

# 繰り返し三人囚人ジレンマゲームにおける戦略の進化

松島正尚\* 池上高志†

平成6年 11月 30日

## Abstract

本研究では、“繰り返し三人囚人ジレンマゲーム”の戦略の進化を戦略のモデルとしてオートマトンを用いてシミュレーションし、解析した。その結果、三人ゲームに特徴的な性質として、他の集団内に入っていく時と他個体の侵入に対処する時とで戦略が別々に進化した場合に応じて戦略を使い分ける構造が存在することを見出した。そしてそれをもとに戦略を分類し、“強い”戦略の条件を論じた。また、利得行列を変化させた時の戦略の様相の違いについても調べている。

ヤー2が得る得点である。ただし、 $T > R > P > S$ かつ $2R > T + S$ という制限がある。

表 1: 囚人ジレンマゲームの利得行列  
プレイヤー2

	C	D
プレイヤー1 C	(R, R)	(S, T)
D	(T, S)	(P, P)

## 1 はじめに

各プレイヤーが、“協力”と“裏切り”の2つの手を持つ囚人ジレンマゲームでは相手の手の如何によらず“裏切り”を選ぶのが最善である。しかし、囚人ジレンマゲームを続けて何回も行ない総得点を競う“繰り返し囚人ジレンマゲーム”においては、“裏切り”続けることは得策ではなくお互い協調し合う戦略が有利になる。

これまでの“繰り返し囚人ジレンマゲーム”の研究は、ほとんどが二人ゲームについてのものであった。しかし一般にゲーム理論において、二人ゲームとN人ゲームでは結託などの現象がN人ゲームで生じ得る為、全く別物と考えられている。本研究では二人ゲームを三人ゲームに拡張して、ゲームを繰り返し行なった時の戦略の進化の様子や、三人ゲームの戦略に特徴的な性質について考察する。

また従来、戦略のほとんどが過去数回の手の出し方から今回の手を決めるといふいわば“限られた記憶戦略”であった。本研究では、戦略のモデルとしてオートマトンを採用しており、記憶に限界のないモデルとなっている。

## 2 モデル

### 2.1 ゲームの利得行列

二人囚人ジレンマゲームの利得行列は、表1で表される。ここで、Cは“協力”Dは“裏切り”であり、各行列要素 $(S_1, S_2)$ はそれぞれプレイヤー1、プレイ

さて、三人囚人ジレンマゲームの利得の定義であるが、これは各プレイヤーが別々に他の二人と“二人囚人ジレンマゲーム”をしていると考え、その平均を取るものとする。すなわち、プレイヤー1がC、プレイヤー2がC、プレイヤー3がDならば、利得はそれぞれ $\frac{R+S}{2}$ 、 $\frac{R+S}{2}$ 、Tとなる。同様にしてN人ゲームの利得も表2のように定義できる。

表 2: N人中n人が協力している時のあるプレイヤーの利得

$$C \dots \dots \frac{(n-1)R + (N-n)S}{N-1}$$

$$D \dots \dots \frac{nT + (N-n-1)P}{N-1}$$

最初のシミュレーションでは、 $R = 3$ 、 $S = 0$ 、 $T = 5$ 、 $P = 1$ とした。また1回の対戦の“繰り返し”の回数は100回とした。

### 2.2 戦略のオートマトン表現

個々の戦略の表現には図1の様なオートマトンを使用した。このオートマトンは当人の手の出し方を規定している。左上の直線状の弧が指すのは“初期状態”のノードであり、ノード中の手(この場合はC)を最初に出す。以後の手は“現在の状態”と“前回の相手の手”から決まり、相手の手(三人ゲームなので2つある)がラベルされてある弧に沿って状態遷移し、遷移先の手を次に出す。

### 2.3 突然変異

戦略を表すオートマトンの数は無数にあり全ての戦略を用意する訳にはいかない。そこで“GA(Genetic Algorithm)”を使用し、シミュレーションの中で戦

\*東京大学教養学部基礎科学科第二

†東京大学教養学部物理学教室

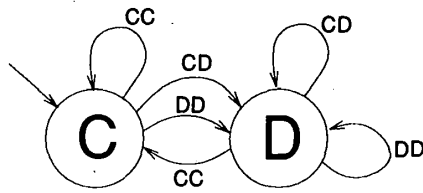


図 1: オートマトンの例

略が自動生成し淘汰されるようにした。用意した突然変異は以下の 5 つである。

- ノード中の手を反転 ( $C \leftrightarrow D$ ) させる。
- 初期状態のノードを変える。
- 状態遷移の弧をつけ換える。
- 新たなノードを付け加える。
- ノードを 1 つ取り除く。

### 2.4 戦略の配置と対戦

計算量の問題から (三人ゲームのため) “総当り戦” にせず、“格子モデル” を使用し、 $50 \times 50$  の各格子に戦略を配置して近隣の戦略と対戦させることにした。図 2 がその様子で、中心の戦略 A は B、C、D、E と (A,B,C)、(A,C,D)、(A,D,E)、(A,E,B) の 4 戦を行なう。各格子についてこの対戦を行なうため、一世代あたり対戦総数は 10000 回で、各格子の戦略は全部で 12 回の対戦に参加することになる。

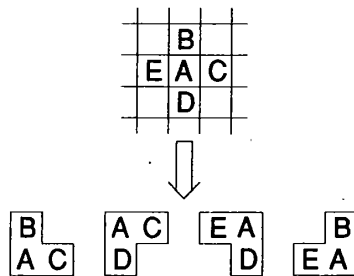


図 2: 対戦のルール

### 2.5 戦略の移り変わり

近隣の戦略と対戦後、各戦略は 12 回の対戦の総合得点を基に近隣の戦略と置き換わる。図 2 で言うと、戦略 A は近隣の B、C、D、E そして自分自身 A の 5 つの戦略のうち最大の得点をあげた戦略に取って換えられる。最大の得点をあげた戦略が複数ある時はランダムに置き換わる戦略を選択する。また、意味もなくノードが増えることのないように、同点の場合はノードの数が少ない方が勝つことにした。

## 3 シミュレーション

### 3.1 流れ

シミュレーションの流れを図 3 に示した。ループ 1 回りを 1 世代と定義することにする。

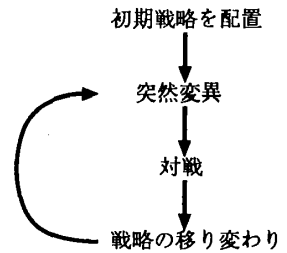


図 3: シミュレーションの流れ

### 3.2 初期戦略

初期戦略には図 4 に示す 6 つの戦略を使用した。それぞれの名は二人ゲームからの類推である。 $50 \times 50$  の格子にランダムに 6 つの戦略を配置した。

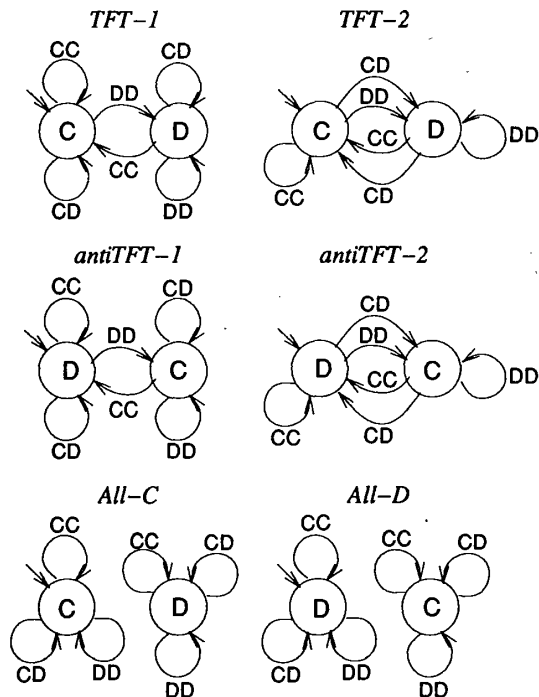


図 4: 初期戦略

### 3.3 主要な戦略の個体数変動

#### 3.3.1 概要

シミュレーションを開始すると先ず All-Dが広がっていく。しかし、これも五世代位まで、島状になった TFT-2が徐々に大きくなっていく。そして十数世代には殆どが TFT-2になってしまう。これは All-Dがランダムな状況では強いが、自分自身とのゲームで協調できないのに対し、TFT-2は自分自身とのゲームで協調でき、どんな相手との対戦でも完敗することがない為、総得点で All-Dを上回るからである。名前が同じでも TFT-1は TFT-2のように広がるができない。この理由については後章で述べる。

それ以降の変化は極めて緩慢(千世代のオーダー)であるが、十数世代に大部分を占めた TFT-2も数が非常に少なくなり、突然変異で生じた戦略が多種共存するようになる。その中でも図5に示す2つの戦略が一時的ではあるが千個体に達することのできる“強い”戦略であることがわかった。

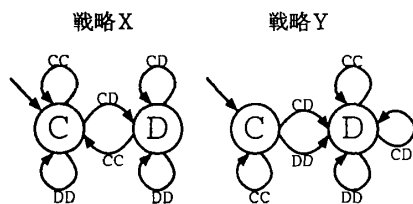


図5: 主要な戦略(ノード2個)

通常、これら2種は高いレベルで揺らぎながら共存している。この時集団は殆どノードが2個の戦略で占められている。しかしこの状態は永続的ではなく、突然ノードが3個の戦略(図6)が出現し、突発的に数が増え、千個体以上にまで達する。この時、戦略Xの数は激減するが戦略Yはあまり影響を受けない。それどころか戦略Yは、遂にはノードが3個の戦略を撃退してしまう。その後、再び戦略Xの数が増え、元の状態に戻る。図7は個体数変動のグラフである。

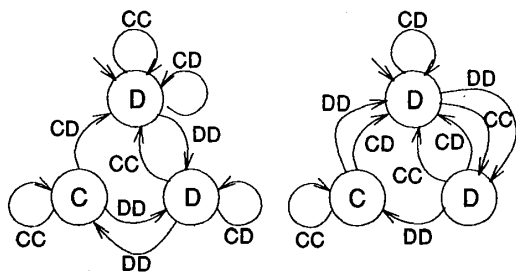


図6: 主要な戦略(ノード3個)

#### 3.3.2 ノードが3個の戦略

ノードが3個の主要な戦略は図6に示した2個だけではなく何通りも存在するが、皆以下の点で似通っている。

1. Dのノードが2個、Cのノードが1個ある。
2. 初期状態のノードはDである。
3. Cのノードから“CC”で状態遷移すると元のノードに戻る。(協調の保持)
4. 初期状態から“DD”で2回状態遷移するとCのノードに達する。
5. 初期状態から“DD”次に“CC”で状態遷移すると初期状態のノードに戻る。
6. 初期状態から常に“CD”で状態遷移するとDを出し続ける。
7. Cのノードから“CD”で状態遷移すると初期状態のノードに戻る。

これらの特徴の意味については後章で述べることにする。

## 4 “強い”戦略の条件

### 4.1 内輪協調性

ある戦略が“強い”戦略であるためには先ず自分達同士のゲームで“最終的に”協調し合える戦略でなければならない。これは戦略が広がっていくと自分達同士のゲームが主になることを考えれば明らかであろう。そのためには

#### 協調条件

- Cのノードが存在し、そこから“CC”で状態遷移すると元のノードに戻る。
- 初期状態のノードがDの場合、“DD”で状態遷移し続けると数回でCのノードに達する。

これらの条件を満足するものでなければならない。

### 4.2 侵入と防衛の理論

支配的な戦略Aの中に戦略Bが入っていくことを考える。当然Aの方がBより数が多いから、Aにとっては自分達同士のゲームと2対1でBに対するゲームが主になり、Bにとっては1対2のゲームが主になるだろう。図8の状況では、Bの隣のAは12戦のうち自分達同士のゲーム8戦、2対1のゲーム4戦であるが、Bは12戦全て1対2のゲームである。前節よりAのする自分達同士のゲームは協調し合うと考えられるので、防衛の時には2対1での振舞いが、侵入の時には1対2での振舞いが重要であることがわかる。

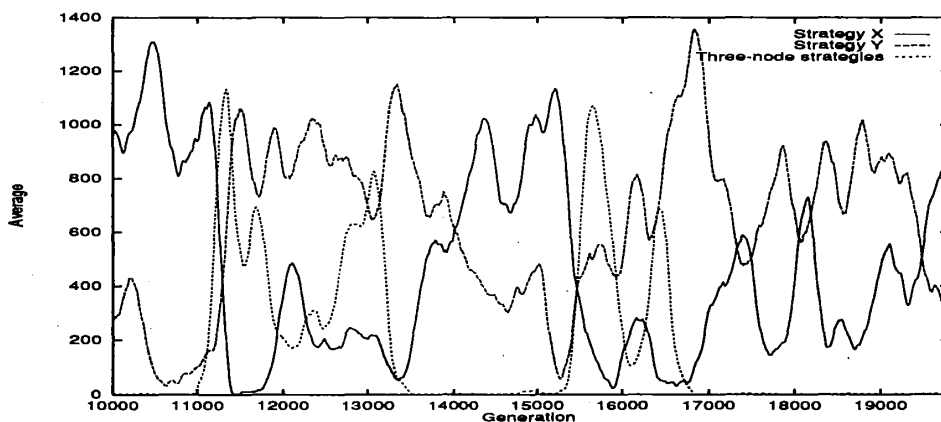


図 7: 主要な戦略の個体数変動

A	A	A	A	A
A	A	A	A	A
A	A	B	A	A
A	A	A	A	A
A	A	A	A	A

図 8: 支配的な戦略 A 中の戦略 B

### 4.3 部分戦略

全ての戦略は 2 対 1、1 対 2 のゲームにおける振舞いから、2 つの部分戦略の“和”として表現できる。図 9 がその例で、第 1 項のオートマトンが 2 対 1 のゲームにおける振舞いを、第 2 項のオートマトンが 1 対 2 のゲームにおける振舞いを規定している。今後、第 1 項の部分戦略を“防御形”、第 2 項の部分戦略を“攻撃形”と呼ぶことにする。

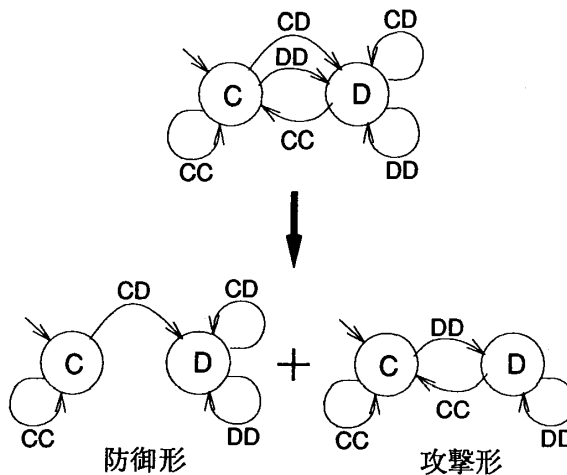


図 9: 攻撃形と防御形

### 4.4 戦略の分類

前節で紹介した“部分戦略への分解”を用いることにより、戦略の分類が可能になる。

#### 4.4.1 ノードが 2 個の戦略

**初期状態が C の戦略** 初期状態が C の戦略は“協調条件”(4.1)を用いると防御形に 5 通り、攻撃形に 5 通り存在することがわかる。表 3 にそれぞれの部分戦略を、表 4 の下部に各部分戦略の簡単な説明を示した。

また、表 4 はノードが 2 個の戦略の分類表である。前章 (3.3.1) で紹介した戦略 X は 2 行 1 列に、戦略 Y は 2 行 2 列に属する。

#### 4.4.2 ノードが 3 個以上の戦略

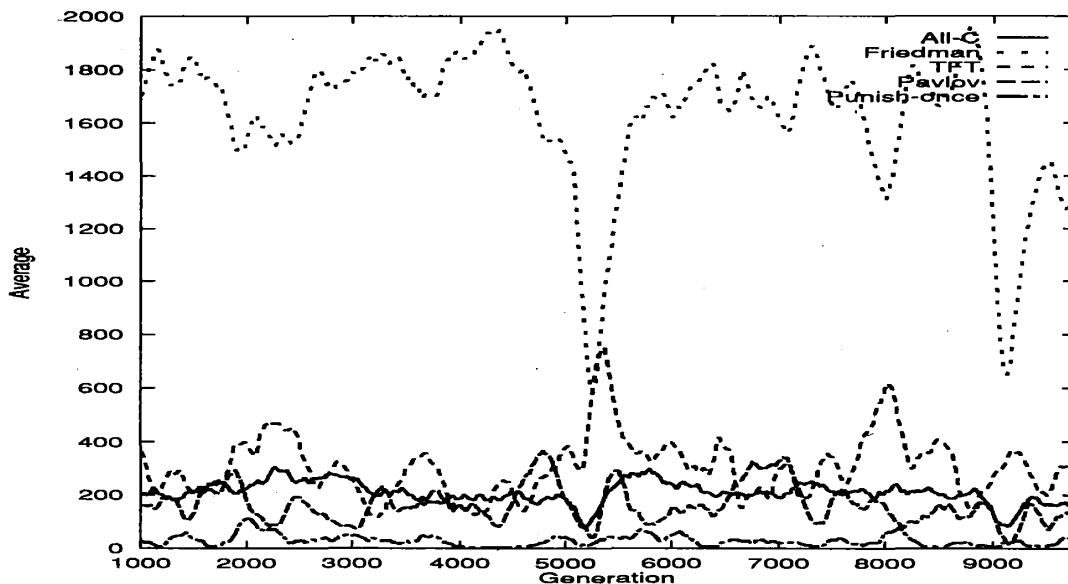
ノードの数に対する“罰金”(2.5)の為、ノードが 3 個以上の戦略は初期状態が D のものしか存在できない (3.3.2)。よって、ノードが 3 個以上の戦略は“ノードが 2 個で初期状態が D の戦略”からの突然変異体であり、“協調条件”(4.1)を満たすものでなければならない。

**初期状態が D の戦略** 初期状態が D の戦略は“協調条件”(4.1)を用いると防御形、又は攻撃形が *Paulov*、又は *Punish-once* の戦略からの突然変異体 (初期状態のノードを変える) でなければならないことがわかる。

表 3: ノードが 2 個の部分戦略

	All-C	Friedman	TFT	Pavlov	Punish-once
防御形					
攻撃形					

注: \*印の付いているオートマトンには書かれていない弧があるが、それについては任意。



注: Friedmanのグラフの深い谷はノードが三個の戦略の出現に依るものである。

図 10: 防御形 5 タイプの個体数変動

### 4.5 防御形

ノードが 2 個の各戦略を 5 タイプの防御形に分類し、その個体数変動を調べたのが図 10 である。これを見ると“防御形が Friedman である”ことが“強い”戦略の条件の 1 つであることがわかる。

この節では各防御形の“集団安定性”について調べてみる。侵入者としては初期状態が D のもので“常に最善の応手をする”戦略を想定する。

#### 4.5.1 All-C

All-C 対侵入者の 2 対 1 のゲームを図 11 に示す。侵入者にとっては All-C は D を出さないの、常に D を出す戦略が最善である。図 8 の状況を想定すると

$$\begin{aligned} \text{All-C} & \cdots 3 \times 8 + 1.5 \times 4 = 30 \text{ (点)} \\ \text{侵入者} & \cdots 5 \times 12 = 60 \text{ (点)} \end{aligned}$$

となり、All-C は集団安定な戦略ではない (侵略され得る)。

#### 4.5.2 Friedman

Friedman 対侵入者の 2 対 1 のゲームを図 12 に示す。侵入者にとっては Friedman は C を出さないの、常に D を出す戦略が最善である。両者の利得は

$$\begin{aligned} \text{Friedman} & \cdots 3 \times 8 + 1 \times 4 = 28 \text{ (点)} \\ \text{侵入者} & \cdots 1 \times 12 = 12 \text{ (点)} \end{aligned}$$

となり、Friedman は集団安定な戦略である (侵略されない)。

#### 4.5.3 TFT

TFT 対侵入者の 2 対 1 のゲームを図 13 に示す。

表 4: 戦略の分類表

攻撃形 \ 防御形	All-C	Friedman	TFT	Pavlov	Punish-once
All-C					
Friedman					
TFT					
Pavlov					
Punish-once					

注: \*印の付いているオートマトンには書かれていない弧があるが、それについては任意。

各部分戦略の説明

- All-C** 相手の手に依らず、常に C を出す戦略。
- Friedman** 相手が C を出している間は自分も C を出し続けるが、1 回でも D を出されると自分も D を出し、二度と C を出すことのない戦略。  
製作者の名前からこの名が付いた。
- TFT** Tit for Tat (しっぺ返し) の略。初回に C を出し、次からは前回の相手の手を出す戦略。
- Pavlov** TFT と anti-TFT (TFT の逆) の性質を合わせ持つ戦略。  
相手が C を出す間は C を出し、D を出されると D を返すが、その後は逆で、相手が C を出す間 D を出し、相手が D だと C を出して元の状態に戻る。
- Punish-once** 相手が C を出す間は C を出し、D を出されると D を出し返すが、次の手は相手の手に依らず C を出して元の状態に戻る戦略。

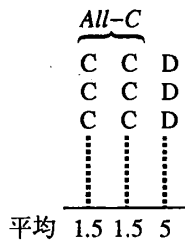


図 11: All-C 対侵入者 (2 対 1)

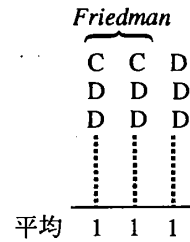


図 12: Friedman 対侵入者 (2 対 1)

前節 (Friedman) の様に裏切り合うと侵入者は集団中に入っていけないので、協力関係を引き出す戦略が最善である。両者の利得は

TFT .....  $3 \times 8 + 3 \times 4 = 36$  (点)  
 侵入者 .....  $3 \times 12 = 36$  (点)

と殆ど等しくなり、TFT が侵略されるかどうかは周囲の状況に依ることになる。この“場合により侵略され得る”戦略を“準集団安定”な戦略と呼ぶことにする。

4.5.4 Pavlov

Pavlov では 4.4.1 で示した様に初期状態が D の戦

略も“協調条件”(4.1) を満たしている。しかし、集団安定性については双方で差はない。

初期状態が C の Pavlov と侵入者の 2 対 1 のゲームを図 14 に示す。この場合、侵入者は常に D を出すことで Pavlov から搾取することが可能である。両者の利得は

Pavlov .....  $3 \times 8 + 1.25 \times 4 = 29$  (点)  
 侵入者 .....  $3 \times 12 = 36$  (点)

となり、Pavlov は集団安定な戦略ではない。

4.5.5 Punish-once

Punish-once も Pavlov と同様に初期状態が D の

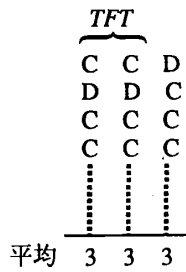


図 13: TFT 対侵入者 (2 対 1)

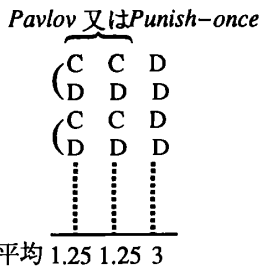


図 14: Pavlov[Punish-once] 対侵入者 (2 対 1)

戦略が“内輪協調性の条件”(4.1)を満たしている。Punish-once 対侵入者の 2 対 1 のゲームは Pavlov の時と同じになり図 14 で表される。Pavlov と同様に集団安定な戦略ではないことがわかる。

#### 4.5.6 ノードが 3 個以上の戦略

ノードが 3 個以上の戦略は“協調条件”(4.1)の為に Pavlov や Punish-once と同様に、常に D を出す戦略に搾取され得る。しかし、Pavlov や Punish-once とは違って搾取される“周期”を 3 以上にすることが可能である (図 15)。この時、

ノードが 3 個以上の戦略  
 $\dots 3 \times 8 + 1.17 \times 4 = 28.7$  (点)  
 侵入者  $\dots 2.33 \times 12 = 28.0$  (点)

となり両者の利得に大差ないから、周期が 3 の戦略は準集団安定な戦略と言えるだろう。

またノード数が 4 以上になると、搾取される周期を 4 にすることができる。すると、

ノードが 4 個以上の戦略  
 $\dots 3 \times 8 + 1.125 \times 4 = 28.5$  (点)  
 侵入者  $\dots 2 \times 12 = 24$  (点)

となり、周期が 4 の戦略は集団安定な戦略であると言っても良いであろう。

このように、初期状態が D の戦略はノードの数を増やすことで集団安定性を増やすことが可能である。

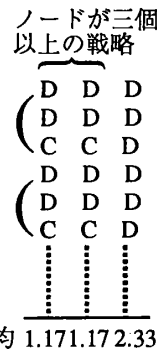


図 15: ノードが 3 個以上の戦略 (周期 3) 対侵入者 (2 対 1)

#### 4.5.7 まとめ

5 タイプの防御形の中で Friedman だけが集団安定な戦略であり、図 10 で Friedman の個体数が群を抜いて多いことから、“集団安定性”が戦略の強さを測る良い指標であることがわかる。Friedman の振舞いからわかるように、2 対 1 のゲームでは出来る限り厳しく相手に接し、相手の利得を下げることで (たとえそれが自分の利得を下げることになっても) 侵入者を退けている。従って、図 10 で Friedman の次には準集団安定な TFT の数が多く、Pavlov と Punish-once は似ていてもより寛容な Punish-once は数が少ない。また、All-C の数が比較的多いのは、突然変異により All-C (戦略名) が他の戦略以上に生じ易い為である。

初期状態が D の戦略についても同じで、集団安定性の低い Pavlov や Punish-once は大きく広がる事が出来ず、大きく広がり得るのはノードの数の多い戦略である。実際、図 6 や 3.3.2 で示したノードが 3 個の主要な戦略は周期が 3 の準集団安定な戦略になっている。

#### 4.6 攻撃形

ノードが 2 個の各戦略を 5 タイプの攻撃形に分類し、その個体数変動を調べたのが図 22 である。図 22 にはまた、ノードが 3 個の戦略の個体数変動も併せ示した。攻撃形には、防御形の時“集団安定性”の様な絶対的な指標はなく、各戦略の“個性”が出てくる。この節では主要な戦略である All-C、Friedman、そしてノードが 3 個の戦略の特徴について述べる。

##### 4.6.1 All-C

図 22 から分かるように All-C はノードが 3 個の戦略の餌食になっている。All-C と 3.3.2 で示したノードが 3 個の戦略との 1 対 2 のゲームを図 16 に示す。このゲームでの All-C は搾取され過ぎる為、本来防衛にはあまり関係の無いはずの攻撃形が個体数の激減の原因になっている。

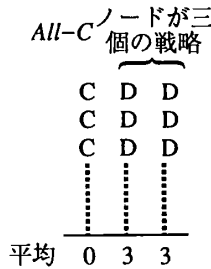


図 16: All-C 対 ノードが 3 個の戦略 (1 対 2)

4.6.2 Friedman

図 22 から Friedman はノードが 3 個の戦略を餌食にしていることが分かるが、一般に Friedman は初期状態が D の戦略に対して強さを発揮する。それは Friedman が初期状態が D の戦略の内輪協調性を利用するからで、Friedman と初期状態が D の戦略との 1 対 2 のゲームは後者が例えば周期が 3 の戦略の場合、図 15 とほぼ同じになる (侵入者が Friedman)。

4.6.3 ノードが 3 個の戦略

ノードが 3 個の戦略はノードが 2 個で初期状態が D の戦略からの突然変異体であるので (4.4.2)、先ずその戦略の中で広がることが出来なければならない。そのために 3.3.2 に示した戦略はノードが 2 個で初期状態が D の戦略の内輪協調性を利用し、2 回連続で裏切らなければ協力しない様になっている。そのため図 14 に似た状況が起こり (侵入者がノードが 3 個の戦略)、ノードが 2 個で初期状態が D の戦略から搾取できることになる。また、初期状態から CC で状態遷移すると元のノードに戻るもの (図 6 の左側の戦略) は Pavlov や Punish-once から同じような搾取が可能である。

同様な考察により、ノードが 4 個の戦略は 3 回連続で裏切らなければ協力しない戦略で、ノードが 3 個の戦略から搾取し広がっていくことが可能なように思える。しかしノードが 3 個の戦略は準集団安定である為 (4.5.6)、この現象の起こるのは稀である。

4.7 突然変異体との特殊作用

“集団安定性”の議論 (4.5) では図 8 の状況で侵入者としては“常に最善の応手をする”戦略を想定した。しかし実際は、元の戦略の突然変異体が侵入者になる場合が多いと考えられる。突然変異体は多数存在するが、その中でも“初期状態のノードを変えた”突然変異体との相互作用は防御形と攻撃形の兼ね合いで決まる為、戦略毎に異なり、戦略の“強さ”に大きく影響する。この節では特殊な 2 つの相互作用を取り上げる。

また、オートマトンの初期状態のノードを変えた突然変異体はノイズ入りゲーム (プレイヤーが時々自分の出す手を間違えるゲーム) でのノイズに相当

する。従って、後述の“突然変異体と協調する場合”は、ノイズ入りゲームにおいて自分自身とのゲームでノイズが起きても協調できる場合を意味し (ノイズ入りゲームでの内輪協調性)、ノイズ入りゲームにおいて“強い”戦略である。

4.7.1 突然変異体が搾取される場合

戦略 X (図 5) と初期状態のノードを変えた突然変異体との 2 対 1 のゲームを図 17 に示す。この様に戦略 X は突然変異体から搾取することができ、これが戦略 X の強さの原因である。すなわち、戦略 X は自身のコードの中に搾取されかねない弱点を持つことで (4.6.1)、突然変異により自分より弱い戦略を作りだし、その突然変異体から搾取する。突然変異体から搾取する戦略は三人ゲームに特徴的なものであり、非常に少なく、戦略 X の他には表 4 の 4 行 1 列に 1 つ例があるだけである。

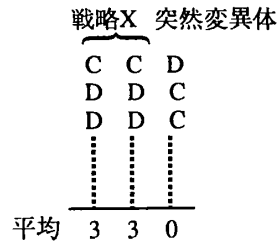


図 17: 戦略 X 対 突然変異体 (2 対 1)

4.7.2 突然変異体と協調する場合

防御形、攻撃形共 Pavlov の戦略とその突然変異体との 2 対 1 のゲームを図 18 に示す。この様に突然変異体と協調が可能である。突然変異体と協調する戦略は防御形が All-C、Pavlov そして Punish-once の戦略に多い。

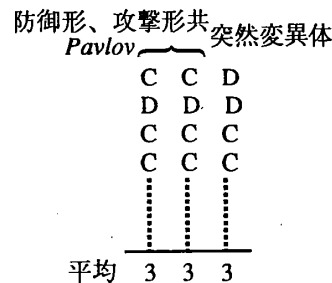


図 18: 防御形、攻撃形共 Pavlov の戦略対突然変異体 (2 対 1)



## 5 利得行列の変化に対する影響

表1の利得行列において、 $T > R > P > S$  かつ  $2R > T + S$  の条件を満たすゲームが囚人ジレンマゲームである(2.1)。ここで、 $R = 3, S = 0, T = p, P = q$  とおくと  $3 < p < 6$  かつ  $0 < q < 3$  が成り立つ。この章では  $p, q$  の値を変化させた時の戦略の様相の違いについて述べる。

図19は相図であり、各相の内部では類似した現象が見られる<sup>1</sup>。図中の矢印は付記した戦略の集団安定性の変化の方向を示し、矢印の方向に安定性が増している。また、図中の各点(A, B, ..., G)では個体数変動のグラフを示した(後出)。

### 5.1 全体的傾向

利得行列の変化に敏感なのは、防御形が *Pavlov*、*Punish-once* の戦略と *All-D* の集団安定性である。*All-D* は“協調条件”(4.1)を満たさないため個体数は少ないが、突然変異により頻繁に生じ、他の戦略から搾取し易いため影響力が大きい。

各相の内部では主に *All-D* の集団安定性の変化に伴って戦略の強さが変わる。*All-D* に比較的弱い戦略は、防御形が *All-C*、*Pavlov*、*Punish-once* の戦略と初期状態が *D* の戦略である。

### 5.2 各相の状態

#### 5.2.1 相 $\alpha$

相 $\alpha$ では、防御形が *Pavlov*、*Punish-once* の戦略が準集団安定になり、これらの戦略には“突然変異体との特殊作用”(4.7.2)があるために個体数はかなり多くなる。防御形では、*Pavlov* が *Friedman* を凌ぎ最も数が多くなっているのが特徴である。すなわち、このパラメータ領域では、侵入者に対し *Friedman* の様に仲間外れにして撃退する戦略よりも、*Pavlov* の様に侵入者と協調してなるべく平均得点を落さないようにする戦略の方が有利である。侵入者(突然変異体)と協調できる戦略はノイズ入りゲームにおける“強い”戦略であったから(4.7)、この領域ではノイズ入りゲームでの現象を垣間見ることができる。また、ノードが3個の戦略は *Pavlov* や *Punish-once* から搾取出来るタイプのもの(4.6.3)が時々生じる。

#### 5.2.2 相 $\beta$

相 $\beta$ での各戦略の個体数は、前章までのシミュレーションの場合と大差ない。しかし2対1で搾取した時の利得が少ないため、戦略Xの個体数はかなり少なく、ノードが3個の戦略は殆ど現れない。

#### 5.2.3 相 $\gamma$

相 $\gamma$ では2対1で搾取した時の利得が  $R = 3$  を越えるため、“突然変異体との特殊作用”(4.7.1)で搾

<sup>1</sup>各相の境界はモデルに依っている。境界線の導出については付録参照。

取した戦略Xは、内輪協調性で協力し合っている戦略でさえ取って換わることが出来る。このため大部分が戦略Xになるが、その反面戦略Xを餌食にするノードが3個以上の戦略も生じ易く、前章までのシミュレーションで観察された3者関係をより明確に見ることが出来る。

また、相 $\gamma$ では *All-D* の集団安定性の変化の影響が大きく、 $q$  の値が大きくなるにつれて、ノードが3個以上の戦略が生じ難く、また生じた時の個体数も少なくなる。そして何よりもノードが3個の戦略の出現元と形が変化する。防御形が *Pavlov* の戦略の突然変異体(初期状態のノードを変える)から生じた、2回連続で裏切らなければ協力しない戦略(図6)から、*All-D* から突然変異を2回経て生じる集団安定な戦略(図20)へと出現するノードが3個の戦略は変わっていく。

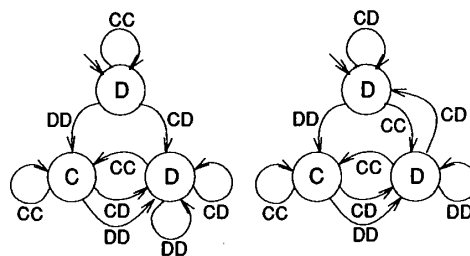


図20: ノードが3個の戦略(集団安定)

#### 5.2.4 相 $\delta$

戦略Xは攻撃形が *All-C* であるため *All-D* やノードが3個以上の戦略に搾取されるが(図16)、防御形が *Friedman* なので集団安定であった。しかし相 $\delta$ では、1対2での搾取が余りに大きいため集団安定ではないのは勿論、内輪協調性を満たさない *All-D* でさえ戦略X中で広がる事が可能である。このため、攻撃形が *All-C* の戦略の個体数は非常に少なくなり、防御形が *Friedman* で攻撃形が *Friedman* 又は *TFT* の戦略ばかりになる。また、相 $\gamma$ の内部で相 $\delta$ との境界に近い領域(破線の上側)では戦略Xが集団安定ではなくなるので、相 $\gamma$ から相 $\delta$ への移行が見られる(図29)。

## 6 おわりに

本論文では、繰り返し囚人ジレンマゲームを三人に拡張し解析した。その結果、三人ゲームの特徴として“部分戦略に分解して解析が可能である”ことが明らかになった。これはつまり、三人ゲームでは侵入者を間接的に認識でき、そのために侵入者に対する戦略を個別に進化させることができるということである。一方、防御形と攻撃形が同じタイプのものは侵入者を区別しないから、二人ゲーム的とも言えるかもしれない。

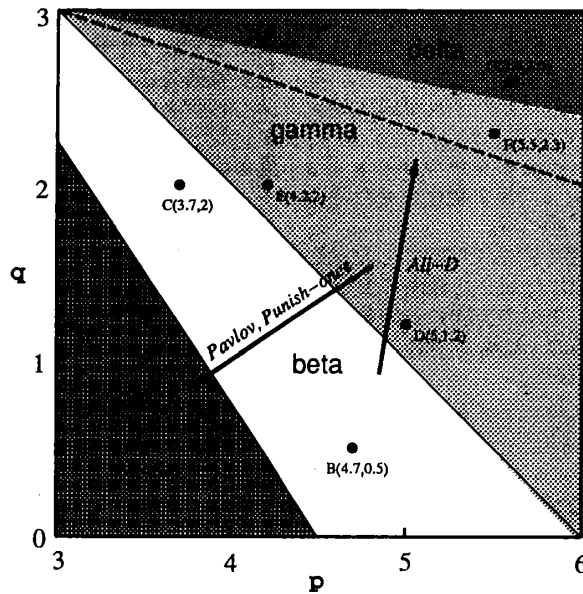


図 19: 相図

また、ここで得た結果の幾つかはモデルに依るものである。しかし、解析する際に用いた手法はどんなモデルでN人ゲームを考えるにしても極めて有用であろう。

### A 相 $\alpha$ と相 $\beta$ の境界線

ゲームの利得が  $R = 3, S = 0, T = p, P = q$  の時、図 14 の両者の平均利得は、Pavlov 又は Punish-once が  $\frac{1.5+q}{2}$ 、侵入者が  $\frac{2+q}{2}$  である。よって、図 8 の状況では

$$\begin{aligned} \text{Pavlov} & \dots\dots 3 \times 8 + \frac{1.5+q}{2} \times 4 = 27 + 2q \text{ (点)} \\ \text{侵入者} & \dots\dots \frac{2+q}{2} \times 12 = 6p + 6q \text{ (点)} \end{aligned}$$

Pavlov 又は Punish-once が準集団安定になるためには

$$27 + 2q > 6p + 6q$$

A	A	A	A	A	A
A	A	A	A	A	A
A	A	B	B	A	A
A	A	A	A	A	A
A	A	A	A	A	A

図 21: 支配的な戦略Aの中での戦略B (2 個体)

### B 相 $\gamma$ 内部の破線

図 21 の状況を考える。A は戦略 X、B は侵入者である。ここで B は 2 対 1 のゲームを 4 戦、1 対 2 のゲームを 8 戦する。また、A は場所によって異なり、B の上下の A ( $A_1$  とする) が自分達同士のゲームを 7 戦、2 対 1 のゲームを 4 戦、そして 1 対 2 のゲームを 1 戦するのに対し、左右の端の A ( $A_2$  とする) は自分達同士のゲームを 8 戦、2 対 1 のゲームを 4 戦する。ここで合計利得は、

$$(A_1 \text{ の利得}) < (A_2 \text{ の利得})$$

となるので、B の合計利得が  $A_2$  よりも多くなれば A は集団安定ではない。

ところで、B の 2 対 1 のゲームでの利得は図 16 より  $\frac{2+q}{2}$  であり、1 対 2 のゲームでは図 12 より  $q$  となる。また、A の 2 対 1 のゲームでの利得は同じく  $q$  であるので、両者の合計利得は、

$$\begin{aligned} A_2 & \dots\dots 3 \times 8 + q \times 4 = 24 + 4q \text{ (点)} \\ B & \dots\dots \frac{2+q}{2} \times 4 + q \times 8 = 2p + 10q \text{ (点)} \end{aligned}$$

となり、破線の方程式が求まる。

### C 相 $\gamma$ と相 $\delta$ の境界線

図 21 の状況で B の利得が協調し合う時の利得 36 よりも大きければ、内輪協調性を持たない All-D でも戦略 X 中で広がる事が可能である。この時、

$$2p + 10q > 36$$

が成り立つ。

## 参考文献

- [1] Robert Axelrod (松田裕之訳), “つきあい方の科学”, HBJ 出版局 (1984).
- [2] 西山賢一, “勝つためのゲームの理論”, 講談社ブルーバックス (1986).
- [3] K. Lindgren and M. G. Nordahl, “Evolutionary dynamics of spatial games”, *Physica D* 75 (1994) 292~309.
- [4] J. H. Miller, “The Coevolution of Automata in the Repeated Prisoner’s Dilemma”, Revised Working Paper No.8903, Santa Fe Institute, July 1989.
- [5] T. Ikegami, “From genetic evolution to emergence of game strategies”, *Physica D* 75 (1994) 310~327.

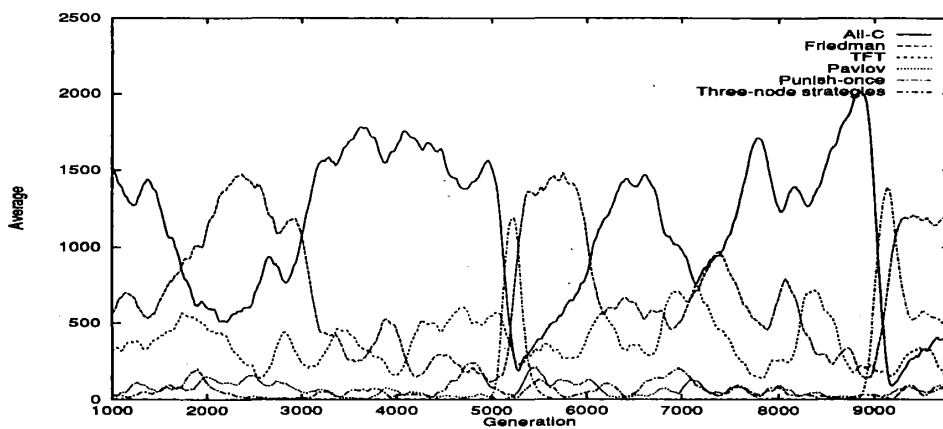


図 22: 攻撃形 5 タイプとノードが 3 個の戦略の個体数変動

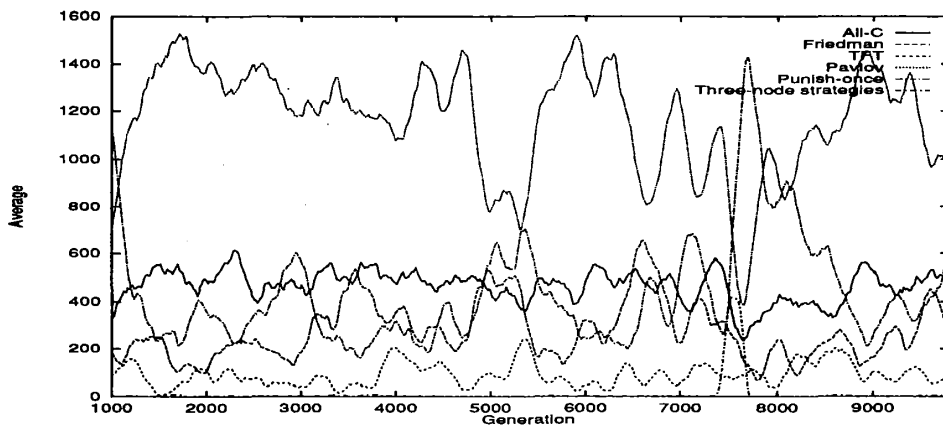


図 23: 防御形 5 タイプとノードが 3 個の戦略の個体数変動 (A)

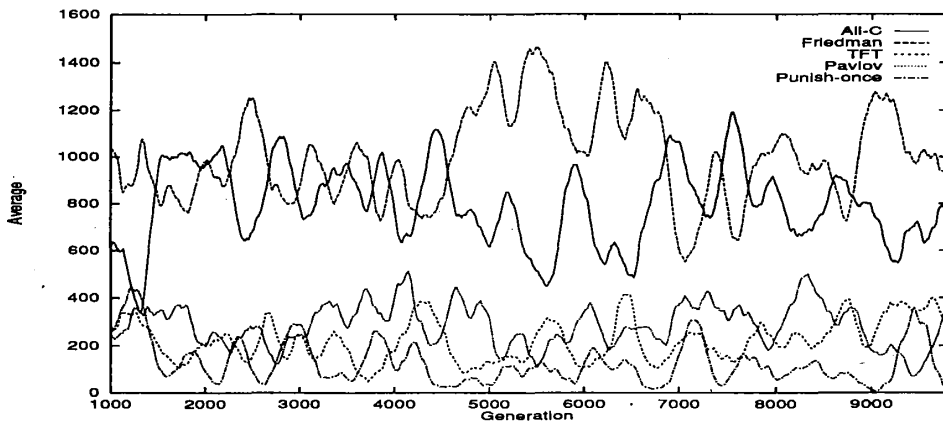


図 24: 攻撃形 5 タイプの個体数変動 (B)

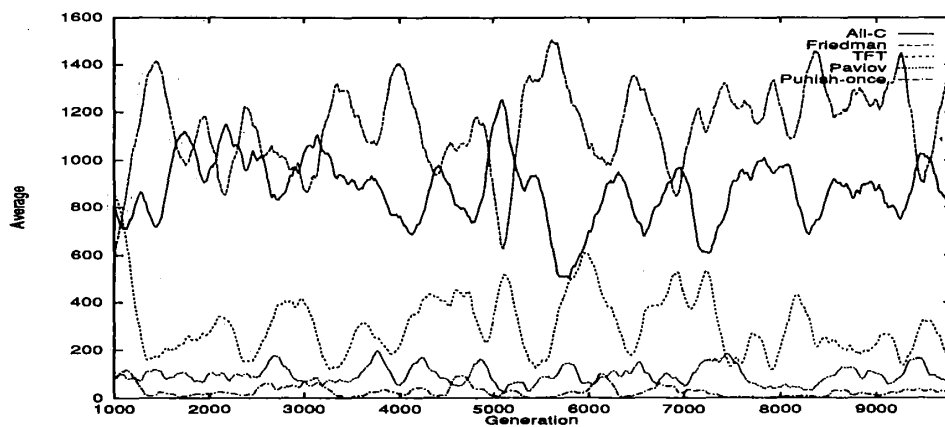


図 25: 攻撃形 5 タイプの個体数変動 (C)

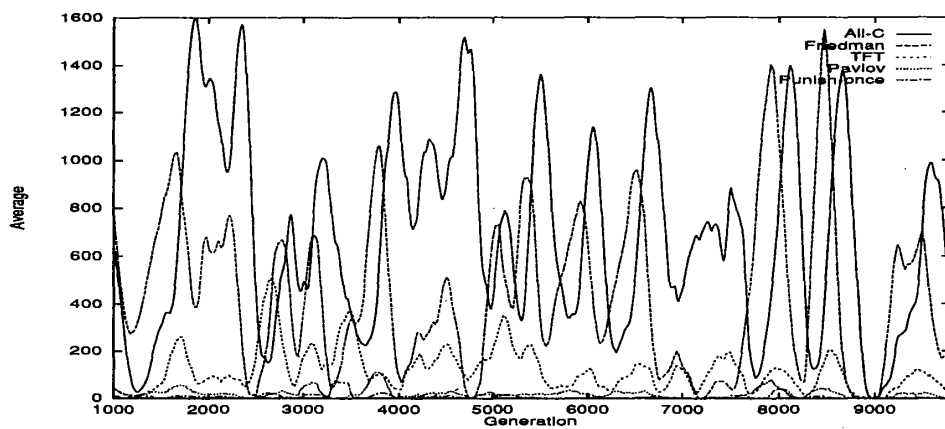


図 26: 攻撃形 5 タイプの個体数変動 (D)

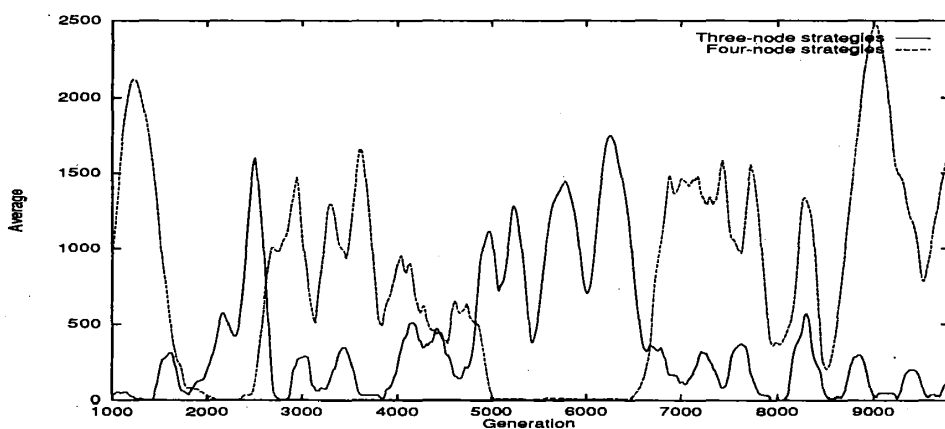


図 27: ノードが 3 個以上の戦略の個体数変動 (D)

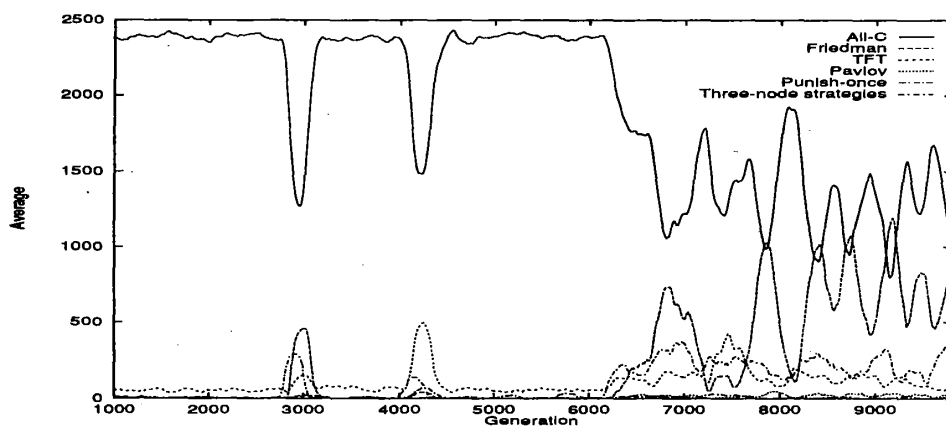


図 28: 攻撃形 5 タイプとノードが 3 個の戦略の個体数変動 (E)

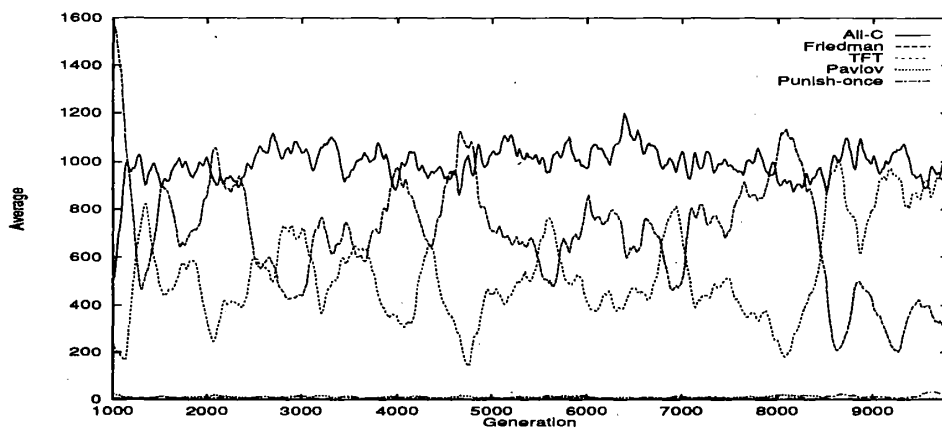


図 29: 攻撃形 5 タイプの個体数変動 (F)

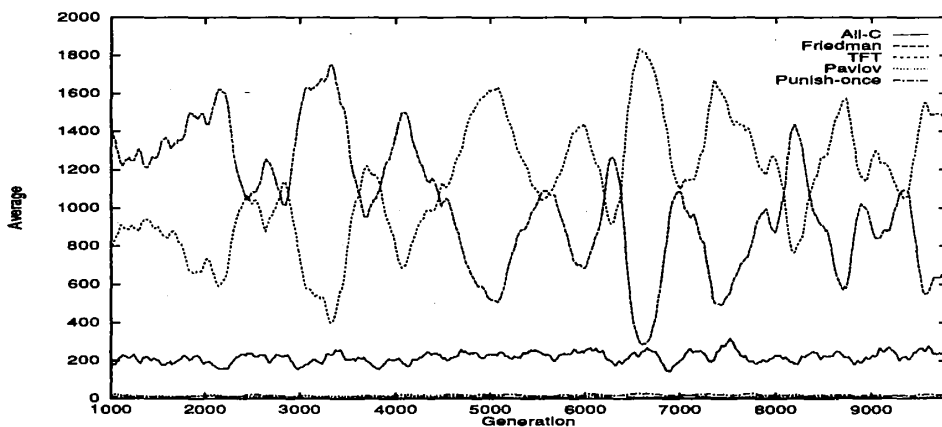


図 30: 攻撃形 5 タイプの個体数変動 (G)