

細管中を流れる粉体流に於ける流体力学的効果

東北大理 市來健吾

E-mail: ichiki@cmpt01.phys.tohoku.ac.jp

1 研究目的

粉体（ふんたい）とは砂などの小さな固体粒子の集団である。粉体はそれのもつ単純さにもかかわらず、液体とも固体とも違う多彩な現象を示す。今回扱う垂直に立てた細管に粉体を流すという極めて単純な粉体流（以下「細管流」と呼ぶ。）においても、粉体は一様には流れず密度波が観測され、その揺らぎが $1/f^\alpha$ スペクトルを示すことが報告されている [1]。

粉体粒子は比較的大きいため、摩擦などの散逸が重要となる。この粉体を非弾性粒子の集団として記述する試みは既に数多く行なわれており、速い粉体流に対しては成功を取めている。しかし粒子の周りに存在する流体（大気）の効果は考慮されていない為、それでは解決のつかない問題も数多く残っている。流動層などでは流体の効果が当然重要になるが、それ以外の系においても流体の効果が無視できるかどうかは自明ではない。実際「細管流」においても管の中の空気の制御がその現象に重要な影響を及ぼすことが分かり、また真空中では密度波が見られないとのコメントもある。

今回はこの細管流における流体力学的効果を数値計算を用いて解析する。

2 実演！



図 1: 水道の蛇口からパイプの上にホースで繋いである。



図 2: パイプ部分の拡大。

細管流における粘性流体の重要性を見る為に簡単な実験を実演した¹ (図 1,2)。粒子に発砲スチロール球、流体に水を使ったため通常の細管流とは逆向きの流れとなる。また、粒子を流す代わりに流体を流して粒子の挙動を見ることにして、パイプの両端に網を付け中に粒子を入れた。従って水はパイプの中を上から下に流す。粒子は最初パイプの上部に溜っていて、流速を増すと下に広がっていく。この系のストー

¹この実験は1995年6月末に京大基研において関本謙（京大基研）、大信田文志（京大理）、中沢初美（京大基研）、後藤晋（京大数解研）の諸氏と筆者により行なったものを本研究会のポスターセッション当日再現したものである。

クス数 St とレイノルズ数 Re はそれぞれ

$$St = \frac{2\rho_p a V}{9\mu} = 7.1 \times 10, \quad Re = \frac{\rho_f a V}{\mu} = 8.9 \times 10^3 \quad (1)$$

である。ここで、 a は粒子の半径、 ρ_f, ρ_p は流体と粒子の密度、 μ は流体の粘性、 V は 1 粒子の沈降速度とした。ストークス数は粒子の慣性効果の大きさを、レイノルズ数は流体の慣性効果の大きさを表す。

見られた現象をまとめる。水を流し始めるとパイプ上部に固まっていた粒子が流動化するが、一様状態は得られなかった。粒子の殆んどない空隙が断続的に上から下に向かって伝搬していき、空隙の大きさは流速と共に大きくなり、粒子クラスターの中での粒子間隔も流速と共に大きくなる。また粒子には大きな循環は見られないようであった。

3 計算方法

流体中の多粒子系の挙動を記述するには、流体を適当な境界条件で解かなければならないが、実際には扱えるのは高レイノルズ数で渦無しの場合(ポテンシャル流)か低レイノルズ数の場合に限られる。先の実験で見られた現象から分かるように、流体をポテンシャル流で表現することは不適切である。またエネルギーの散逸(流体の粘性)が重要であることが期待されるので、ここでは流体を低レイノルズ数近似で扱うことにする。

このとき粒子の運動方程式は(1粒子の沈降速度と粒子半径 a で無次元化して)以下のように書ける。

$$\tilde{S}t \dot{\mathbf{U}} = -(\mathbf{U} - \mathbf{V}_s) \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{R} \cdot (\mathbf{V}_s - \mathbf{U}^\infty) \quad (3)$$

ここでベクトルは全粒子を成分に含むものである。つまり粒子速度ベクトル \mathbf{U} は次のようになる。

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{U}^{(N)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

\mathbf{E} は粒子に働く外力(重力)の方向の単位ベクトル、 \mathbf{U}^∞ は粒子がない時の流体の流速、 \mathbf{V}_s は(時間に依存した)粒子の定常速度である。本来 $\tilde{S}t$ はストークス数に比例するテンソルになるが、ここでは簡単のためスカラーと仮定する。 \mathbf{R} は流体力学的相互作用を表すレジスタンス行列で、粒子の配置に依存する量である。このレジスタンス行列の計算には Stokesian dynamics の方法を用いる。その際粒子の回転の効果は簡単のため無視する。(詳しくは Ref.[2] を参照。) 上述の運動方程式には粒子の接触力は含まれていないが、実際のシミュレーションでは接触時に衝突則を陽に用いる。

4 計算結果

実験で見た状況と同様に固定粒子を導入して粒子を支え、流体を流した場合の計算結果を図 3 示す。(計算では重力の向きを下にとってある。) 計算時間が短いため密度揺らぎのパワースペクトルなどは計算していないが、空隙が情報に伝搬している様子が見られる。

次に細管流で生じる密度揺らぎに関して解析を行なう。表 1 に各シミュレーションに用いたパラメータをまとめる。有効ストークス数 $\tilde{S}t$ は定常速度 \mathbf{V}_s からの粒子速度のずれを表す。粘性流体の性質から \mathbf{V}_s は粒子の衝突を妨げるものなので $\tilde{S}t$ が大きさは粒子間の衝突の頻度に対応すると考えられる。

図 4 に $\tilde{S}t = 0, 10, 100$ の場合の粒子密度の時間発展を示す。いずれの場合もランダムな一様状態から計算を開始しているが、粒子がクラスターを形成することが分かる。特に $\tilde{S}t = 0$ の場合は安定なクラスター

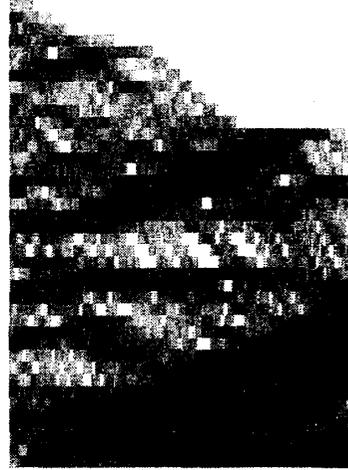
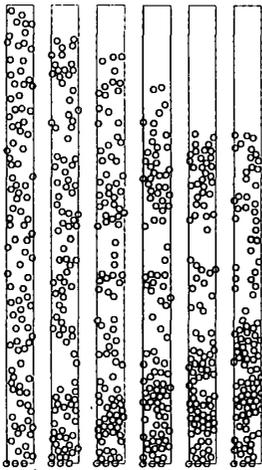


図3: 粒子の配置のスナップショット (左) と密度の時間変化 (右)。密度は黒の方が高い。 $\tilde{St} = 10.0, U^\infty = 0.2$ とした。外力は下向き、流速は上向きにとる。

	\tilde{St}	N	L_x	L_y	L_z
(a)	0.0	30	6	2	80
(b)	10.0	30	6	2	80
(c)	100.0	30	6	2	80
(d)	10.0	15	6	2	80
(e)	∞	30	6	2	80

表1: シミュレーションに用いたパラメータ。 \tilde{St} は(2)式にある有効ストークス数 N は周期セル内の粒子数、 L_x, L_y, L_z は周期セルの大きさである。

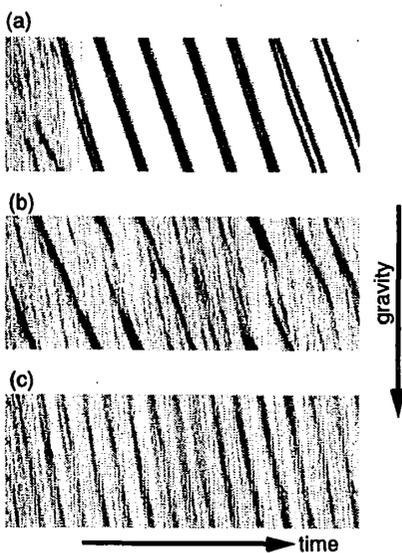


図4: 粒子密度の時間変化。(a) $\tilde{St} = 0$, (b) $\tilde{St} = 10$, (c) $\tilde{St} = 100$.

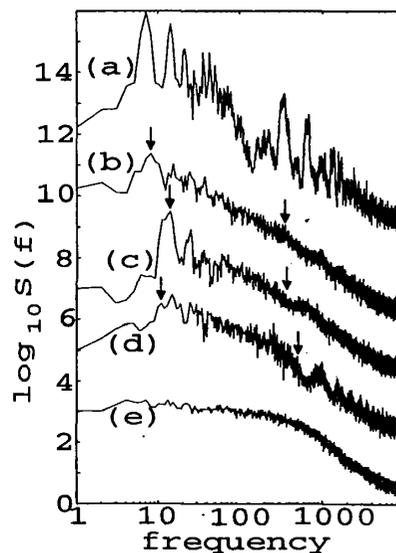


図5: 密度揺らぎのパワースペクトル $S(f)$ 。矢印は f_c と f_s に対応している。 f_c はクラスターの周期、 f_s は1粒子が観測領域を通過する周期である。周波数は最低周波数でスケールしてある。

	V_c	\bar{V}	f_c	f_s	α
(b)	0.12	0.28	8	350	$1.47 \pm 3 \times 10^{-2}$
(c)	0.21	0.31	13	380	$1.40 \pm 3 \times 10^{-2}$
(d)	0.18	0.43	11	510	$1.32 \pm 3 \times 10^{-2}$

表 2: 特徴的速度、特徴的周波数とパワースペクトルの巾。 V_c は粒子クラスターの平均速度、 \bar{V} は粒子の平均速度である。(1粒子の沈降速度で無次元化) f_c はクラスターの周期、 f_s は1粒子が観測領域を通過する周期である。

が形成され、クラスター間の粒子の流れはない。流体力学的相互作用を無視した完全弾性衝突のみを行なう系(表1の(e))は $\tilde{S}t = \infty$ に対応するが、その場合は一様状態が保たれる。

図5に粒子密度の時間揺らぎのパワースペクトル $S(f)$ を示す。

$$S(f) = \langle |n(f)|^2 \rangle \quad (5)$$

$n(f)$ はある点での粒子濃度のフーリエ変換で、 $\langle \dots \rangle$ は空間平均である。 $\tilde{S}t = 0$ の場合 (a) を除き、およそ f_c から f_s の範囲で冪的な振舞いが見られる。つまり $f_c = V_c/L_z, f_s = \bar{U}/\Delta$ である。ここで V_c はクラスターの速度、 \bar{U} は平均粒子速度、 $\Delta = 4a$ は粒子濃度の計算に用いた長さのスケールである。この範囲で $S(f) \sim 1/f^\alpha$ として冪の指数 α を見積もった結果を表2にまとめる。このような密度揺らぎに於ける冪乗則は実験で観測されている。

5 議論

用いた数値モデルは低レイノルズ数極限での流体力学的相互作用を正しくとり扱ったものである。このモデルは気泡流動や、細管流における密度波や冪乗則などの粉体現象を再現することが分かった。このことから、これまで看過されてきた流体の効果の重要性が示された訳だが、これで粉体流に対する物理的理解が進んだとは言いがたい。

数値実験という立場から残された課題は、ここでみた有効ストークス数 $\tilde{S}t$ 依存性の他に粒子濃度依存性、系の1次元性の効果(横幅の依存性)を明らかにすることがある。

References

- [1] S. Horikawa, A. Nakahara, T. Nakayama, and M. Matsushita, "Sel-organized critical density waves of granular material flowing through a pipe.", submitted to J. Phys. Soc. Jpn.
- [2] K. Ichiki and H. Hayakawa, Phys. Rev. E **52**, 658 (1995).