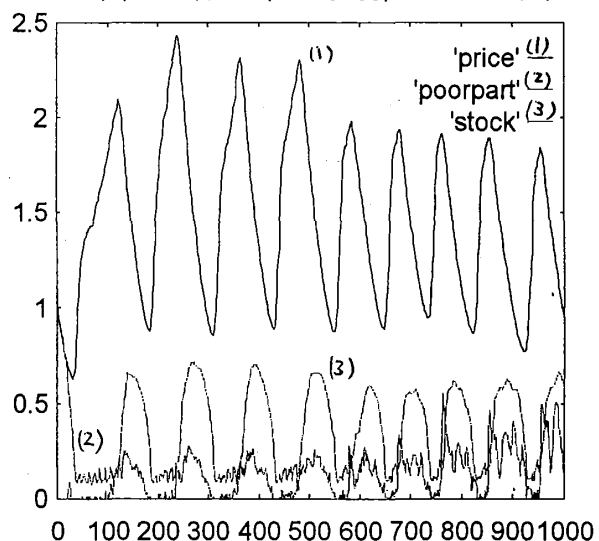
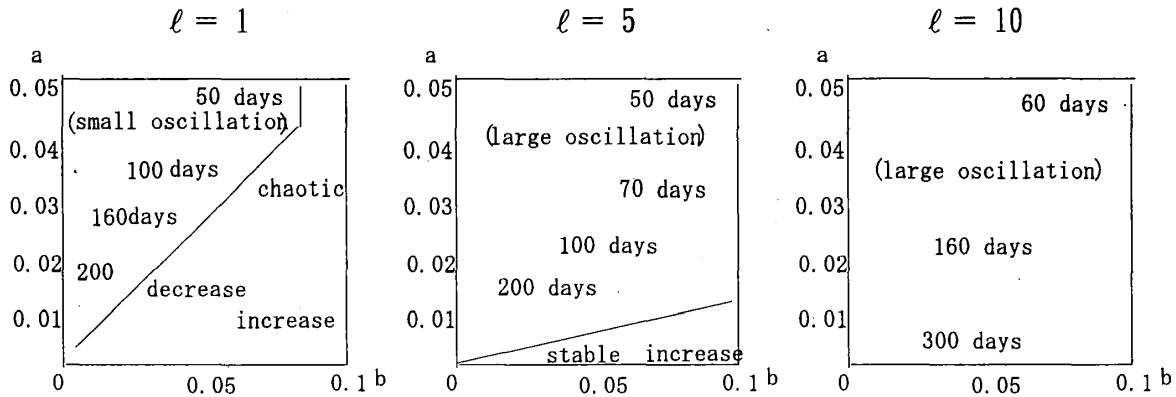


図2 ($l = 10$, $a = 0.03$, $b = c = 0.05$)



(図 3)



4、結論

ここでは景気循環の原因となりうる定性的性質を極めて単純化されたモデルを用いて考察し、閉じた系において在庫投資の期間が長いと景気の大きな振動を引き起こしうることを確認した。実際に観測されている景気の波との直接的な比較をしてもこの段階ではあまり意味がないが経済問題の定式化のためにどれだけの要素が必要であるかについての指針として重要性があると思われる。

参考文献

- [1] 経済学大辞典(東洋経済社) III巻 XIX 経済学説 - 13 景気変動学説 561頁.
- [2] イマニュエル・ウォーラースティン編「長期波動」山田他訳(藤原書店・1992年);
入江雄吉「経済学の基本がわかる本」(PHP文庫・1993年).
- [3] セル・オートマトンモデルでは
H. Takayasu and M. Takayasu, *Fractal* 1, 860(1993);
S. Tadaki and M. Kikuchi, *Physical Review E*50(1994) no. 6
追従モデルの変形型として
M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama, *Physical Review E*(1994), 及び *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*11, 203(1994)
流体力学的アプローチでは
B. S. Kerner and P. Konhauser, *Physical Review E*48, R2335(1993)
などがある。
- [4] 経済学大辞典(東洋経済社) I巻 IV 経済変動 - 11 景気循環理論 447頁.
- [5] 数理科学事典(丸善) VIII 経済 - [11]景気循環論 441頁.
- [6] H・サイモン「新版・システムの科学」稲葉元吉他訳(パーソナルメディア・1987);
W. A. チャン「時間と変化の経済学」有賀祐二監訳浅田他訳(中央大学出版部・1994年).
- [7] 長谷部勝也「景気循環のモデル」日本応用数理学会平成6年度年会講演予稿集 2頁.