2次元量子ハイゼンベルクスピングラスモデルの基底状態相図

東京工業大学 理学部物理　野々村 禎彦・尾関 之康

ランダムスピン系における量子効果はさまざまな観点から調べられてきたが、現実のスピングラス物質を最も良く記述していると考えられる量子ランダムハイゼンベルクモデルは、専ら1次元系しか研究されてこなかった。そこで我々は、$S=1/2$ の2次元系の性質を調べる。2次元 $S=1/2$ 量子反強磁性ハイゼンベルクモデルの基底状態にはネール秩序が存在することが知られている [1, 2] ので、そこに強磁性ボンドを加えていった時の相図を古典系と比較すれば、スピングラスにおける量子ゆらぎの効果を明らかにすることができる。また最近、2次元サイトランダムイジングスピングラスモデルで、有限温度でのスピングラス相の存在を示唆する結果が得られている [3, 4] が、これは、サイトランダムイジングスピングラスモデルの下部臨界次元は一様系と同じ $d_{\rm lc}=1$ であることを意味している。このような振る舞いが、ハイゼンベルクモデルのような連続スピン系でも見られるのかどうかを調べることは、興味ある問題である。実際、もし一様系と同じく $d_{\rm lc}=2$ となっていれば、3次元系では有限温度でもスピングラス相が存在できることになり、従来のボンドランダム系の理論的研究（$\pm J$ハイゼンベルクモデルでは $d_{\rm lc}>3$[5]）と実験の矛盾が解消される可能性がある。

本講演では、以下のハミルトニアンで記述される2次元正方格子上の系を調べる。

$$\mathcal{H}=-\sum_{\langle ij\rangle}J_{ij}\vec{S}_i\cdot\vec{S}_j\ ,\ S=1/2 \tag{1}$$

系の性質はボンド分布 $\{J_{ij}\}$ の取り方に依存するが、以下のものを考える。

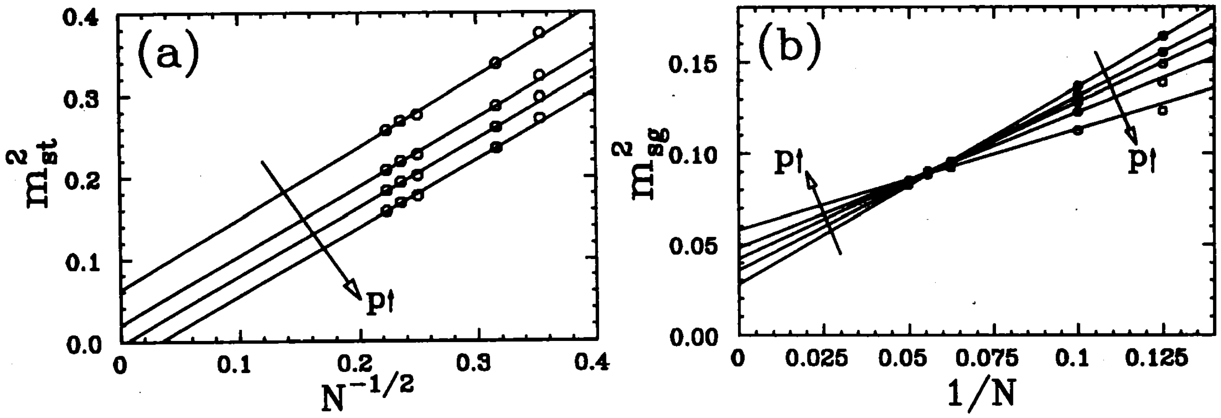
(i) 非対称マチスモデル：各サイト上にイジング変数σ_iをおき、$J_{ij}=J\sigma_i\sigma_j$ でボンドの値を決める [6]。σ_iの分布は、$+J$ボンドと$-J$ ボンドの比が $p:(1-p)$ になるように与える [7]。このとき、系にフラストレーションはないが、古典系の基底状態でも、p の値の変化に応じて強磁性（反強磁性）相からマチススピングラス相への非自明な相転移が起こる [7]。

(ii) ボンドランダムモデル（$\pm J$モデル）：$+J$ボンドと$-J$ボンドが独立に $p:(1-p)$ の比で分布している [8]。2次元古典系の相図はよく調べられており [9, 10]、強いフラストレーションのため、強磁性（反強磁性）相が存在するのは $p=1$（$p=0$）の近傍だけで、少なくとも $p=1/2$ の周辺では、基底状態でもスピングラス相は存在しないことが知られている。

(iii) サイトランダムモデル：A, B 2種類の磁性イオンがサイト上に独立に $c:(1-c)$ で分布し、ボンドの値は両端のイオンの種類で決まる [11]。A と A が隣りあうボンドのみが$+J$ で残りのボンドは$-J$となる場合を反強磁性的サイトランダムモデル・Bと Bが隣りあうボンドのみが$-J$で残りのボンドは$+J$となる場合を強磁性的サイトランダムモデルと呼ぶ。

ここでは、次式で定義されるネールオーダーパラメータ $m_{\rm st}$とスピングラスオーダーパラメータ $m_{\rm sg}$を、20スピンまでの有限クラスターについて厳密対角化法で計算し、ランダム平均して

図 1: 2 次元 $S=1/2$ 非対称ハイゼンベルクマチスモデルのオーダーパラメータのサイズ依存性。(a) 8,10,16,18,20 スピンクラスターのネールオーダーパラメータを、$p=0.0, 0.1, 0.15, 0.2$ について、$N^{-1/2}$に対してプロットした。(b) 8,10,16,18,20 スピンクラスターのスピングラスオーダーパラメータを、$p=0.0, 0.3, 0.5, 0.6, 0.7$ について、$1/N$に対してプロットした。いずれの図でも、直線は最後の 4 点の最小 2 乗フィットで引いた。



無限系に外挿する。

$$m^2_{st}(N) \equiv \frac{1}{N^2}\sum_{i,j}(-1)^{|i-j|}\left[\langle \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \rangle\right]_r, \quad m^2_{sg}(N) \equiv \frac{1}{N^2}\sum_{i,j}\left[\langle \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \rangle^2\right]_r \tag{2}$$

このクラスターサイズは決して大きくはないが、反強磁性一様系ではこの程度の計算 [2] でより大きなクラスターの量子モンテカルロ計算 [1] と矛盾しない結果が得られており、ランダム系ではさらに相関長が短くなることも考えると、ランダム平均を十分な数の配位に対して取れば、十分な精度の結果が得られると期待される。

ランダムネス・フラストレーション・量子ゆらぎが全て共存した、いわゆる量子スピングラスは (ii), (iii) のみであるが、(i) の非対称マチスモデルは、性質が単純な分、量子ランダムスピン系のプロトタイプとみなせる。そこでまず、このモデルを通じて物理量の解析法を確立させる。データの精度を確保するため、全ての配位に関してランダム平均を取る。ネールオーダーの解析から反強磁性相とマチススピングラス相の境界を求め、スピングラスオーダーパラメータの解析からマチススピングラス相の安定性を調べる。フラストレーションのない系なので、$\pm J$モデルのようにスピングラスオーダーが不安定になるとは考えにくいが、ランダムネスと量子ゆらぎの相乗効果で、一様系よりオーダーが弱められる可能性は残っている。

(i) のモデルにおける 2 種類のオーダーパラメータのサイズ依存性を図 1 に示した。反強磁性一様系では、m^2_{st}は

$$m^2_{st}(N) \simeq m^2_{st}(\infty) + \text{const.} \times N^{-1/2} \tag{3}$$

とスケールされることがスピン波理論から知られている [12] が、図 1(a) は、このサイズ依存性

は量子ランダムスピン系のネール相でも成り立っていることを示している。m_{sg}^2の外挿値がゼロとなる点を相境界とみなすと、$p_c = 0.140 \pm 0.016$ と推定される [13]。この値は、対応する 2 次元イジング系の厳密解 $p_c \simeq 0.147$[7] に近い。一方、図 1(b) は、m_{sg}^2は

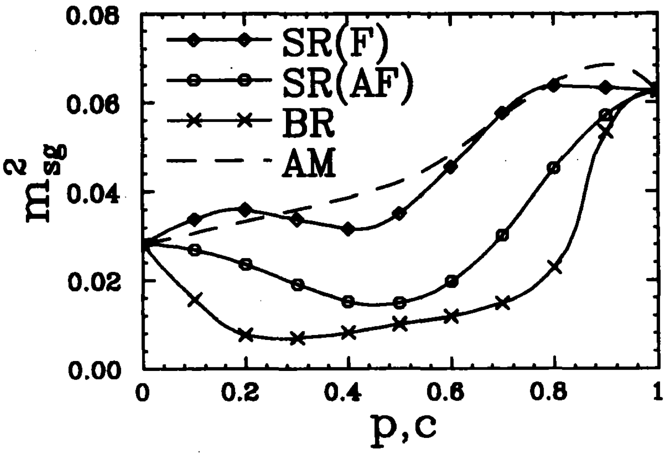
$$m_{sg}^2(N) \simeq m_{sg}^2(\infty) + \mathrm{const.}/N \tag{4}$$

とスケールされる [13] ことを示している。実際、この物理量を m_{st}^2と同様に $N^{-1/2}$に対してプロットすると、$p = 0$ に対しても外挿値は負となってしまい [13]、ネールオーダーの存在と矛盾する。また、図 1(b) から、スピングラスオーダーの値は p とともに単調増加し [13]、このオーダーの振る舞いにはランダムネスと量子ゆらぎの相乗効果は無関係であることがわかる。

次に、(ii), (iii) のモデルにおける、ネールオーダーパラメータの計算結果を示す。(ii) では 1000 サンプル・(iii) では全ての配位をランダム平均した。いずれの場合も、$p \sim 0, c \sim 0$ の近傍では m_{st}^2は (3) 式でスケールされた。各々のモデルにおけるネール相の臨界濃度は、ボンドランダムモデルでは $p_c = 0.11 \pm 0.01$, 反強磁性的サイトランダムモデルでは $c_c = 0.36 \pm 0.03$, 強磁性的サイトランダムモデルでは $c_c = 0.13 \pm 0.02$ と推定される [15]。一方、対応するイジングスピングラスモデルの臨界濃度は、それぞれ $p_c = 0.11 \pm 0.01$[9], $c_c = 0.37 \pm 0.01$, $c_c = 0.41 \pm 0.01$[4] となることが知られている。$\pm J$イジングモデルでは、ネール相は温度ゆらぎが加わっても狭まらないことが示されている [9, 14] が、このモデルでは量子ゆらぎの効果は温度ゆらぎの効果と本質的には同じものだとすると、ボンドランダムモデルの臨界濃度が量子ハイゼンベルク系でもイジング系の値と一致することが理解できる [15]。また、反強磁性的サイトランダムモデルの結果は、この系でも同様のメカニズムが働いている可能性を示唆している [15]。一方、強磁性的サイトランダムモデルでは、量子系の臨界濃度はイジング系よりも顕著に（$c_c \sim 0.41$ から $c_c \sim 0.13$ に）小さくなり [15]、強い量子効果の存在が示された。

最後に、(ii), (iii) のモデルにおけるスピングラスオーダーパラメータに関する計算結果を示す。いずれの場合も、m_{sg}^2は (4) 式でスケールされた。この計算の範囲での、各々のモデルにおけるスピングラスオーダーパラメータの推定値 [15] が図 2に描かれている。サイトランダム系では、強磁性的モデルでも反強磁性的モデルでも、あらゆる c の値に対してこのオーダーパラメータは有限に残っているように見えるが、$p \sim 0.5$ 付近ではスピングラスオーダーが存在しないはずのボンドランダムモデルでも、有限サイズ効果のために全域で残っているように見えるので、この結果だけからはスピングラスオーダーの有無について確かなことは言えない。そこで同じ図に、ハイゼンベルクマチスモデルモデルにおける結果 [13, 15] も併せてプロットした。フラストレーションのないマチスモデルではスピングラスオーダーは常に残るものと考えられるが、強磁性的サイトランダムモデルにおける推定値は、マチスモデルの値とほとんど変わらない。従って、少なくとも強磁性的サイトランダムモデルにおいては、スピングラス相は c の値によらず残ると結論される [15]。

図 2: さまざまなボンド分布に対するスピングラスオーダーパラメータの推定値。×印付きの実線がボンドランダムモデル・丸印付きの実線が反強磁性的サイトランダムモデル・菱印付きの実線が強磁性的サイトランダムモデル・破線が非対称マチスモデルにおける値に対応している。



参考文献

[1] J. D. Reger and A. P. Young: Phys. Rev. **B 37** (1988) 5978.

[2] S. Tang and J. E. Hirsch: Phys. Rev. **B 39** (1989) 4548; and references therein.

[3] T. Shirakura, F. Matsubara and K. Shindo: Sci. Rep. RITU **A 40** (1995) 267.

[4] Y. Ozeki and Y. Nonomura: submitted to J. Phys. Soc. Jpn.

[5] F. Matsubara, T. Iyota and S. Inawashiro: Phys. Rev. Lett. **67** (1991) 1458; and references therein.

[6] D. C. Mattis: Phys. Lett. **56A** (1976) 421, **60A** (1977) 492.

[7] Y. Ozeki: J. Stat. Phys. **71** (1993) 759.

[8] K. Binder and A. P. Young: Rev. Mod. Phys. **58** (1986) 801; and references therein.

[9] Y. Ozeki and H. Nishimori: J. Phys. Soc. Jpn. **56** (1987) 3265.

[10] Y. Ueno and Y. Ozeki: J. Stat. Phys. **64** (1991) 227; and references therein.

[11] T. Shirakura and F. Matsubara: J. Phys. Soc. Jpn. **62** (1993) 3007.

[12] D. A. Huse: Phys. Rev. **B 37** (1988) 2380.

[13] Y. Nonomura: Sci. Rep. RITU **A 40** (1995) 229, submitted to J. Phys. Soc. Jpn.

[14] H. Kitatani: J. Phys. Soc. Jpn. **61** (1992) 4049.

[15] Y. Nonomura and Y. Ozeki: J. Phys. Soc. Jpn. **64** (1995) Vol. 8.