スピングラスのGriffiths相における Slow Dynamics

東京大学物性研究所　高山　一
筑波大学物理学系　小森達雄
福島孝治

1 はじめに

スピングラスが示す特異な現象の一つに、非指数関数型の遅い緩和現象がある。Slow dynamics とよばれるこの現象は、実験的には主に低温スピングラス相で観測されているが、スピングラス転移温度 T_c よりかなり高温領域で観測された例 [1] も報告されている。

標題中の Griffiths 相とは、T_c と、対応する強磁性体（例えば、$\pm J$ 模型に対しては全ての相互作用が $+J$ であるような強磁性体）のキューリー温度 T_c^{pure} との間の温度領域を指し、そこでの slow dynamics としては、次の二つの機構が提起されている [2]。一つは、T_c に向かって発達するスピングラスの短距離相関に伴う critical slowing down 機構で、ここでは臨界緩和と呼ぶ。相関長 $\xi_{\mathrm{EA}}(\sim (T-T_c)^{-\nu})$ に対応した特性緩和時間を $\tau_c(\sim {\xi_{\mathrm{EA}}}^z)$ とすると、スピン自己相関関数 $q(t)=N^{-1}\sum_i\langle S_i(0)S_i(t)\rangle$ は、時間領域 $t\lesssim\tau_c$ では系の不均一性を反映した非指数関数型、$t\gg\tau_c$ の漸近極限では単純な指数関数型をとなる。もう一つの緩和機構は次のようなもので、ここではクラスター緩和とよぶ。スピングラスはフラストレーションがランダムに分布する磁性体であるが、分布が確率的であるが故に、フラストレーションのない空間的領域でその差渡しが任意の大きさをもつものがゼロでない確率で存在する。このような領域（クラスター）のスピンは T_c^{pure} 以下の温度ではほぼ凍結し、その反転に伴う特性緩和時間をもつ。これらのクラスター反転の寄与をイジングスピングラスの場合について見積ると、$q(t)$ の漸近形として、

$$q(t)\sim\exp\{-c[\ln(t/\tau_0)]^{d/(d-1)}\} \tag{1}$$

が導かれる。ここで、d は系の次元、τ_0 は特性時間、定数 c は $c\propto(T/\sigma)^{d/(d-1)}$、但し、$\sigma$ は対応する強磁性体の surface tension である [3]。

以上のように、スピングラスの Griffiths 相では T_c と T_c^{pure} で特徴付られる臨界緩和とクラスター緩和の存在が予想されるのだが、これまでの実験 [1] や数値シミュレーション [4][5] においては、$q(t)$ は引き延ばされた指数関数

$$q(t)\sim t^{-x}\exp(-(t/\tau)^{\beta}) \tag{2}$$

にフィットされている（x,τ,β は定数）。(2) 式は長時間の漸近形として、前述の臨界緩和とクラスター緩和の何れにも一致しない。我々はこの不一致に着目し、次節に述べるようなデータ解析法を用いたモンテカルロ・シミュレーションを行ってきた。三次元 $\pm J$ ハイゼンベルグスピングラス [6] と二次元 $\pm J$ イジングスピングラス [7] に関する結果は、Griffiths

相におけるスピンの slow dynamics は、短い時間領域 ($t \lesssim \tau_c$) での臨界緩和と長い時間領域 ($t \gtrsim \tau_c$) のクラスター緩和とからなること、(2) 式の引き延ばされた指数関数は二つの領域を内挿する便宜的なものに過ぎないこと、を強く示唆している。以下に、二次元 $\pm J$ イジングスピングラスに関する結果を報告する。

2 緩和時間分布によるアプローチ

Slow dynamics のシミュレーションによる従来の研究ではもっぱら $q(t)$ が解析されていたが、我々の研究では、スピングラス模型の各サンプルにおける個々のスピンの自己相関関数 $q_i(t) \equiv < S_i(0)S_i(t) >$ をモンテカルロ法でシミュレートし、結果を数個の指数関数の和にフィットさせる：

$$q_i(t) \simeq \sum_{k=1}^{K_i^{max}} a_i^{(k)} \exp(-\omega_i^{(k)} t) \tag{3}$$

フィットの詳細は省略するが、その結果を用いて分布 $P(x)$ を

$$P(x) = N^{-1} \sum_{i=1}^{N} \sum_{k}^{K_i^{max}} a_i^{(k)} \delta(x + \ln\omega_i^{(k)}) \tag{4}$$

で算出する。但し、$x \equiv \ln\tau$、また、ここでの分布関数 $P(x)$ は $q(t) = \int P(x)\exp[-t/\tau(x)]dx$ で定義されるものである。

分布関数の解析を採用した狙いは、上述の二つの緩和過程のうち臨界緩和については、各温度において $\xi_{\rm EA}$ に対応する緩和時間の上限値 τ_c の存在を分布 $P(x)$ で見られないか、また、クラスター緩和については、(1) 式に対応する分布

$$P(x) \sim \exp[-c(x - \ln\tau_0)^{d/(d-1)}] \tag{5}$$

を直接検証できないか、にあった。二次元 $\pm J$ イジングスピングラスに関するシミュレーションで狙い通りの結果が得られたので、それを次節に述べる。

3 結果

二次元 $\pm J$ イジングスピングラスの分布関数 $P(x)$ の結果の一例を図 1 に示した。サイズ 100×100 のサンプル 16 個の平均として温度 $T = 1.4J$ で得られた $P(x)$ である。$x \lesssim 2.0$ の部分は、モンテカルロ法の時間ステップが有限であることの影響が強く効いているとして無視すると、$P(x)$ は二つのブランチからなっていることが見てとれる。$x \gtrsim x_c(=\ln\tau_c)$ のブランチは、クラスター緩和の場合に期待される分布 (5) 式によくフィットされる（図の実線）。一方、$x \lesssim x_c$ の $P(x)$ は対数スケールでみてほぼ一定である。クロスオーバー値 τ_c の温度依存性を調べると、

$$\ln\tau_c \propto T^{-2} \tag{6}$$

で与えられる。これは従来から報告されていた [5][8]、この系の $T_c = 0$ へ向かう臨界緩和と一致しており、$x \lesssim x_c$ の $P(x)$ は臨界緩和の寄与と見なされる。

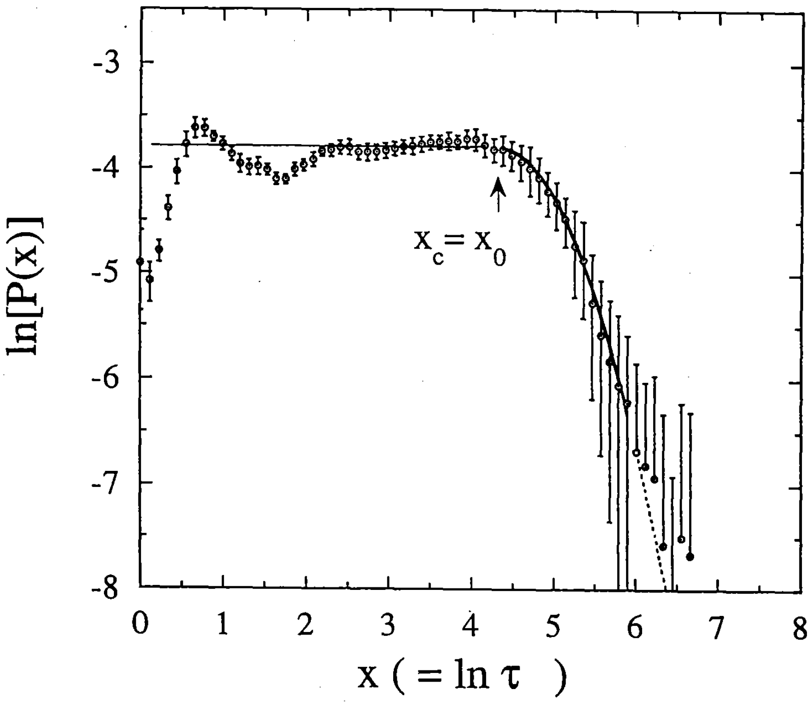

図1：緩和時間の（対数の）分布関数 $P(x)$。

分布関数 $P(x)$ のクラスター緩和のブランチ $x \gtrsim x_c$ についても、定数 c の温度依存性 ($\propto T^2$) が検証されるとともに、σが、$T_c^{\rm pure}$に向かって現象していく傾向も確認された。なお、$P(x)$ のフィットにおけるτ_0は全ての温度でτ_cに一致した。この結果は、T_cに向かう短距離相関が出現している系でのクラスター緩和については、時間と長さをそれぞれ$\xi_{\rm EA}$とτ_cでスケールして議論を進めるのが妥当であることを示している。

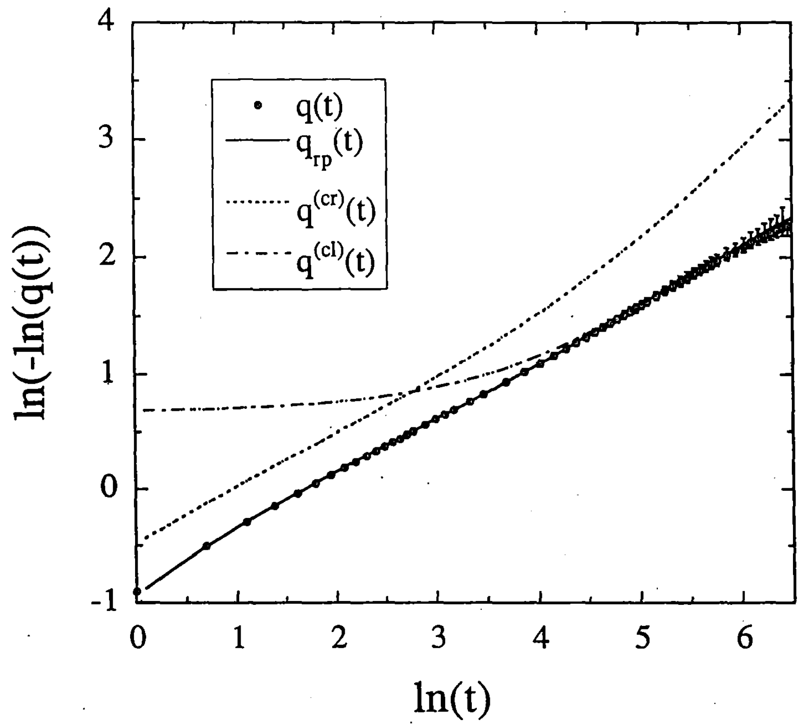

図2：$q(t)$ の Ogielski プロット。データ点は直接シミュレートされた $q(t)$。$q^{(cr)}(t)$ と $q^{(cl)}(t)$ は $P(x)$ の臨界緩和とクラスター緩和ブランチから構築された $q(t)$ で、両者の和が $q_{\rm rp}(t)$。

以上のように、分布関数 $P(x)$ の解析から、Griffiths 相におけるスピンの緩和が臨界緩和とクラスター緩和とからなることが検証されたと言えよう。従来の $q(t)$ に基づく解析と比較するため、$P(x)$ から構築される $q(t)$ を調べてみたのが図 2 である。$t>\tau_c$の領域では臨界緩和からの $q(t)$ への寄与はほとんど無視できて、$q(t)$ はクラスター緩和（$x \gtrsim x_c$）の寄与のみで構築されている。従って、この時間領域の $q(t)$ はクラスター緩和で支配されていると結論できるが、$q(t)$ の関数形は漸近極限としての (1) 式とは符合していない。この結果は、$P(x)$ の解析では二つの緩和過程の存在を比較的短い時間のシミュレーションで確認できたが、$q(t)$ に基づく解析ではその長時間極限の漸近形を得るのが容易ではなく、そのためにクラスター緩和の検証ができなかったと理解できる。クラスター緩和に関する同様な見解が既に高野と宮下 [9] によって得られている。なお、図 2 において、シミュレートされた $q(t)$ はほぼ一つの直線でフィットできそうである。すなわち、$q(t) \sim \exp[-(t/\tau)^{\beta}]$ を意味するが、以上の議論からは、この引き延ばされた指数関数型は臨界緩和とクラスター緩和を内挿するものであると解釈される。

4 まとめ

二次元±Jスピングラスの個々のスピンの相関関数から、緩和時間（の対数）の分布 $P(x)$ を導出し、それを解析することにより、Griffiths 相 ($T_c < T \lesssim T_c^{\rm pure}$) における、時間 t の増加に伴う臨界緩和からクラスター緩和へのクロスオーバー、および、クラスター緩和機構そのものを数値的に検証した。現在、同様なアプローチで三次元±Jイジングスピングラスにおける slow dynamics の解析を進めている。

参考文献

[1] I.A. Campbell, A. Amato, F.N. Gygax, D. Herlach, A. Schenck, R. Cywinski and S.H. Kilcoyne: Phys. Rev. Lett. **72** (1994) 1291.

[2] A.J. Bray: Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 586.

[3] M. Randeria, J.P. Sethna and R.G. Palmer: Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 1321.

[4] A.T. Ogielski: Phys. Rev. **B32** (1985) 7384.

[5] K. Hukushima and K. Nemoto: J. Phys.: *Condens. Matter* **5** (1993) 1389.

[6] H. Takayama and H. Yoshino: to appear in J. Phys. Soc. Jpn.

[7] T. Komori, K. Hukushima and H. Takayama: preprint.

[8] A.P. Young: Phys. Rev. Lett. **50** (1983) 917.

[9] H. Takano and S. Miyashita: J. Phys. Soc. Jpn. **64** (1995) 423.