

## 熱的崩壊過程における原子核の超流動性の効果

東北大学理学部 萩野浩一、滝川昇  
石巻専修大学理工学部 阿部正典

### Abstract

ランガーの  $ImF$  の方法を用いて、環境体がある場合の核分裂中の温度依存性を議論する。対相関ギャップを環境体の調和振動子の分布に対する低振動カット・オフとして取り入れることにより、超流動相から常流動相への相転移温度で崩壊率が急激に減少することを示す。

熱い原子核の分裂は、原子核の摩擦の機構を明らかにする目的のために、ここ数年非常に関心が集まっている [1-3]。高い励起エネルギーでは、核分裂中としてもととの Bohr-Wheeler の公式で与えられるものを用いると、統計計算のコードは実験的に観測される中性子、荷電粒子及び  $\gamma$  線の多重度を過小評価してしまうことが知られている [4-7]。この事実に対する一つの解釈は、核分裂が摩擦によって抑制されたと考えることである。この考えに基づき、Thoennessen と Bertsch は統計コードを用いて様々な系の中性子、荷電粒子及び  $\gamma$  線の多重度に関する核分裂の実験データを解析し、散逸的核分裂の敷居値の系統性を得た [4, 5]。さらに、この系統性は  $^{200}\text{Pb}$  の核分裂の確率の励起エネルギー依存性に関する実験を行うことによって、実験的にも確かめられた [6]。

その一方で、核子同士の強い対相関相互作用のために、自発核分裂においては摩擦は重要な役割を果たさない [8]。中間的な励起エネルギーにおける核分裂を議論する場合には、この対相関ギャップの温度依存性を考慮しなければならない。対相関ギャップは温度とともに減少し、やがて原子核は超流動から常流動へと相転移する [9-12]。有限温度における核分裂中に対するこの相転移の影響を議論することがこの研究会報告の目的である [13]。この目的のためにランガーの  $ImF$  の方法を用いる [14-18]。この方法は準安定状態の崩壊中を自由エネルギーの虚部から求めるもので、非常に広い温度領域、すなわち、崩壊過程が量子トンネル効果によって起こるゼロ温度から熱的崩壊が支配的な高い温度にわたって適用することができる [19]。また、この方法は多自由度系に対しても適用可能である [15]。

いまここで、巨視的な自由度  $q$  が環境体の熱浴と結合している系を考える。核分裂の問題では、 $q$  は核分裂の座標に対応する。この系に対して次のラグランジアンを仮定する [20]。

$$L = \frac{1}{2}M(q)\dot{q}^2 - V(q) + \sum_i \frac{1}{2}m_i(\dot{x}_i^2 - \omega_i^2 x_i^2) - \sum_i c_i x_i f(q) + \sum_i \frac{c_i^2 f(q)^2}{2m_i \omega_i^2} \quad (1)$$

ここに、 $\{x_i\}$  と  $\{\omega_i\}$  はそれぞれ環境体の振動子の座標とそれに付随する励起エネルギーである。 $V(q)$  は巨視的自由度に対するポテンシャルで、 $q = q_0$  及び  $q = q_b$  にそれぞれ局所的な極小及び極大を持っているものを仮定する。 $M(q)$  及び  $f(q)$  はそれぞれ巨視的自由度の運動に対する質量及び結合形状因子であり、ここではどちらも  $q$  に関する一般的な関数を仮定する [16, 18]。最後の項はいわゆる相殺項とよばれるもので、これは巨視的自由度と環境の自由度の結合に起因するポテンシャルの静的なくりこみを相殺するものである [20]。

自由エネルギーを求めるために、まず分配関数を経路積分を用いて表す。環境の自由度を積分してしまうと、温度  $k_B T = 1/\beta$  における分配関数は次のようになる [21]。

$$Z(\beta) = \int \mathcal{D}[q(\tau)] e^{-S_{eff}[q(\tau)]/\hbar}, \quad (2)$$

ここで経路積分は周期  $\beta\hbar$  を持つ全ての周期的経路にわたって行う。有効的なユークリッド作用  $S_{eff}[q(\tau)]$  は

$$S_{eff}[q(\tau)] = \int_0^{\beta\hbar} d\tau \left( \frac{1}{2} M(q(\tau)) \dot{q}^2 + V(q(\tau)) \right) + \frac{1}{2} \int_0^{\beta\hbar} d\tau \int_0^{\beta\hbar} d\tau' k(\tau - \tau') f(q(\tau)) f(q(\tau')). \quad (3)$$

で与えられる。ここで、影響カーネル  $k(\tau)$  は

$$k(\tau) = \sum_i \left[ \frac{c_i^2}{m_i \omega_i^2} : \delta(\tau) : - \frac{c_i^2}{2m_i \omega_i} \frac{\cosh[\omega_i(|\tau| - \frac{1}{2}\beta\hbar)]}{\sinh(\frac{1}{2}\hbar\omega_i\beta)} \right] \quad (4)$$

であり [16, 21]、また、 $: \delta(\tau) := \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\tau - n\beta\hbar)$  は周期  $\beta\hbar$  の一般化されたデルタ関数である。

いまここでは、準安定状態の崩壊が熱的な機構に支配されている高い温度を考えよう。式 (2) の経路積分を鞍点法で評価し、崩壊巾  $\Gamma$  と自由エネルギーの虚部の関係式 [14]

$$\Gamma(T) = -\frac{2}{\hbar} \frac{T_c}{T} \text{Im} F, \quad (5)$$

を用いると ( $T_c$  は熱的崩壊と量子トンネル崩壊の転移が起こる境界温度である)、温度  $T$  における崩壊巾は

$$\Gamma = \frac{\omega_0 \omega_R}{2\pi \omega_b} \sqrt{\frac{M(q_0)}{M(q_b)}} f_q e^{-\beta V_b}, \quad (6)$$

と表される [16]。ここで  $\omega_R$  は  $2\pi k_B T_c / \hbar$  で定義される。また、 $\omega_0, \omega_b$  及び  $V_b$  はそれぞれ極小点  $q = q_0$  におけるポテンシャル障壁  $V(q)$  の曲率、極大点  $q_b$  におけるそれ、及びポテンシャル障壁の高さ  $V_b = V(q_b) - V(q_0)$  である。 $f_q$  は古典経路  $q_{cl}(\tau) = q_b, q_{cl}(\tau) = q_0$  のまわりの経路の量子的な揺らぎに起因する量子補正であり、

$$f_q = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\nu_n^2 + \omega_0^2 + \left(\frac{df}{dq}\right)_{q=q_0}^2}{\nu_n^2 - \omega_b^2 + \left(\frac{df}{dq}\right)_{q=q_b}^2} \frac{\nu_n \hat{\gamma}_0(\nu_n)}{\nu_n \hat{\gamma}_b(\nu_n)} \quad (7)$$

で与えられる。ここで  $\nu_n = 2\pi n / \beta\hbar$  は松原振動数である。 $\hat{\gamma}$  は遅延摩擦カーネルのラプラス変換 [16] であり、

$$\hat{\gamma}(z) = \frac{1}{M(q)} \sum_i \frac{c_i^2}{m_i \omega_i^2} \frac{z}{z^2 + \omega_i^2} \quad (8)$$

で与えられる。式 (7) の添字 0 及び b はそれぞれ  $q = q_0$  及び  $q = q_b$  における物理量を表す。境界温度  $T_c$  は量子補正因子  $f_q$  が発散するもっとも高い温度とみなすことができる [15]。

ここで、式 (6) を熱い原子核の分裂の問題に適用しよう。文献 [8] に従い、偶偶核には二準粒子状態の下に状態が存在しないことを考慮するために、環境の調和振動子の分布に低周波のカッ

ト・オフを導入する。それに伴い、カット・オフ周波数を、 $\Delta(T)$  を温度  $T$  における対相関ギャップとして、 $2\Delta(T)/\hbar$  ととり、環境体の振動子のスペクトル密度を

$$J(\omega) \equiv \frac{\pi}{2} \sum_i \frac{c_i^2}{m_i \omega_i} \delta(\omega - \omega_i) = \eta(\omega - \omega_c) \theta(\omega - \omega_c) \quad (9)$$

ととる [8]。ここで  $\eta$  は摩擦係数である [20]。 $\omega_c = \infty$  及び  $\omega_c = 0$  はそれぞれ環境が全くない場合及びスペクトル密度が通常のオーミック摩擦で与えられる場合の二つの極限の場合に相当する。前者と後者はそれぞれ崩壊巾として、それぞれ Bohr-Wheeler の公式及びよく知られた Kramers の公式を量子補正したものを与える [15]。式 (9) で与えられるスペクトル密度に対して、式 (8) の遅延摩擦カーネルのラプラス変換は

$$\hat{\gamma}(z) = \frac{\eta}{M(q)} + \frac{2}{\pi} \frac{\eta}{M(q)} \left( \frac{\omega_c}{z} \log \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 + z^2}} - \tan^{-1} \frac{\omega_c}{z} \right) \quad (10)$$

となる。この方程式の第二項はカット・オフ振動数をゼロにとると消えるものである。

さて、以上の議論を  $^{248}\text{Cf}$  の核分裂に適用してみよう。ここで  $M(q)$  として対称核分裂に対する換算質量をとり、また、ポテンシャル  $V(q)$  は文献 [22] で用いられたものを考える。このとき  $\hbar\omega_0$ ,  $\hbar\omega_b$ ,  $q_b$  及び  $V_b$  はそれぞれ 1.18 MeV, 1.06 MeV, 3.4 fm, 及び 3.67 MeV となる。換算摩擦係数  $\beta \equiv \eta/M$  としては  $20 \times 10^{21}/\text{sec}$ . という値をとり [1]、双一次結合形状因子  $f(q) = q$  を仮定する。いまは超流動相から常流動相への相転移の影響に興味があるので、対相関ギャップとしては、転移温度近傍で成り立つ公式 [12]

$$\Delta(T) = k_B T_c^{pair} \sqrt{\frac{8\pi^2}{7\zeta(3)} (1 - T/T_c^{pair})} \quad (\text{for } T < T_c^{pair}) \quad (11)$$

を用いる。この式で、 $\zeta$  はツェータ関数であり、また、 $T_c^{pair}$  は超流動相から常流動相への転移温度である。我々は、ゼロ温度での対相関ギャップとして  $12/\sqrt{248}$  ととり、転移温度  $T_c^{pair}$  を公式  $T_c^{pair} \sim 0.567\Delta_0$  [11, 12] を用いて評価した。

図 1 の実線はカット・オフ振動数  $\hbar\omega_c$  の関数として境界温度  $T_c$  を示したものである。斜線は環境がない場合の境界温度  $\hbar\omega_b/2\pi$  である。 $\omega_c$  をゼロにとると、境界温度は、 $\alpha$  を  $\eta/2M\omega_b$  として、 $(\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha)\hbar\omega_b/2\pi$  で与えられる [15]。この値は点線で示してある。境界温度はカット・オフ振動数が減少するに従い、摩擦が強くなることを反映してだんだんと減少している [8]。

この系の崩壊確率は温度の関数として図 2 に示してある。斜線と点線はそれぞれ環境体がないと

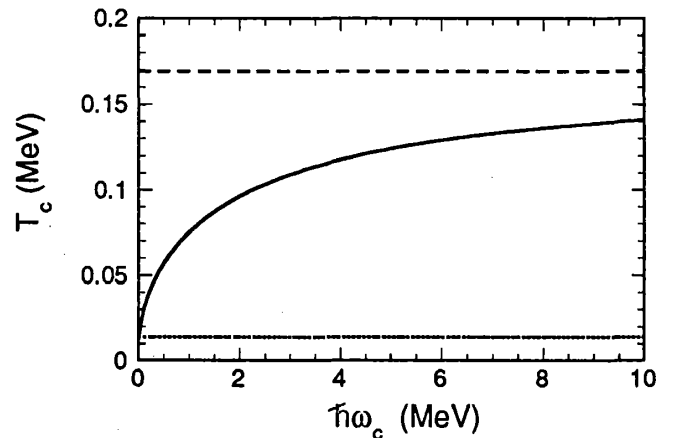


図 1: 量子的領域と熱的領域の境界温度  $T_c$  のカット・オフ振動数依存性

き、及び、カット・オフがなく摩擦がオーミックなもので与えられるときの崩壊確率である。実線は、温度に依存する対相関ギャップを通じて低振動数のカット・オフを導入したときの崩壊確率である。この図より、崩壊確率が転移温度  $T_c^{pair}$  で急激に減少していることがわかる。この振舞

いは、金属中の重粒子の拡散を環境体の電子の超電導相転移を考慮して調べた文献 [23] で得られたものと同様である。

まとめると、 $ImF$  の方法、あるいは同じものだが、Langer-Affleck-Coleman の方法を用いて、有限温度における核分裂の確率を議論した。対相関相互作用の効果を考慮するために、カット・オフ振動数を導入して Caldeira-Leggett 模型を改良した。我々は、対相関ギャップの温度依存性、従って、超流動流体から常流動流体への相転移を考慮した。対相関ギャップは温度が上昇するとともに減少する。このことを考慮すると、崩壊確率は対相関ギャップが消滅する転移温度で急激に減少することがわかった。このことは、臨界角運動量での超変形バンドの急激な崩壊と関係しているかもしれない [24]。この問題は興味深い将来の課題である。

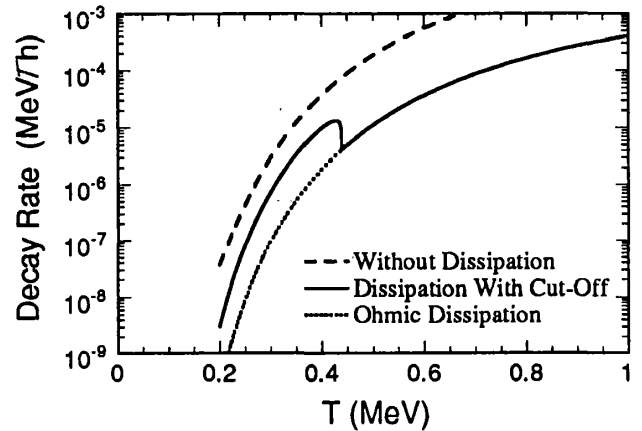


図 2: 温度の関数としての崩壊確率

## 参考文献

- [1] D. Boilley, E. Suraud, Y. Abe, and S. Ayik, Nucl. Phys. **A556**, 67(1993).
- [2] T. Wada, Y. Abe, and N. Carjan, Phys. Rev. Lett. **70**, 3538(1993).
- [3] D.J. Hinde, D. Hilscher, and H. Rossner, Nucl. Phys. **A502**, 497c(1989).
- [4] M. Thoennesen and G.F. Bertsch, Phys. Rev. Lett. **71**, 4303(1993).
- [5] R. Vandenbosch, Phys. Rev. **C50**, 2618(1994).
- [6] D. Fabris *et al.*, Phys. Rev. Lett. **73**, 2676 (1994).
- [7] P. Fröbrich, I.I. Gontchar, and N.D. Mavlitov, Nucl. Phys. **A556**, 281(1993).
- [8] N.R. Dagdeviren and H.A. Weidenmüller, Phys. Lett. **B186**, 267(1987).
- [9] P. Lotti, F. Cazzola, P.F. Bortignon, R.A. Broglia, and A. Vitturi, Phys. Rev. **C40**, 1791(1989).
- [10] F. Alassia, O. Civitarese, and M. Reboiro, Phys. Rev. **C35**, 812(1987).
- [11] O. Civitarese, G.G. Dussel, and R.P.J. Perazzo, Nucl. Phys. **A404**, 15(1983).
- [12] A. Iwamoto and W. Greiner, Z. Phys. **A292**, 301(1979).
- [13] K. Hagino, N. Takigawa, and M. Abe, preprint, Tohoku University.
- [14] J.S. Langer, Ann. Phys. (N.Y.) **41**, 108(1967); G. Callan and S. Coleman, Phys. Rev. **D16**, 1762(1977); I.K. Affleck, Phys. Rev. Lett. **46**, 388(1981).
- [15] H. Grabert, P. Olschowski and U. Weiss, Phys. Rev. **B36**, 1931(1987).
- [16] N. Takigawa and M. Abe, Phys. Rev. **C41**, 2451(1990).

- [17] P. Fröbrich and G.-R. Tillack, Nucl. Phys. **A540**, 353(1992).
- [18] J.-D. Bao, Y.-Z. Zhuo and X.-Z. Wu, Phys. Lett. **B327**, 1(1994); Z. Phys. **A347**, 217(1994).
- [19] P. Hänggi, P. Talkner, and M. Borkovec, Rev. Mod. Phys. **62**, 251(1990).
- [20] A.O. Caldeira and A.J. Leggett, Phys.Rev.Lett. **46**, 211(1981).
- [21] H. Grabert, P. Schramm, and G.-L. Ingold, Phys. Rep. **168**, 115(1988).
- [22] P. Grangé, L. Jun-Qing, and H.A. Weidenmüller, Phys. Rev. **C27**, 2063(1983).
- [23] H. Yoshioka, K. Awaka, and H. Fukuyama, (unpublished).
- [24] Y.R. Shimizu, E. Vigezzi, T. Døssing, and R.A. Broglia, Nucl. Phys. **A557**, 99c(1993).