

カオス結合振動子におけるインターミッテンシー

福井大・工 岡川義弘 小川淳司 原田義文

1. はじめに

非線形動力学において間欠性は普遍的な現象であり、これまでに多くの研究がなされてきたが、近年結合カオス系においては、従来のPomeau Manneville型のインターミッテンシーとは異なりオン=オフインターミッテンシーと呼ばれる新しい特徴をもった間欠性が現れることが見いだされている[1,2]。我々は、回路シミュレーターを用いて電気回路系における、オン=オフインターミッテンシーを中心とした結合カオス振動子系の動力学の新しい側面を明らかにする目的で研究を行っている。特にカオス状態間の結合のみならず、それぞれのカオス発振器のコントロールパラメタが周期軌道を与える値を持つ場合においても、完全な同期状態へいたる直前の結合強度においてオン=オフインターミッテンシーが観測されることを示す。

2. カオス振動子の結合

我々の採用したカオス発振器はChua回路とよばれるもので、コントロールパラメタである抵抗Rの値を変えると周期倍加分岐を経て、スクリュアトラクターを有するカオス状態、さらにダブルスクロールアトラクターをもつカオスが現れる[3]。このカオス発振器をコイルを通して相互インダクタンスMで結合させることにより、カオス結合振動子系を構成した(図1)。ここでコイルを介した結合が2ヶ所あるが、これは一般にN個の振動子を一次元鎖的に連結させて多自由度系に拡張することができるようにするためのものである。Mを変化させることにより、結合の強さを表す結合定数 $K (=M / (L_a L_b)^{1/2})$ の値をコントロールすることができる。従ってパラメタは今の場合、それぞれの発振器の発振状態をコントロールする抵抗R、および結合係数Kである。

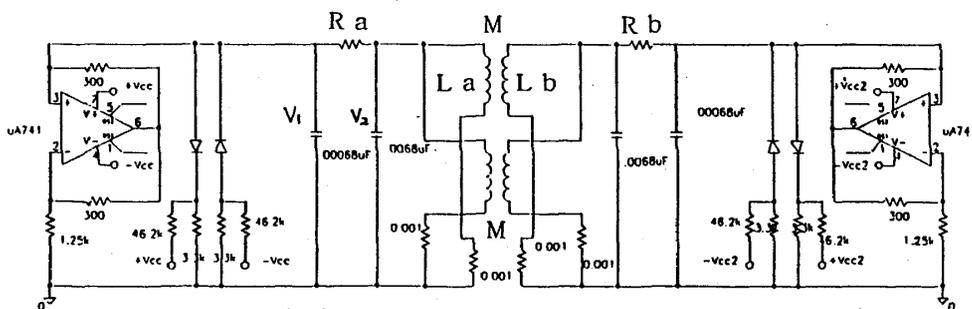


図1 カオス結合振動子

コントロールパラメタ R の値の選択によって結合させる振動子の状態の組み合わせとしていくつかのタイプが考えられる。今回は、特に2つの振動子の R をほぼ同じ値にとり、それぞれ同一のタイプのアトラクターをもつ場合について、コイル L_a, L_b における電圧 V_a, V_b およびその電位差 $V_a - V_b$ を観測した。以下典型的な場合としてそれぞれの発振状態が Type I : 周期アトラクター ($R=1.70, 1.69k\Omega$ 図2-A)、Type II : スクリューアトラクター ($R=1.63, 1.62k\Omega$ 図2-B)、Type III : ダブルスクロールアトラクター ($R=1.58, 1.57k\Omega$ 図2-C)、Type IV : ダブルスクロールアトラクター (崩壊寸前 $R=1.48, 1.47k\Omega$ 図2-D) をもつ結合について結果をまとめる。

i) Type I、 $K=0$ の場合はそれぞれ独立に周期的な発振をしており (図3-A)、少しずつ K の値を大きくしていくと周期的な発振が壊れて、ともにカオス的な発振を起こす ($K=0.27$) (図3-B)。さらに、結合の強さを大きくすると $K=0.33$ から電位差にオン=オフインターミッテンシーが観測され (図3-C)、 $K=0.60$ (図3-D) で完全に同期する。

ii) Type II、 $K=0.06$ (図4-A) から波形に変化が見えはじめ $K=0.12$ (図4-B) からカオス状態になる。さらに $K=0.21$ (図4-C) でオン=オフインターミッテンシーが観測された。 $K=0.27$ (図4-D) で一度同期し、 $K=0.33$ (図4-E) でわずかに間欠性が見られ、 $K=0.36$ (図4-F) で完全に同期する。

iii) Type III、このときそれぞれの発振器はともにダブルスクロールアトラクターを有するカオス状態になっているので結合係数 K の値が小さいところでは、電位差もカオス状態になっている。結合を強くしていくと $K=0.15$ (図5-A) でオン=オフインターミッテンシーが観測され、さらに同期状態に近づいて行くが $K=0.21$ (図5-B) より再びカオスの傾向が強くなる。さらに $K=0.24$ からオン=オフインターミッテンシーが観測され、 $K=0.27$ (図5-C) で2つの発振器は完全に同期する。このダブルスクロールアトラクターの結合では、ともに独立な状態から2回の引き込みを経て完全に同期すること特徴である。

iv) Type IV、この場合もダブルスクロールアトラクターとなっているが、アトラクターの崩壊寸前の状態となっている。 $K=0.03$ (図6-A) まではカオス状態となっているが、 $K=0.06$ (図6-B) ではすでに周期状態となっている。さらに $K=0.12$ (図6-C) で完全に同期する。この場合は、iii) Type III のダブルスクロールアトラクターに比べ弱いカオス状態であるので同期しやすいと考えられる。

いずれのタイプも抵抗 R の値によらず、完全に同期状態にあるとき、それぞれの発振器の発振状態は、周期的になっている。一方文献[1,2]の場合においてカオス-カオス結合のとき、カオス状態のまま同期しているため我々の結合振動子系における同期のメカニズムは従来のものとは異なると考えられる。従ってオン=オフインターミッテンシー発生の機構も異なるものであると予想される。

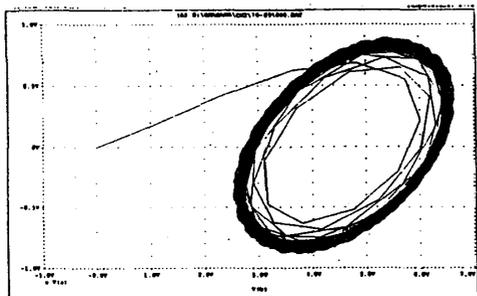


図2-A

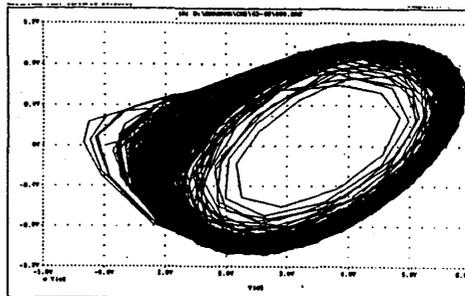


図2-B

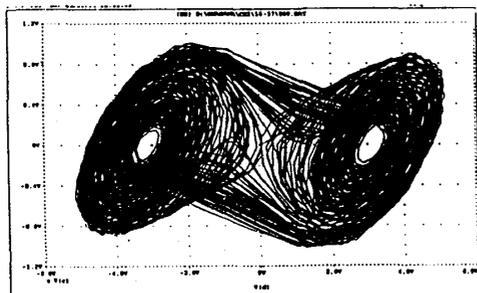


図2-C

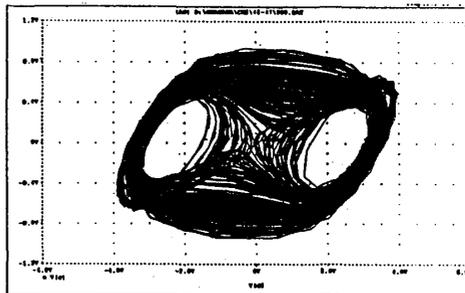


図2-D

図2 リサージュ図 (X軸: v_1 Y軸: v_2)
 A: リミットサイクル B: スクリューアトラクター
 C、D: ダブルスクロールアトラクター

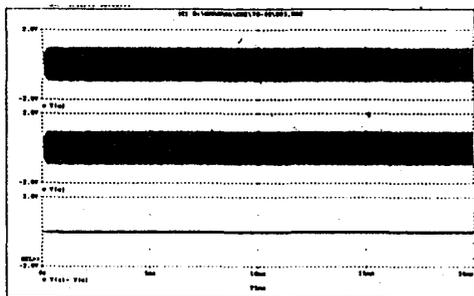


図3-A

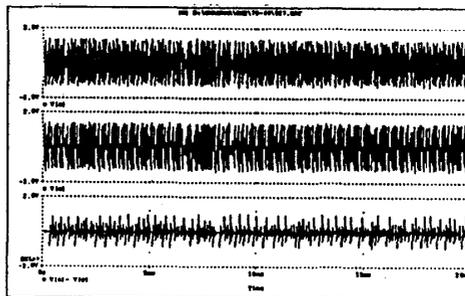


図3-B

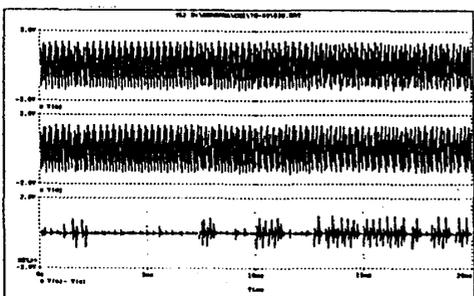


図3-C

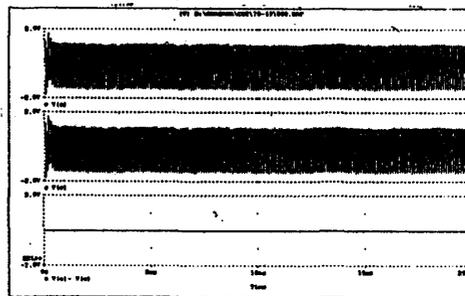


図3-D

図3 $R = 1.70, 1.69k\Omega$ の結合の発振波形 (上: V_a 中: V_b 下: $V_a - V_b$)
 A: $K = 0.03$ B: $K = 0.27$ C: $K = 0.30$ D: $K = 0.60$
 いずれもX軸 $0ms \sim 20ms$ Y軸 $-2V \sim 2V$

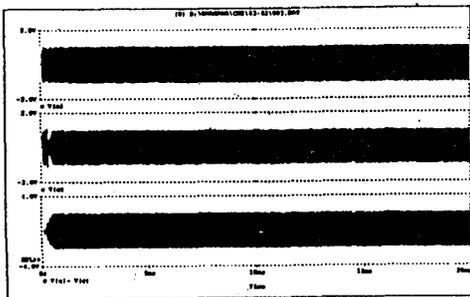


図4-A

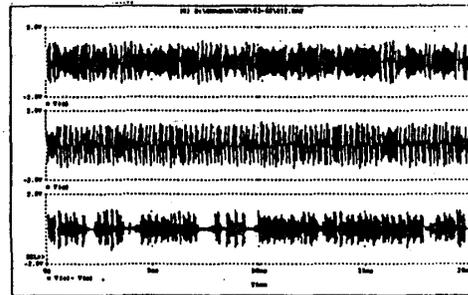


図4-B

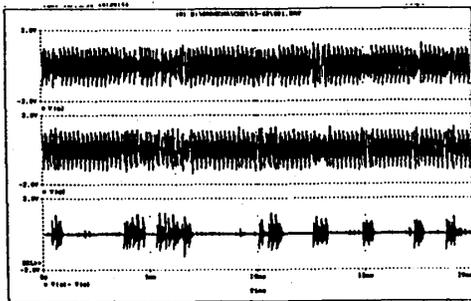


図4-C

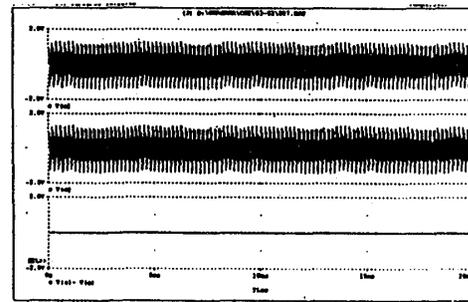


図4-D

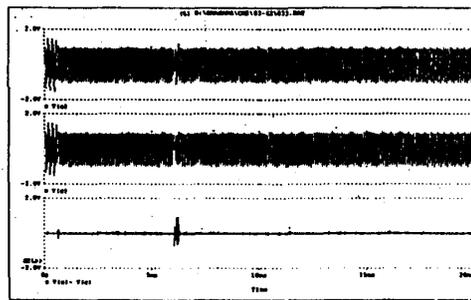


図4-E

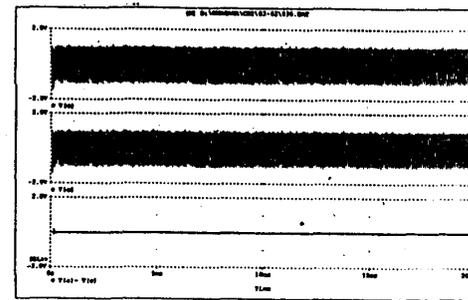


図4-F

図4 R = 1.63, 1.62k Ω の結合の発振波形 (上: V_a 中: V_b 下: V_a - V_b)
 A: K = 0.03 B: K = 0.12 C: K = 0.21 D: K = 0.27
 E: K = 0.33 F: K = 0.36
 いずれもX軸 0ms ~ 20ms Y軸 -2V ~ 2V

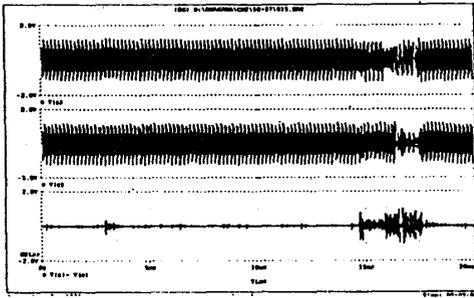


図5-A

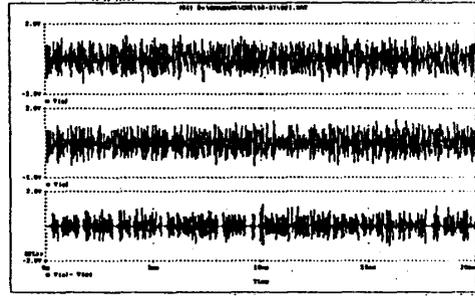


図5-B

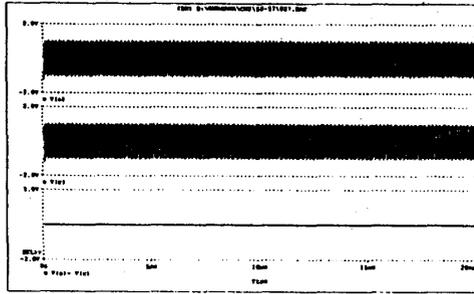


図5-C

図5 R = 1.58, 1.57k Ω の結合の発振波形 (上: V_a 中: V_b 下: V_a - V_b)
 A: K = 0.15 B: K = 0.21 C: 0.27
 いずれも X 軸 0ms ~ 20ms Y 軸 -2V ~ 2V

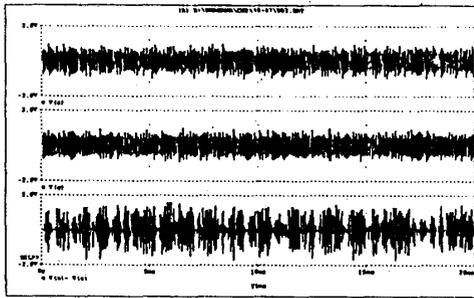


図6-A

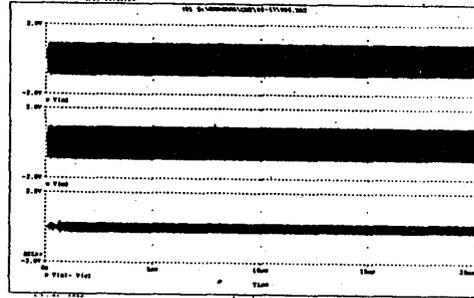


図6-B

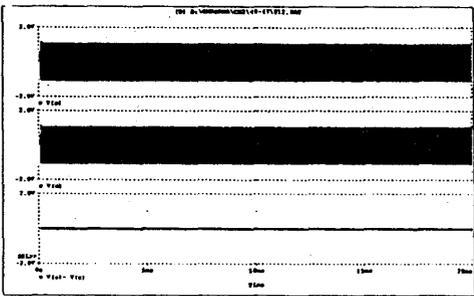


図6-C

図6 R = 1.48, 1.47k Ω の結合の発振波形 (上: V_a 中: V_b 下: V_a - V_b)
 A: K = 0.03 B: K = 0.06 C: K = 0.12
 いずれも X 軸 0ms ~ 20ms Y 軸 -2V ~ 2V

以上典型的な発振状態間の結合の様子を見て来たが、同様に様々なR、Kの値で電位差を観測し、コントロールパラメタRと結合係数Kの関係を明らかにするために相図を構成した(図7)。結合後の電位差の時間変化のタイプを、A:同期状態、B:インターミッテンシー状態、C:カオス状態、D:周期的発振の4つに分類した。独立な振動子の場合 $R=1.60\text{ k}\Omega$ 付近からカオス状態であり、この値より小さくなるにつれ周期状態に近くなる。この図から、カオス状態の結合については、カオスの強さが強いほど同期しにくく、弱いほど同期しやすいことがわかる。またカオス状態の結合に比べ、周期状態の結合のほうが同期しにくいことがわかる。また、発振器の分岐点である $R=1.60\text{ k}\Omega$ 付近は2回引き込みがおり複雑な構造をもっている。

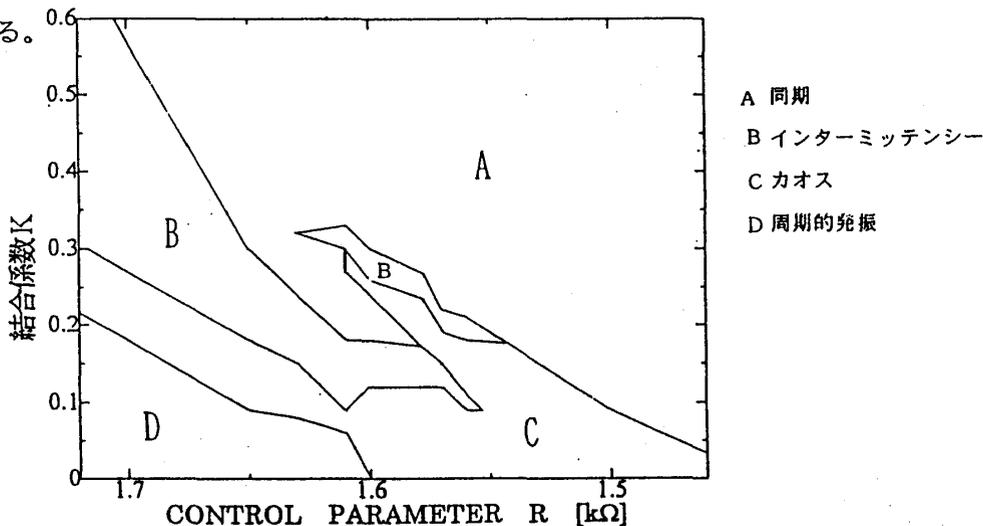


図7 結合係数KとCONTROL PARAMETER Rの相図

3. まとめ

2つの独立なカオス発振器を結合させカオス結合振動子を構成し、その電位差に注目しその結合強度依存性を調べ結合係数KとコントロールパラメタRに対する相図を明らかにした。周期状態どうしの結合は、カオス状態どうしの結合に比べ同期しにくい。また、カオス状態どうしの結合ではカオスが強いほど同期しにくく、弱いほど同期しやすい。発振器の分岐点である $R=1.60\text{ k}\Omega$ 付近の結合では、引き込みが2回起り複雑な構造をもっている。Rの値にかかわらずいずれの結合の場合も完全に同期状態にあるとき、それぞれの振動子は周期的発振状態にある。

ここで扱った結合カオス振動子系は豊かな動的性質を内在しており、さらに定量的な統計法則や、オン=オフインターミッテンシー発生メカニズムの解明のための研究が必要である。また多自由度系への拡張も容易であり現在この方面の研究も進行中である。

参考文献

- [1] H. Fujisaka and T. Yamada, Prog. Theor. Phys. 74(1985)918; 75(1986)1087
- [2] T. Yamada, K. Fukushima and T. Yazaki, Prog. Theor. Phys. Suppl. No99(1989)120
- [3] L. O. Chua, M. Komuro and T. Matsumoto, IEEE Trans. Circuits Syst vol. Cas-33, (1986)1072