

Title	Glocal Map Lattice : スケールのことなる結合を持つ系(時空カオスの構造,複合系II要素と全体-現象論の視座-,研究会報告)
Author(s)	大内, 則幸; 金子, 邦彦
Citation	物性研究 (1996), 65(5): 759-762
Issue Date	1996-02-20
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/95662">http://hdl.handle.net/2433/95662</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

# Glocal Map Lattice

— スケールのことなる結合を持つ系 —

大内 則幸\*、金子 邦彦

東京大学 教養学部 基礎科学科第一  
〒153 東京都目黒区駒場3-8-1

自然界には様々な種類の相互作用が存在するが、ある単位時間で系を見た場合、相互作用のスピード、あるいは相互作用のスケール、の異なった系は数多い。とくに非線形非平衡系においてよく見られる。またその様な系は、不安定なモードをもち、パターンを形成したりする。我々はその様な異なるスケールの相互作用を持つ系のメタモデルを構築し、シミュレーションを行なっている。我々のモデルは、自然界の階層構造を意識したモデルでもある。

## I. GLOCALとは？

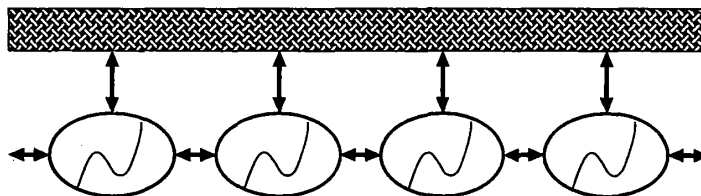
Glocalとは、我々の作った造語で

Glocal = Global + local

つまり、局所相互作用と大域相互作用を同時に持つ、という意味である。例をあげると、

- Turing Pattern – Fast diffusion & Slow Diffusion
- 高分子系
- 砂丘 – 風 (Long range or fast) & 砂 (short range or slow)
- Biological systems

などはスケールの異なる相互作用を持っていると考えられ、また、なかには階層構造を作る系もある。なかでも非常に分かりやすいのは、Turing Patternを形成するような化学反応系であろう。Turing Patternを形成する Turing Instabilityは拡散係数の差、つまり拡散の速度が極端に異なる事により不安定化するわけだが、時空を限定して拡散の小さい方を基準にしてみると、その物質が拡散を少ししただけでもう一つの物質は系全体へ拡散している、と考えられる。この系を模式的に書くと、下のようになる。



系を構成する単位構造 (あるダイナミクスを持つ) が、局所的に相互作用しており、かつ各々のダイナミクスのフィードバックは大域的に入ってくる。

\*e-mail:bob@cogito.c.u-tokyo.ac.jp

II. MODEL

この様な系の相互作用の構造を抜きだして、系の一般的構造を持つ力学系モデルを構築した。使ったのはCMLである。簡単の為、内部ダイナミクスとしてはカオスを用いて、また考え得る最も簡単なモデルを構築した。

$$x_{n+1}^i = (1 - \epsilon_1 - \epsilon_2)f(x_n^i) + \frac{\epsilon_1}{2}[f(x_n^{i+1}) + f(x_n^{i-1})] + \epsilon_2 \langle f(x) \rangle_n$$

$$\langle f(x) \rangle_n = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(x_n^j)$$

$$f(x) = 1 - ax^2 \quad (\text{local dynamics}) \quad x \in [-1, 1]$$

ここで  $x_n^i$  等は系を構成するダイナミクスの状態を表す変数であり、 $\epsilon_1, \epsilon_2$  はそれぞれ局所相互作用、大域相互作用の強さである。また  $i, n, N$  はそれぞれ空間を表すインデックス、時間ステップ(正数値)、および系の大きさ、である。ここで平均場  $\langle x \rangle$  はフィードバックの効果なので、リアリステックにはタイムディレイが入るべきだが、ローカルダイナミクスにカオスを用いた事もあり、平均場自体もカオティックであるので、簡単のためタイムディレイは省いた。このモデルは  $\epsilon_1 \rightarrow 0, \epsilon_2 \rightarrow 0$  の極限をとると、それぞれ

$$\epsilon_1 \rightarrow 0 : \text{Locally Coupled Maps} \tag{1}$$

$$\epsilon_2 \rightarrow 0 : \text{Globally Coupled Maps} \tag{2}$$

になっている。

III. SOME SIMULATION RESULTS

このモデルを用いてパラメータ ( $\epsilon_1, \epsilon_2, a$ ) を変えてシミュレーションした。パラメータの数から、3次元のパラメータ空間が得られるが、ここでは  $\epsilon_1$  を固定して、 $\epsilon_2, a$  を変えて相図を作った。その結果が以下である。

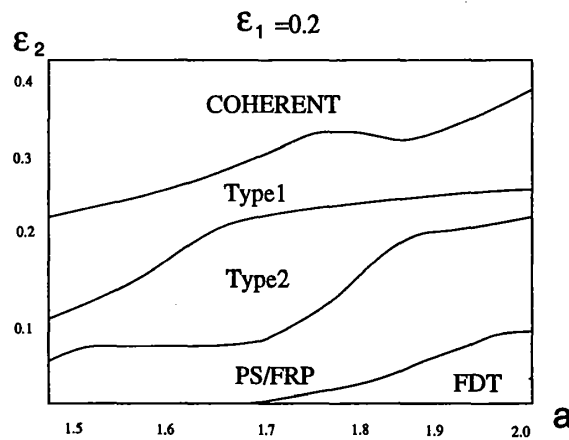


Fig.1

シミュレーションは一次元で、システムサイズは512である。COHERENTは全体が一つの状態に引き込まれた状態で、FDTは乱流状態、PS/FRPはドメイン構造の出来た状態、またType1とType2はこれまであまり見つかっていない状態である。Fig.2がそれぞれの相のの代表的な時空間パターンである。

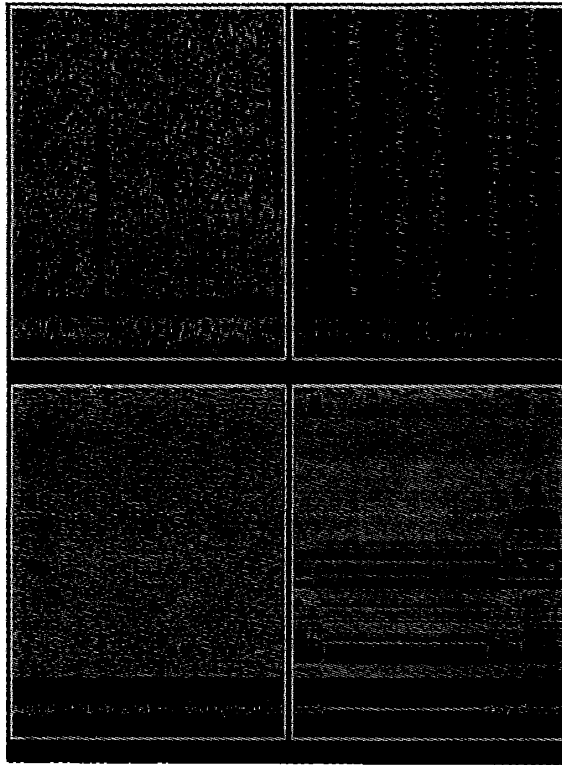


Fig.2 上段左：FDT、上段右：PS/FRP、下段左 Type1、下段右 Type2  
 これらのパターンは、 $X = x - \langle x \rangle$  の値の大きさを濃度でプロットしてある。

これらの相の中でも最も特徴的なのは時空パターンType 2で、乱流的な状態から突然一様状態に引き込まれ、局所的に乱れが生じて、その乱れが分裂、合体を繰り返しながら系全体に広がっていく。またこれらの相の空間固定のリターンマップが Fig. 3 である。

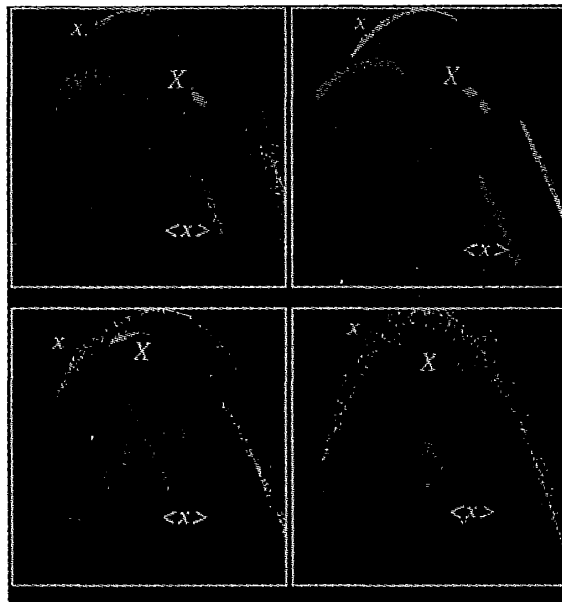


Fig.3 上段左：FDT、上段右：PS/FRP、下段左 Type1、下段右 Type2

グラフより、 $x, X, \langle f(x) \rangle$  のダイナミクスの特徴が見て取れる。 $x, X$  に関しては、ある固定した位置における値のリターンマップである。また  $X = x - \langle x \rangle$  である。

これらの相は系の不変測度

$$\rho(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{n=1}^T \delta(x - x_n^i) \text{ for } x, X \quad (3)$$

$$\rho(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{n=1}^T \delta(x - x_n) \text{ for } \langle f(x) \rangle \quad (4)$$

を使う事により、完全に区別可能である事が分かった。その他の統計量(パワースペクトル、リャプノフスペクトル、等)を調べたが、Type 1 と Type 2 の有意な差は見られなかった。今後、システムサイズの変更等も含めてさらに詳しく調べる予定である。

最後にこのモデルの2次元のシミュレーションによって得られたパターンのいくつかをあげておく。これらのパターンは、最近、Turing パターンの実験で得られたものと酷似したものもある。

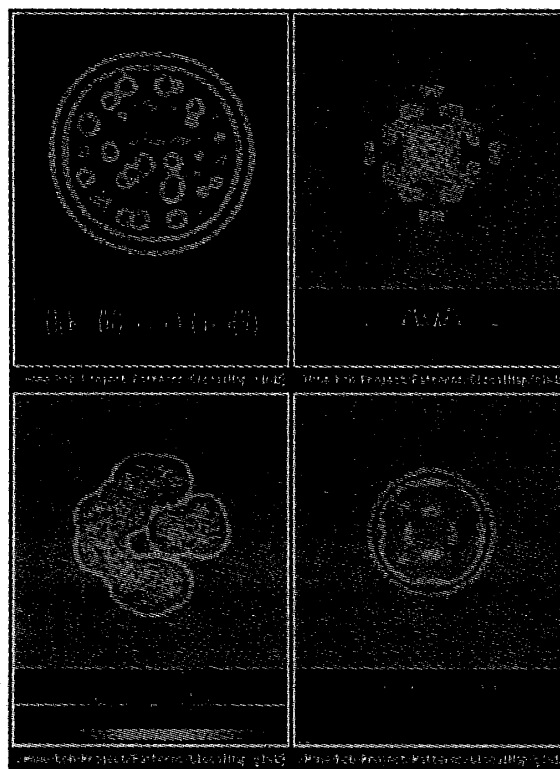


Fig.4 2次元のシミュレーションで得られたパターンのスナップショット。初期条件とシステムサイズを変えている。  
 $\epsilon_1 = 0.2, \epsilon_2 = 0.3, \alpha = 1.8$