交通流における密度揺らぎ

湯川論 菊池誠

大阪大学大学院理学研究科

また物理的にも大変興味がもたれる問題です。それは、 はある程度の 1/fa 揺らぎが再現できています。それ 交通流に存在している物理的現象が非常に多岐にわたっ では、なぜ交通流や粉体流などでは密度揺らぎに 1/f ており、それらを解明することは、大変な社会問題に 揺らぎが見られるのでしょうか? また、交通流と粉体 なっている交通渋滞を解消できるかもしれないという 可能性に直接つながるからです。そのような交通流で 非常によく知られている現象のひとつに 1/f 揺らぎの 問題があります。この現象は 1976 年に武者らによって な違う面を持つものになぜ同じような密度揺らぎが現 最初に報告されました [1,2]。武者らは東名高速で一定 時間内に通過する車の通過時間を測定し、それから交 通流の揺らぎのパワースペクトラムを得ました。その をみつけ、振動数をfとして $1/f^{\alpha}$ という形でフィッ ティングできることを発見しました。彼らはデータの フィッティングから $\alpha = 1$ 、いわゆる 1/f 揺らぎ、を 発見し [1]、またデータを Burgers 方程式で解析した 結果からは、 $\alpha = 1.4$ という結果を得ています [2]。 これと関連している現象に、粉体流に存在する密度揺 らぎが同じようにべき乗則にしたがっている、という のがあります。粉体流では、細いパイプやホッパーを 流れる粒子のパワースペクトラムが観測されており、 そこでは $\alpha = 1$ や $\alpha = 1.5$ などといったべきが観測 されています [3,4]。

そのようなパワースペクトラムに見られるべき乗則 についてさまざまなモデルが提案され、調べられてき ました。交通流の問題ではセルオートマトンを使った モデルがあり、そこでは局所的な密度揺らぎに1/f 揺 らぎが観測されています [5,6]。また、粉体流について も、モレキュラーダイナミクス (MD) や格子ガスオー トマトン (LGA) などで研究されています [7-11]。そ れらの研究でも同じように 1/fα 揺らぎが再現されて おり、例えば MD ではホッパー中の密度揺らぎに対し $\alpha = 2.7$ という値が [9] 、また LGA ではパイプ中の 流れにできる密度揺らぎに対して0 < α < 2 の範囲に ある値がシミュレーションの条件に応じて得られてい

交通流の現象を理解することは社会的に重要であり、 ます [7,11]。これらの例のようにシミュレーションで 流、これらは相互作用をしている粒子の集団のダイナ ミクスという点では似ていますが、大きさのスケール や相互作用の仕方などは全然違うものです。そのよう れるのでしょうか? ここでは、このような疑問を交通 流の立場から考えていきましょう。

これらを具体的に考えるために、私たちは結合写像 結果、パワースペクトラムの低振動数領域にべき乗則 格子を使った一次元交通流モデルをもちいます [12-14]。 モデルの詳細は別の論文に譲るとして、ここではモデ ルのエッセンスだけを示しましょう。モデルは離散時 間、連続空間上で記述され、一台一台の車の運動を個 別に取り扱います。また、速度を単位時間あたり進ん だ距離として定義するので、車間距離と現在の速度か ら次の速度を決める写像が基本となります。まず、一 台の車の運動から考えましょう。それは、次のような 写像で与えられます。

$$v^{t+1} = F(v^t; v^F)$$

$$\equiv \gamma v^t + \beta \tanh\left(\frac{v^F - v^t}{\delta}\right) + \epsilon \quad (1)$$

ここで、 $v^t \ge v^F$ はそれぞれ時刻tでの車の速度、運 転手が走りたいと思っている速度(希望速度)を表しま す。これ以外の β 、 γ 、 δ 、 ϵ はパラメーターで一台の 車の運動を決めます。これからのシミュレーションで は、常に $\beta = 0.6$ 、 $\gamma = 1.001$ 、 $\delta = 0.1$ 、 $\epsilon = 0.1$ と とることにします。

次に車の間の相互作用を決めましょう。これも同じ 様に速度の写像として与えます。この写像を前を走っ ている車と、自分との間の車間距離、また現在の自分 の速度の写像として与えましょう。次のような状況を 考えます。いま注目している車 A の位置を x_A として、 その前の車 B の位置を $x_B(>x_A)$ としましょう。その

ときの車間距離 Δx を車の長さ l をつかって、

$$\Delta x = x_B - x_A + l \tag{2}$$

というようにします。この車間距離が車 A の速度 v_A^t より小さいとき、次の速度を Δx とします。また、車間距離が車 A の速度よりは大きいが、ある値 αv_A^t より小さいとき、次の速度を

$$v_{A}^{t+1} = G(\Delta x, v_{A}^{t}; v_{A}^{F})$$

$$\equiv \frac{F(v_{A}^{t}; v_{A}^{F}) - v_{A}^{t}}{(\alpha - 1)v_{A}^{t}} (\Delta x - v_{A}^{t}) + v_{A}^{t} \quad (3)$$

とします。この二つが写像を構成し、車の次の時刻で の速度を決め、また同時に、車どうしの相互作用も決 めています。したがってこの写像を使うことによって、 車が減速したり衝突を避けたりします。速度の写像が できたので、シミュレーションの方法を説明します。 ここでは、閉じたサーキットを考えましょう。車の初 期状態として、希望速度を2.0から4.0の一様分布に 取り、車の位置をサーキット上にランダムに配置しま す。速度のアップデートは次の様に行います。まず、 車間距離を測定し、その測定した車間距離と現在の速 度に応じて位置をアップデートします。次に、いま測 定した車間距離と現在の速度から、先に構成した写像 をもちいて次の速度を決定します。この過程をシミュ レーションの単位時間とし、シミュレーションを行い ます。

シミュレーションの結果を示しましょう。まず、全 系の密度と流量の関係を図1に示します。ここで流量 は平均速度に密度をかけたもので定義します。この図 は交通工学の分野では基本図とよばれているもので、 系のマクロな性質を表しています。また流量がある密 度に対して最大になっていることがわかります。この 密度は車が自由に走っている相と渋滞している相を分 離していることが既にわかっており [12]、この密度よ り小さい密度領域は自由流に対応し、大きい方は渋滞 流に対応しています。

さて今のモデルで密度揺らぎを考えてみましょう。 実際に測定している状況を考え、密度の時系列をある 区間で計算します。そして、得られた時系列からパワー スペクトラムを計算します。図2はその結果を示して います。この図では、系の大きさは車の長さを単位と



図 1: 全系の密度と流量の関係。系の大きさは車の大 きさを単位として 1000 で、10 サンプルの平均を取っ た。それぞれは、5000 時間ステップ緩和させた後の 1000 時間ステップの平均である。



図 2: 密度揺らぎのパワースペクトラムの両対数プ ロット。車の密度は0.19で、系の大きさは100000、 測定した区間は20である。400000時間ステップ緩 和させ、その後の 65536時間ステップ測定した。図 中の直線は傾き -1.8である。30サンプルの平均を とった。

して 100000 あり、測定した区間は長さ 20 です。また、 全系の車の密度は 0.19 で、自由流相に対応しています。 プロットは 30 個の初期配置、希望速度分布の違うサン プルの平均を取っています。この図から見てわかるよ うに、明らかにある振動数領域でべき乗則が見られま す。そのべき乗則を示している領域に示している直線 の傾きは -1.8 です。

このように渋滞が発生する前には、べき乗則が再現 されました。それでは、渋滞が発生してからはどうで しょうか?渋滞が発生している密度領域での密度揺ら



図 3: 密度揺らぎのパワースペクトラムの両対数プ ロット。車の密度は0.20で、系の大きさは100000、 測定した区間は20である。緩和時間、測定時間は図 2と同じであるが、サンプル数は1つである。

ぎを図3にしめします。今度の図には、べき乗則は現 れてはおらず、かなりの振動数領域にわたってホワイ トノイズ的な振る舞いが見られます。さらに密度を細 かく分けて見てみましょう。図4に示した図は、渋滞 が発生していない領域と渋滞が発生している領域の境 で密度揺らぎがどのように変化するか示した図です。 (a)は密度が0.197575、(b)は密度が0.197576に対応 しており、それぞれ渋滞発生直前、直後に対応してい ます。この結果から、明らかにわかることは渋滞が発 生する前は、かなりの周波数領域にわたってべき乗則 がみられ、そして一度渋滞が発生してしまうと、べき 乗則がなくなることです。これは、渋滞が発生する前 は長時間相関が存在し、発生してしまうと長時間相関 がなくなってしまうことを表しています。

密度揺らぎのパワースペクトラムがべきになってい る状況を調べるために、図2と同じ長さ、同じ密度の 系で密度プロファイルのスナップショットを調べてみ ました。図5がその結果です。この結果からすぐにわ かることは車がクラスターを形成していることです。 また、その形成されたクラスター内の平均密度が0.33 であることもわかります。そして、そのクラスターが 所々で揺らぎによって乱れているのが見て取れます。 クラスター内における平均密度が0.33であることは、 その中での平均車間距離が2(車の平均車頭距離では3) であることを反映しています。そして、このクラスター 内の平均車間に対応したピークが図2の高振動数側の



図 4: 密度揺らぎのパワースペクトラムの両対数プ ロット。系の大きさは 200000、緩和時間は 800000 時 間ステップ、測定時間は 32768 時間ステップ。サンプ ル数は1つである。(a) は密度が 0.197575、(b) は密 度が 0.197576 である。それぞれ順に渋滞発生直前、 渋滞発生直後に対応する。

鋭いピークとなって現れています。また、図1からわ かるように低密度では平均速度は、希望速度がもっと も小さい車の速度に一致します。この速度から車が一 周する時間を計算でき、それが図2の低振動数側のカッ トオフを決めていることがわかります。

最後にまとめておくと、今のモデルでも同じように 密度揺らぎにおけるべき乗則が再現できました。また、 このべき乗則は渋滞が発生していない密度領域にのみ 存在し、渋滞が発生すればなくなることがわかりまし た。これは、自由流では長時間相関が存在し、渋滞が 発生した渋滞流では長時間相関が消失していることを あらわしています。現実の交通流を考えてみても、渋 滞が発生する前のほうが長時間相関が存在するように おもわれます。このべき乗則の直接の原因は、時間方



図 5: 密度プロファイルのスナップショット。系の大 きさは100000、車の密度は0.19 である。500000 時 間ステップ緩和させて、スナップショットを取った。 密度は系を1000 に分割して計算した。

向、空間方向の違いはあるものの、低密度でのクラス ターの分布によっていると考えられます。¹このクラス ター化を引き起こしているのは、モデルに導入した車 の個性のためです。今のモデルでは希望速度の違いに よりもっとも希望速度が遅い車の後ろに速い車が追い ついてクラスターを形成します。そして、サイズの大 きい系のスナップショットでクラスターがいくつも見 られたのは、希望速度の遅い車の数がたくさんあるた めです。この希望速度の遅い車の分布によって、クラ スター分布が決まっていると考えられます。

また、シミュレーションで得られたべきについて考 えてみましょう。ここで得られたべきは実際に交通流 で観測されているべきと比較して少し大きなものです。 しかし、観測においてもべきの値は1から1.4と幅を 持っています。従って、このべきの値の違いは本質的 ではないとおもわれます。また、交通流のモデルでも、 粉体流と同じようなべきが得られていることを考える と、密度揺らぎに現れているべき乗則というものはモ デルの詳細によらないのではないか、と考えられます。 すなわち、密度揺らぎに関しては、交通流、粉体流の 差はないと考えられます。

¹最近の結果からこの冪乗則はクラスター内の車間分布の冪乗則 に依存していることがわかりました。これは、低密度で見られる密 度波が原因です。しかし、本文の個性の違いによるクラスター形成 は依然として重要であり、クラスター化がおきないと密度波も形成 されません。

参考文献

- T. Musha and H. Higuchi: Japan. J. appl. Phys. 15 (1976) 1271.
- [2] T. Musha and H. Higuchi: Japan. J. appl. Phys. 17 (1978) 811.
- [3] K. L. Schick and A. A. Verveen: Nature 251 (1974) 599.
- [4] S. Horikawa, A. Nakahara, T. Nakayama, and M. Matsushita: J. Phys. Soc. Jpn. 64 (1995) 1870.
- [5] M. Takayasu and H. Takayasu: Fractals 1 (1993) 860.
- [6] K. Nagel and M. Paczuski: Phys. Rev. E 51 (1995) 2909.
- [7] G. Peng and H. J. Herrmann: Phys. Rev. E 49 (1994) R1796.
- [8] T. Pöschel: J. Phys. I France 4 (1994) 499.
- [9] G. H. Ristrow and H. J. Herrmann: Phys. Rev. E 50 (1994) R5.
- [10] K. Ichiki: Preprint adap-org/9505004
- [11] G. Peng and H. J. Herrmann: Phys. Rev. E 51 (1995) 1745.
- [12] S. Yukawa and M. Kikuchi: J. Phys. Soc. Jpn. 64 (1995) 35.
- [13] 湯川諭: 大阪大学理学研究科修士論文 (物性研究 掲載予定)
- [14] S. Yukawa and M. Kikuchi: Preprint OUCMT95-5