単純なアルゴリズムで都市数の多いＴＳＰを解く

立川光、石崎豪洋、中原壽喜太
香川医科大学 医学部 物理学教室
e-mail: tachkawa@kms.ac.jp

要約

ＴＳＰ（巡回セールスマン問題）[1-5]を解く場合にランダムに経路を設定した後に、単純に２都市を交換、取り出して挿入、一つのｓｕｂツアーの順を逆にする、の３つのルールを順次適用する。これにより、遺伝的アルゴリズムで解く場合の遺伝子の複雑なコードの操作を無くし、更に距離計算を省略することで高速に最適値、精度の高い準最適値を得る。

アルゴリズムが単純なので他の用途にも応用可能である。

Ⅰ．はじめに

遺伝的アルゴリズムを用いてＴＳＰを解く方法としては、Ｇｏｌｄｂｅｒｇの部分写像交叉があり致死遺伝子抑制法として用いられるが、交差路の排除はうまくできない。その他にも形質遺伝を用いた物があるが、交差路まで形質として遺伝してしまうことがあるので、交差路を排除しにくい。これらのＴＳＰのプログラムで、交差路の状況を見た場合に、交差路を排除可能な操作を探した結果以下のようなものになった。

（１）．単純に２都市を交換。

（２）．取り出して挿入。

（３）．一つのｓｕｂツアーの順を逆にする。

以上の３つの規則をランダムに設定した経路に対して順次適用する。

更に順次適応することで経路の距離計算を省略した為に、遺伝的アルゴリズムよりも計算量を大幅に減らすことができた。遺伝子の操作は一点交叉、２点交叉、複数の個体の共通部分を破壊しないような交叉、突然変異などがある。これらの操作はパラメーター探索一般としての操作であるので、問題固有の操作として上の様な操作を行なうことで、効率の良い探索が可能である。

Ⅱ．このアルゴリズムの特徴

このプログラムでＴＳＰを解く場合の特徴は、大きい数の場合では確率は低いものの、常に真の最適値を得る可能性を持っていることである。また、３次元以上のＴＳＰでも、同様に解くことができる。

遺伝的アルゴリズムでは、交配の際の遺伝子の操作の計算量も省略可能である。また、遺伝的アルゴリズムでは、個体数も多く必要であるので、その分計算量が増えるが、このアルゴリズムでは必要無い。

ランダムサーチや遺伝的アルゴリズムのように、探索中に乱数を必要とせず３つのルールの適用だけでよい。

このアルゴリズムは、都市数を数万程度に増やして行った場合には、評価関数の距離計算の誤差が全体に影響するので、精度の高い変数が必要になる。

Ⅲ．実際の解き方

最初に、ランダムに巡回経路を設定する。
次に、２つの点を決める。これを２重ループで組合せを作る。
交換規則に
（１）．単純に２都市を交換

```
ａｂｃｄｅｆｇ → ａｆｃｄｅｂｇ
  ↑     ↑         ↑     ↑
```

（２）．取り出して挿入

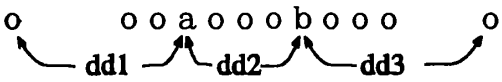
```
ａｂｃｄｅｆｇ → ａｃｄｅｂｆｇ
  ↑   ／＼           ↑
```

（３）．一つのｓｕｂツアーの順を逆にする。

```
ａ（ｂｃｄｅｆ）ｇ → ａ（ｆｅｄｃｂ）ｇ
```

以上の３つの規則で交換する。
交換して、値が小さいものを最小値とする。
ループが終了したら、経路リストを都市数の１／ｎだけシフトする。これを（ｎ－１）回行なう。ここで、ｎは４以上の整数である。
以上の操作で、交差路の無い値が得られる。

距離の計算は



として、全体の和を直接全部計算せずに省略することで、全体の和はｄｄ１＋ｄｄ２＋ｄｄ３となり、全体の計算量を決定するループは
ａ＝１からａ＝都市数
ｂ＝ａ＋１からｂ＝都市数－１
までの２重ループであるので、１回の探索の計算量は都市数の２乗に比例する。
このアルゴリズムで、３０都市がＴｕｒｂｏＣで１２ＭＨｚのＣｙｒｉｘ４８６＋３８７を用いて３秒である。（ｎ＝４の場合）

Ⅳ．ベンチマークの結果

このアルゴリズムの性能評価を、表．１に示す。
ＴＳＰＬＩＢ[6]のデータから、ＡＴＴ４８,ＧＲ６６６,ＲＤ１００,ＰＣＢ４４２,ＬＩＮ１０５,ＳＴ７０を解いた。
実行結果は、それぞれ１００回実行したうちで

ＡＴＴ４８　登録されているものより小さい値を得る。
ＧＲ６６６　登録されているものより小さい値を得る。
ＲＤ１００　登録されているものはもともと交差路がある。
ＳＴ７０　登録されている値を得る。
ＬＩＮ１０５　登録されている値をえる。
ＰＣＢ４４２　１００回の計算で得られた最小値と登録されているものとの比は、
１．０２０４となった。

ＰＣＢ４４２のような繰返しがある図形には弱く、ＧＲ６６６のように中心で細かく、外側では都市の配置がまばらなものは、比較的良好な結果である。

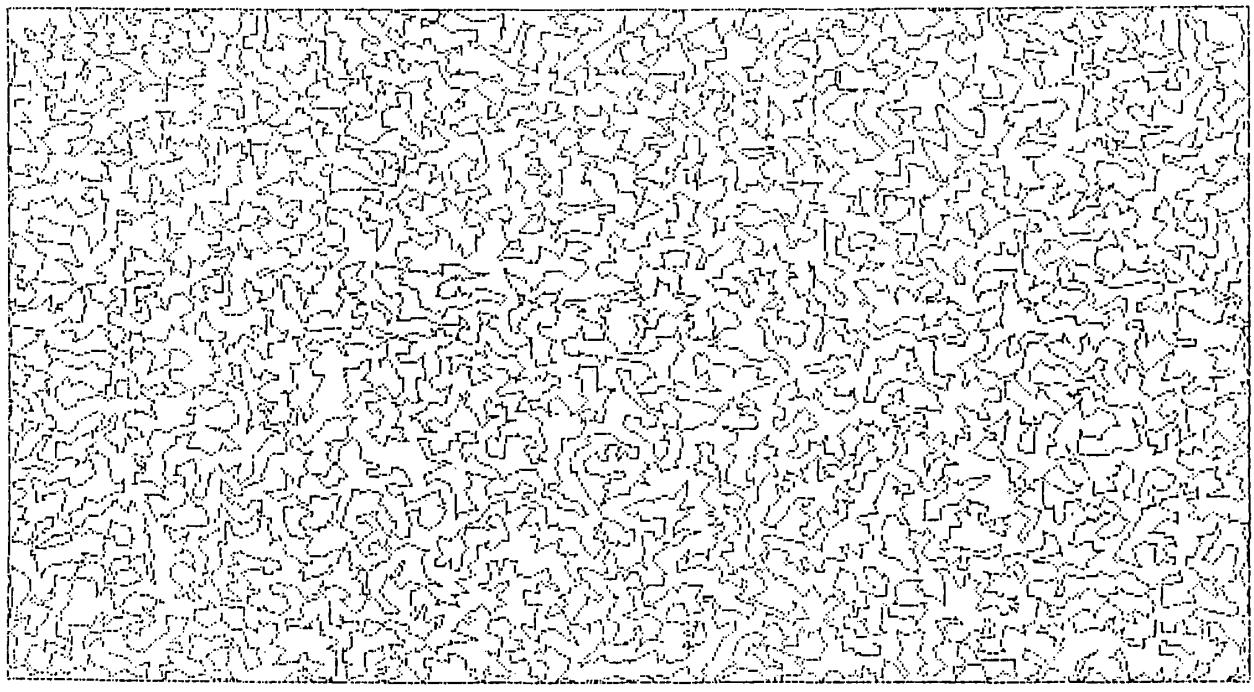
都市をランダムに配置したもので、１回の探索が終了するまでの時間は、Ｈｉｇｈ－Ｃで４８６ＤＸ－２　６６ＭＨｚを用いた場合、１万都市では５時間、２万５千都市では２５時間の結果を得ている。１万都市を解いた結果の一例を図．１に示す。

Ⅴ．おわりに

ＴＳＰのような非決定の問題では、解空間は計算上膨大であるが、実際には評価関数が存在する限り、それほど大きいものではない。これは、単純に近い都市を結んで行った場合の解は、本当の最適値より、おおよそ１割程度の隔たりしかないことよりも分ることである。

実際にアプリケーションソフトで用いる場合は、ある程度の妥協が必要であると思われる。

スケジューリング問題はもとより、オセロや将棋などのゲームに応用することを考えている。探索中に乱数を必要とせず、単純なアルゴリズムであるので、ハードウェア化してより高速な探索として用いることも考えられる。



図．１　１万都市のＴＳＰを解いた例　（都市配置はランダム）

参考文献

1) 小林重信:　「遺伝的アルゴリズムの現状と課題」計測と制御 Vol.32,No.1,pp.2-9,(1993)

2) 宇佐美義之,加納義樹: 人工知能学会論文集 Vol.8,p.377 (1994)

3) 宇佐美義之,加納義樹: Computer Today No.63, p.40 (1994)

4) 新妻清三郎,村田安永,山田和年:「機能的アルゴリズムに基づく巡回セールスマン問題の解法」 人工知能学会誌 Vol.11,No.1, pp.130-136 (1996)

5) Ｌ．デービス編,嘉数 他訳:「遺伝アルゴリズムハンドブック」森北出版 (1994)

6) G.Reinelt:TSPLIB　URL は<ftp://softlib.rice.edu/pub/tsplib>

表．１　アルゴリズムの性能評価 Turbo-C (NDP on) Pentium 75MHz

同一都市配置に対して１００回試行
（都市配置はランダム）

ｎ＝４の場合

都市数	１回の時間	経路長の 最小値 最大値	経路長の 平均±標準偏差	標準偏差 / 平均
１００	０．７秒	31636 37205	33990 ± 998	2.94%
２００	３．３秒	45351 49568	47251 ± 885	1.87%
５００	１９．２秒	70678 75262	73061 ± 990	1.35%
１０００	７６．５秒	100102 105053	102917 ± 1062	1.03%
２０００	３０７．０秒	142833 149132	146516 ± 1240	0.85%
５０００	１９３６．８秒	228006 235230	230636 ± 1191	0.52%

ｎ＝６の場合

都市数	１回の時間	経路長の 最小値 最大値	経路長の 平均±標準偏差	標準偏差 / 平均
１００	１．５秒	31175 36420	33005 ± 842	2.55%
２００	５．２秒	44084 47287	45669 ± 731	1.60%
５００	３１．８秒	68660 72417	70420 ± 804	1.14%
１０００	１２６．９秒	95963 100548	98508 ± 834	0.85%
２０００	５０９．３秒	137712 141364	139779 ± 741	0.53%
５０００	３２１１．１秒	216447 221431	219001 ± 1040	0.47%