

通信網性能論の模索 — 輻輳論から可能世界論へ —

下川信祐
ATR光電波通信研究所

1. はじめに

通信網は膨大な設備を要し、効果的な設備利用と混雑の回避が重要である。そこで、設備効率と輻輳を分析する数理的な方法（待ち行列モデル）が開発され、網やその運用法を評価する基礎として用いられてきた[F1]。一方、継続的な情報処理要素技術の発達で、網やそのサブシステムを評価対象として著しく複雑化させ、困難をきたしてきた[St]。

報告者は、通信網の評価をめぐるかかる困難に対して、「複雑系」の視点・視座・方法により、克服への手掛かりを得たいと考えている。

前回の報告では、複雑性の視点から従来枠組みを分析し、脆弱性・困難さの原因となっている問題点を明らかにした[Sm1]：第1の問題点は、「従来枠組みにおいて、複雑化は外部要因であること」であった。この点が、評価過程の外部要因への従属を拡大し、従来枠組みの寄与を著しく限定している。第2は、「従来法がダイナミクス範疇を暗黙のうちに限定している」点であった。ダイナミクスの範疇を拡大することで、従来法や従来原理の破綻例を与えることができた。

複雑化を克服するには、複雑性・複雑化を内部に取り込む評価枠組みが必要である。これは、無論容易ではない。本報告では、まず、複雑性の視点を従来評価から網に転じ、複雑化が網にとって積極的に位置づけられるべき本質性を注意する。次に、複雑化のメリットを捉える視点として「可能世界」の考え方を適用し、輻輳—資源論に代わるべき性能論を模索する。

2. なぜ通信網は複雑化するのか？

網の役割は通信サービスに自由性（何時でも、何処でも、誰とでも、etc）と低廉性（低料金）を供給することにある。これを同時に満足させる代償として、輻輳（待ち合わせ・損失）を伴う。複雑化は、網の自由度の拡大やこれに伴う柔軟性の拡大に対応したものである。このため、「輻輳—資源」枠組みにとって複雑化は外部要因であった。では、自由度や柔軟性の拡大は何故生じるのだろうか？ 実は、これが網の本性に由来し、従って複雑性が網にとって本質的であることが理解できる。

まず、網のサービス拡大の直接の動機は、新しい通信の生成にある。新しい通信の生成とは、網に取って資源の利用、即ち、新しいトラヒックの生成に他ならない。従って、自由度や柔軟性の拡大は、トラヒックの維持・拡大である。一方、網の基本仕様「自由性・低廉性」の実現には、大規模な資源の有効利用を要するとすれば、トラヒックは網にとって生命線である。従って、複雑化は網にとって生命線の維持・拡大という本性とも見做せる。

[Sm1]で、「強度0のトラヒック流」として挙げたダイ

ナミクスの範疇の拡大例[Sm2]は、新しいトラヒックの生成に伴う、複雑性の拡大に他ならない。

3. 仮想的な自由性

複雑化をもたらす、自由性や柔軟性の拡大は、トラヒックの維持拡大という網の本性に由来すると見做せること、従って、網の理論として本来積極的に捉えるべき対象であることが了解できた。言い換えれば、複雑化の克服には、自由性や柔軟性といった要素を中心にした枠組みが必要である。そこで、本節では、網間接続を例に、自由性と柔軟性の相異を明確にしておく。即ち、自由性が仮想的な性質を持つのに対し、柔軟性は実体的な概念と考えられる。

網は、自由性・低廉性を共存させるために、例えば、通信資源（通信回線）を刻みこみとスイッチによる交換機能によって柔軟化させ、自由度のある共用を可能にしている。従って、網の能力を柔軟性によって捉えるという着想は目を引く。しかし「柔軟性拡大」という言葉では表し尽くせない、基本的な能力拡大がある。

二つの通信網が接続される状況を考えよう。網が簡単な資源の追加で、接続可能な仕様であったとしよう。接続可能性は、各網が接続される以前から持っていた柔軟性が提供していると考えられ、資源追加そのものは柔軟性の拡大とは言い難い。しかし、網の接続によって可能になる相互通信は極めて豊富なものとなる。各網には、多くの情報資源・計算資源・通信相手があり、豊富な通信過程が可能性として生ずるからである。

接続による自由度の拡大は、網がコストの増加によりその能力を飛躍的に拡大させるもので、網の形成・発達を考えるうえで基本的である。また、資源増を要する点では、従来の輻輳—資源評価にとっては逆説的で説明できない変化である。この効果は、各網が複雑で大規模であるほど大きく、通信網において基本的な創発性と考えられる。この創発的な自由度拡大は資源の変更が小さい点で、仮想的と考えられる。これに対し、柔軟性という視点は、対象の実体により注目したものであり、このような創発的な能力拡大を直接捉えるとは考え難い。

4. 可能世界の視点

数理論理学に「可能世界」という考え方があり、計算機科学においても重視される[Hg]。可能世界は様相論理のセマンティクスを与える基本概念で、様相論理の持つ、「命題が成立する可能性」という特徴的な表明が「様々な世界」によって意味づけられる。一方、網の相互接続のメリットは、可能性として自由度が拡大するものであった。可能世界の視点は、仮想性を伴う自由さを捉える基本的な視点として、期待できそうである。

4. 1 可能な通信過程の成す空間

「可能世界」を考えるといっても、様相論理による網の記述を考える訳ではない。可能性を積極的に捉えようという視点でしかない。それだけでも網の問題に対する見通しがかかり良くなる。

通信過程の可能空間(C)

おおまかに次のようなものを考えたい。通信網は通信過程の並行処理を行う系であるから、処理されていく「通信過程」の空間Cが考えられる。ここでCの要素である通信過程は、ある時刻で必ずしも実現されている必要はない。しかし、適当な外部条件や網の履歴によっては実現しうる「可能な」通信過程を全て考える。本報告では、可能世界の集合であるCを、試みに、「可能空間」と名付けて、議論を進める。網のサブシステムや適当な条件の下での可能空間も、同様に考えられる。通信過程・可能空間の形式を決めなければならないが、これには、網の能力に関する考察が必要である。次節で基本的な要請を提示する。

排他的な可能世界

通信過程の各可能世界は、資源の有効利用という網の特徴によって、排他性を伴う。実際、同時に実現できる、若しくは、処理が進む通信過程は限られる。従って、可能世界である各通信過程は、どれかが実現される時他は実現されていないという、排他的な論理に従う。排他的な通信過程が時間や状況に応じて実現可能になる点に、網の柔軟性・共用機能の意味があった。可能世界の視点は、資源Rの基本機能が提供する、少数だが排他性の無い可能空間C(R)から、莫大で排他的な網Nの可能空間C(N)への拡大・変質として、網Nの機能と能力を捉えようとするものである。

仮想性による能力装備

排他的可能性による系や部分系の能力装備は、必然的に仮想性を伴う。実際、豊富な各可能性は排他的であるがゆえに、何れかが選択された時点で、他の可能性が消失するからである。このような排他的可能性が生成する能力の典型として、「貨幣」が挙げられよう。特に、紙幣には著しい仮想性が見いだされる。実際、システムを離れては全く機能し得ない一方で、システム内では強力な能力を呈しうる。

4. 2 可能空間の構成・構造と性能要素

網の特性的要素が可能空間によって表現可能であることを確認する。また、可能空間の導入によって、輻輳が自由性の障害として捉えられ、自由性の要素に帰着しうるものが了解できる。

資源消費

資源は時間的・空間的に大きさを持つ（資源の時空）。従って、可能空間の要素が資源の時空の部分集合（関数等）へ対応づけられることで資源消費が記述できる。

なお、資源消費過程により、資源の時空から誘導して可能空間に定量的または解析学的（可微分性、特異性、位相）構造を考えることが原理的には可能である。

自由度

通信過程やその系の自由度は、外部からの要求に応じて、通信過程が随時に生成・変化することと考えられる。言い

換えれば、通信過程は、時系列より寧ろ（非決定性・並行性の）オートマトンとして捉える必要がある。通信過程・分散システムの実装を目的として開発されてきた形式的方法は、このような通信過程の記述法・基礎を提供してきている[Hr, Ml, Ac]。また、様相論理では、可能世界の変化を可能世界間の遷移関係である到達可能性関係によって表記される[Hg]。

輻輳と自由度、並行性

輻輳は、可能な通信過程の実現における排他性によって、通信過程が外部要求でない変形（遅れ、損失）をうけ、悪影響を及ぼすことである。この悪影響は、通信過程が外部要求に応じて生成・変化する事妨げる障害に他ならない。従って、輻輳は自由度に帰着される。こうして、可能世界の視点は輻輳に対して解釈を与え、輻輳の複雑な特性量に意味を与えることが可能となる。

一方、自由性の劣化を輻輳と捉えるには、通信過程間で資源を取り合う可能性として、「並行性」の構造を明示する必要がある。

規模的自由度、強度的自由度、仮想性、輻輳

試みとして、対要求自由度を静的な成分と動的な成分に分ける事を考えよう。即ち、系外要求によって到達できる空間の規模と、その遷移の早さ・容易さに分けて考える。前者を規模的自由度、後者を強度的自由度と呼ぼう。可能空間Cに対して、

仮想性 \sim 規模的自由度 / 資源消費量

という定性的定義が考えられる。また多くの場合、輻輳は、到達規模より到達速度の障害と考えられ、強度的自由度の劣化要因として位置づけられる。

5. 可能世界のもたらす見通し

前節の議論は、従来の輻輳—資源解析に代わるものとして、可能空間の解析が有望であることを示唆している。実際、可能世界の視点から見たとき、輻輳は自由性の障害という可能空間の一側面に限られている。一方で、輻輳が従来の素朴な直感により扱われる限り、高次モーメント・分布値・緩和時間等の複雑な特性量の意味を議論することができない。

本節では、可能空間の導入によって容易にもたらされるメリットを示す。

本節以降は、新しい視点によって広がる、見通し・見込みを述べるものであり、本格的な議論には、数学的枠組みの設定が不可欠である事は言うまでもない。

5. 1 網拡大における仮想性の役割

可能空間を考えることで、仮想性が網の拡大を促すことが解かる。

3節の網間接続の例を考えよう。相互通信の可能性により可能空間が拡大する。各網を N_1, N_2 とし、各網内の通信主体（通話者、端末、ホスト、通信応用プログラム etc...）を $A(N_1), A(N_2)$ とする。網の接続によって可能となる通信過程は、形式的に直積 $A(N_1) \times A(N_2)$ となる。即

ち、可能空間の形式的拡大が直ちに起き、且つ、これは積の増大度を持つ。無論、可能な通信過程の定量的な自由度が輻輳によって資源量と関わっている。しかし、通信主体や生成される通信過程の仮想性が強く、資源消費が疎であれば、網間接続に伴う必要資源の増加は小さくなる。即ち、網間接続の「 Δ 自由度/ Δ 資源量」は増大する。こうして、仮想性は網の拡大を促すことになる。

5. 2 特異性の視点

網拡大の例と3節の貨幣の例は、強い仮想性が認められる時、即ち、可能空間の規模からみて資源消費が「小さい」時、網が特徴的な能力を装備する可能性を示唆している。強い仮想性は、資源消費過程の解析的な特異性を示唆する。即ち、可能空間の自由度の規模が莫大であれば、資源消費過程は資源の時空においても豊富な自由度を持ちうる。資源の時空は低次元であるから、資源消費過程は、スケールンク変更等により、特異性を呈することが示唆される。また、資源消費が小さいことから、資源時空の位相次元に比べて、ハウスドルフ次元が小さくなること等が示唆される。

5. 3 多重アクセス系の能力表現

タイムシェアリング、ランダムアクセス、ポーリングといった多重アクセス系[T_s]に対し、従来の輻輳論では、輻輳特性の評価は可能でも、アクセス系の基本的能力そのものを特徴づけることができなかった[Sm3]。

可能空間を介することで、プロセス代数[Hr,Mi]の適用が可能となり、多重アクセス系の基本的能力を把握できる。

インタリーブ

インタリーブはプロセス間の演算である、この演算により、可能空間の重要な自由度拡大を記述することができる。

二つのプロセスP,Qが $P=\langle p[1],p[2],\dots,p[n]\rangle$,
 $Q=\langle q[1],q[2],\dots,q[m]\rangle$ と表現されるとき、PとQのインタリーブは、

$$P\parallel Q=\langle x[1],x[2],\dots,x[n+m]\rangle;$$

$$x[i[1]]=p[1],\dots,x[i[n]]=p[n],x[i'[1]]=q[1],\dots,x[i'[m]]=q[m],$$

$$i \in \text{IHom}(\{1,\dots,n\},\{1,\dots,m+n\})$$

$$i' \in \text{IHom}(\{1,\dots,m\},\{1,\dots,n+m\}-\text{Im}[i])$$

で、与えられるプロセスの集合である。ここで、 $\text{IHom}(A,B)$ は順序集合A,Bに対し、AからBへの順序保存単射のなす空間とする。Im[i]は射像iの像。

$\text{Card}(\text{IHom}(\{1,\dots,m\},\{1,\dots,n+m\}-\text{Im}[i]))=1$
である。ここで、プロセス表記、

$$\langle p[1],p[2],\dots,p[n]\rangle$$

は、 $p(i)$ が番目の状態遷移要求によって目的の遷移が達成されたことを表現する。 $p(i)$ をビット列の書き換えとすることで、通信過程と見做せる。

多重アクセス

インタリーブは、多重アクセスの基本的能力を、次のように表現できる。プロセスP,Qが共通資源を用いて処理されるとしよう。多重アクセスが導入されないときに(形式

的な)可能空間は $C_1=(P;Q;Q;P)$ である。ここでP;QはプロセスPとQの順次結合を表し、プロセスPのあと続いてQが処理されることを意味する。これに対して多重アクセスの(形式的な)可能空間は $C_2=P\parallel Q$ である。 $C_2 \supset C_1$ であって、この拡大は著しく大きい。

この議論は、一見、自明に見えるかも知れない。しかし、可能空間の各要素の実現は排他的であり、何れかしか実現できない選択肢である。インタリーブを用いることで、多重アクセスの導入により著しく選択肢が拡大することが表現されている。

トークン保留時間

上述の議論は、直ちにトークン保留時間設計の問題[下川]に適用できる。

多数の端末と単一の通信チャンネルからなる通信系を考えよう。通信チャンネルは利用権(トークン)の受渡によって共有されるとする、継続して通信チャンネルを利用できる最大時間があらかじめ設定され、トークン保留時間と呼ばれる。トークン受渡に伴って通信チャンネルが利用できない時間が生ずるため(切り替え時間)、通常の遅延時間解析を行うと、トークン保留時間が長いほど有利となる。

上記の議論から、トークン保留時間の短さが、不完全ではあるが、インタリーブを担い、多重アクセス系としての本来機能を担っている事が解かる。これは、可能世界の視点により初めて明確にできた点である。実際、従来はトークン保留時間の役割に関する明快な表現はなく、「平等性の確保」という不明瞭な表現が用いられた[Tkg]。また一方で、トークン保留時間の役割を輻輳の枠内で特徴づけるために、遅延時間の分布値や分散、緩和時間等複雑な特性量に言及せざるを得なかった。これらは多重アクセス系の確率モデルが多次元のマルコフ過程であるため、困難が大きく、目的を達成できてきない[Sm3]。可能空間の導入によって、トークン保留時間縮小が、輻輳という自由度の障害としてより、寧ろ、インタリーブという自由度の拡大として容易に捉えられることがわかる。

6. 性能論・拮抗論

可能空間C上に成立する関係式として、網の性能の構造をとらえることが考えられる。環境に依存しない‘受け皿’としての網の性能を考える「性能論」と、受け皿を固定した時生ずる関係式を考える「拮抗論」が考えられる。前者ではC自身が変数であり、後者ではCは(論理的な)定数で、環境Eが変数である。可能世界の視点によって、以下のような試論が可能となる。

6. 1 性能論

まず、豊富な通信要求が処理できるという意味で

$$\text{絶対的能力} = \text{自由性}$$

と考えられる。これに対し、資源の有効利用がなければ、網として存在できないという立場からは、低廉性も網の基本的な能力と考えられる。この意味で、

$$\text{有効能力} \sim \text{自由性} / \text{資源消費}$$

と考えられる。

以下、Cを限定して成立する関係式を考える。まず、4節に従って、自由度を規模と強さに分離できるとする：

有効能力 \sim 規模自由度・強度自由度/資源消費
更に、網の強度的自由度の変化主要因として、輻輳に限られるとする：

$$\text{強度的自由度} \sim 1/\text{輻輳}$$

このとき、

有効能力 \sim 規模的自由度/(資源消費・輻輳)
となる。ここで

仮想性 \sim 規模的自由度/資源消費
を用いれば

$$\text{有効能力} \sim \text{仮想性}/\text{輻輳}$$

となる。これは、仮想的に豊富なサービスを遅延・劣化なく提供することが高性能な網であるという、もっともな結論を示している。

トークン保留時間の例では、切り替え時間が無視できるとき、輻輳は増大せず、仮想性が拡大してアクセス系の有効能力を拡大していることになる。

6.2 拮抗論

基本的な拮抗関係

網の基本的な性質は、自由度、輻輳、資源効率の拮抗であった。この拮抗は、受け皿としての網を指定したとき環境を変数として生じる関係式である。この基本拮抗は、上記の性能論から導ける。実際、受け皿としてのCを固定することは、網の有効能力が定められた事になる。従って、

$$\text{定数} \sim \text{規模的自由度}/(\text{資源消費} \cdot \text{輻輳})$$

である。資源効率 $\sim 1/\text{資源消費}$ と考えられるから、これは

$$\text{規模的自由度} \sim \text{輻輳}/\text{資源効率} \quad (1)$$

となる。

待ち行列評価式

(1)は、待ち行列の基本公式に見いだすことができる。もっとも基本的な待ち行列であるM/G/1モデルでは

$$\text{平均待ち時間} \propto$$

単位時間当り入力トラヒック量分散/(1-資源効率)である[FJ]。トラヒック量の分散は規模的自由度と考えることができる。また、定性的には、

$$1/(1-\text{資源効率}) \sim \text{資源効率}$$

であり、(1)に他ならない。

Pesinの関係式

(1)に類似の関係式は、かなり一般に見いだせると考えられる。例えば、区間力学系において、Pesinの関係式

$$\text{KSエントロピー} =$$

正のリアプノフ指数和・不変測度台の次元

が知られている[TK]。これは、以下の対応によって(1)に類似している。

$$\text{KSエントロピー} \sim \text{規模的自由度}$$

(粗視化によって得られるシフト系が‘処理’する言語の単位時間当りの量と見做す)

$$\text{不変測度台の次元} \sim \text{資源消費量}$$

(‘処理’に要する‘記憶領域’の大きさと見做す)

$$\text{正のリアプノフ指数和} \sim \text{変形} (\sim \text{輻輳})$$

最後の解釈は、次の意味である。正のリアプノフ数値は軌道の変形度を表すが、軌道は資源(記憶領域)の時空にあって、資源消費過程と見做せる。従って、軌道の変形は資源消費過程の変形である。言語の処理という解釈だけでは、並行性やその排他性の構造が無いので、輻輳と見做すことはできない。しかし、網における輻輳の増大が、資源消費過程の資源時空における変形を拡大するという意味で、類似性が認められる。

7. まとめ

可能世界の視点によって、自由度を込めた網の議論に可能性が見えてきた。今回は、数学的な基礎固めを図る。これによって、網の構造と能力を支配する原理に迫って行きたい。

文献

- [Ac]Aczel, P., Non-well-founded Sets, CSLI Lecture Notes 14, CSLI 1988.
[FJ]藤木, 雁部, 通信トラヒック理論. 丸善 1980.
[Hg]萩谷 昌巳, ソフトウェア科学のための論理学, 岩波講座ソフトウェア科学11, 岩波 1994.
[Hr]Hoare, C.A.R., Communicating Sequential Processes. Prentice-Hall 1985 (邦訳, 吉田信博, ホーアCSPモデルの理論 丸善 1992)
[Ml]Milner, R., Communication and Concurrency. Prentice-Hall 1989.
[Sm1]下川信祐, 通信網の複雑化と性能評価技術の課題, in The First Sapporo Symposium on Complex Systems, ed., Y. Okabe, Proc. Complex Systems Research Group of Sapporo, No. 1, (北海道大学数学講究録 #33) pp.10-11(1994).
[Sm2]下川信祐, Modeling of infinitely intermittent traffic streams via the Palm theory, 1994年度日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, pp195-196(1994).
[Sm3]Shingawa, S., and Takahashi, Y., On a set of interdeparture time distributions of the M/G/1 queue with server vacations, J. Operat Res. Soc. Japan, Vol. 36, No. 4, pp.206-219(1993).
[St]斉藤 洋, これからのトラヒック設計を目指して: ノンパラメトリック法によるATMセル損失評価, 電子情報通信学会論文誌, B-I, Vol. J 76-B-I, No. 3, pp.197-208(1993).
[Tk]高橋 陽一郎, 力学系における決定性と非決定性, in 小嶋 江沢 編, 数理物理学の展開. 東京図書 1988.
[Tkg]Takagi, H., Analysis of Polling Systems. MIT Press. 1986.
[Ts]Tasaka, S., Performance Analysis of Multiple Access Protocols. MIT Press. 1986.