

ルール変化をともしセルオートマトン

福井大、福井県立大 生物資源¹、福井県立大 情報センター² 森崇、工藤清、玉川洋一、
中村量空¹、山川修²、鈴木英俊、上杉忠之

1. イントロダクション

大自由度系における複雑な現象は、今まで様々なモデル（例えば、CAやCML、etc）によって示されてきた [1-2]。これらのモデルの構成上の特徴は、非常に多くの要素があり、それらの要素は自分の周りの要素との相互作用を通して自分の状態を変化させていく事である。ただし、相互作用は時間的には変化しない。このような簡単なモデルによって、これまで様々な現象が見出され、現実の現象との対応がなされている。

しかし、より複雑な系を考えた場合（例えば、生命系、生態系、etc）、環境変化に柔軟に対応する為に要素間の相互作用はむしろ変化すると考えられる。今回我々はエレメンタリーセルオートマトンをベースとして、相互作用変化をもたらすモデルを提案し、そこからどのような現象が見出されるかを調べる。

2. モデル

我々はエレメンタリーセルオートマトン（セルの状態数が2で、3入力である）を用いる事により、ルール変化をともしセルオートマトンを構成する。そのルール変化の方法として、各セルが受けている入力を環境とみなし、その環境に応じてルール変化が起きると仮定した。次に、このような仮定に基づいたルール変化のプロセスを示す。

(i) 入力レセプター

各セルは入力を受けるレセプター（ここでは、これを入力レセプターと呼ぶ）を持っており、このレセプターが入力を受けると自分が持っている出力を返す。この入力レセプターとそのレセプターが持つ出力の関係を元ルールと呼ぶことにする。エレメンタリーセルオートマトンの場合、各セルは8個の入力レセプターを持っており、元ルールの数は全部で256個ある。

(ii) 入力使用頻度

各セルが受ける入力環境を入力レセプターの使用頻度を測る事によって表わす。もし α というレセプターが使われた時、その使用頻度 f_α は Δ_{up} だけ増加する。

$$f_\alpha \rightarrow f_\alpha + \Delta_{up} \quad (1)$$

しかし、もし使われないと、その使用頻度 f_α は Δ_{down} だけ減少する。

$$f_\alpha \rightarrow f_\alpha - \Delta_{down} \quad (2)$$

ここで、 f_α の上限は1で、下限は0とし、 $\Delta_{up} = 7 \Delta_{down}$ 、 $\Delta_{down} = 1/160$ とした。

(iii)入力レセプターの同化

使用頻度が0になった入力レセプターは自分の出力を忘れて、他の入力レセプター（ハミング距離が1で、使用頻度が高いもの）へ同化してしまう。ここで、その同化してしまう方のレセプターを”slaveレセプター”と呼び、slaveレセプターをもらうレセプターを”masterレセプター”と呼ぶ。たとえもしslaveレセプターが自分の入力を受けても、もはや自分の出力を出すことが出来ず、そのmasterレセプターが出力を出す。ここで、各レセプターの入力の種類と、そのレセプターが入力を受けたときに出す出力との関係を”ルール”と呼ぶ。そうすると、入力レセプターの同化によって、自分が出す出力は同化先のレセプターによって変わる為にルール変化が起こる。

(iv)入力レセプターの脱出

slaveレセプターはある一定以上（ここでは、そのパラメータを” x ”とする）自分の入力を受けると、masterレセプターから脱出し、自分の出力を思い出す。このモデルでは、パラメータ x が系全体のダイナミクスを決める重要なパラメータになる。このレセプターの脱出によってもレセプターと出力の関係が変わる為にルール変化が起きる。

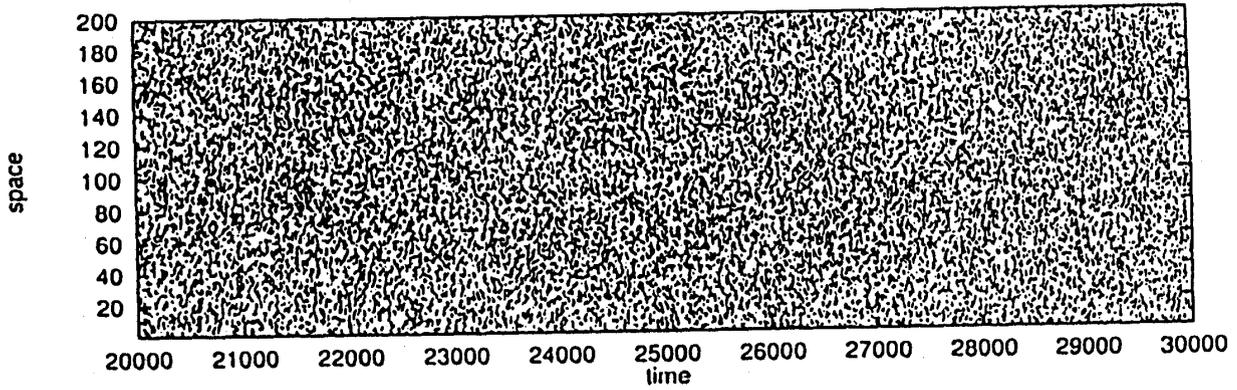
3. 結果

3. 1. 元ルール22におけるダイナミクスの全体像

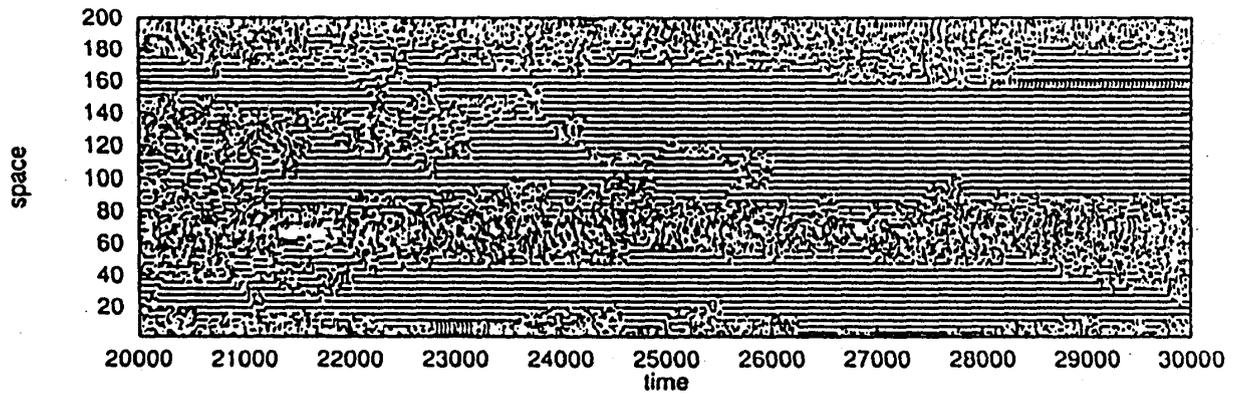
今回我々は元ルールが22の時のダイナミクスを調べた。この節では、パラメータ x における時空発展ダイアグラムを示す。まず、 x の値が低い時のダイアグラムを図1(a)に示す。元ルール22はカオス的なルールであり、 x が低いとすぐにslaveレセプターが脱出するので、元のカオス的な性質が残って全体的に乱れた挙動である事が分かる。 x を更に上げると、図1(b)のようにカオス的に乱れた領域と周期的に秩序だった領域とが共存し、その間を情報を伝達するような構造が見られる。このような挙動は永遠に持続される事はなく、最終的に周期状態に陥ってしまう。その周期状態へ陥るまでの時間の初期値依存性は非常に高く、その時間はシステムサイズの大きさと共に長くなる。このような特徴を持った現象は、セルオートマトンでは”カオスの縁”（クラス4）と呼ばれている[2]。更に x を上げると図1(c)のようにもはやslaveレセプターが脱出出来ない為に周期状態へ陥ってしまう。

3. 2. 定量化

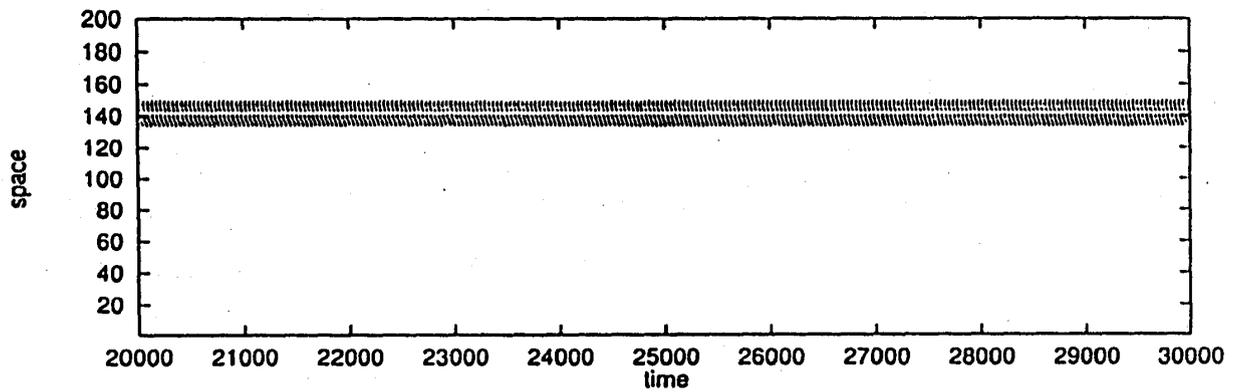
この節では、元ルール22のダイナミクスの定量化を行う。まず各セルの時系列を、ランダムネスの指標であるブロックエントロピー[3]を用いて定量化し、平均のブロックエントロピーのパラメータ x 依存性を図2に示す。 x が低いときにはブロックエントロピーが高く、非常に乱れた挙動であることがわかる。さらに x を上げていくと徐々にブロックエントロピーは減少していき最終的に0になる。次に、各セルのブロックエントロピーからその分散を求めたものを図3に示す。これから、 x が低いときには全体的に乱れた挙動であるので



(a)



(b)



(c)

図1：ルール変化によってもたらされるパターンダイアグラム。横軸は時間で、縦軸はセルの番号である。もし、セルの状態が1なら黒く塗られている。(a) $x = \Delta_w$ 、(b) $x = 3\Delta_w$ 、(c) $x = 20\Delta_w$ 。

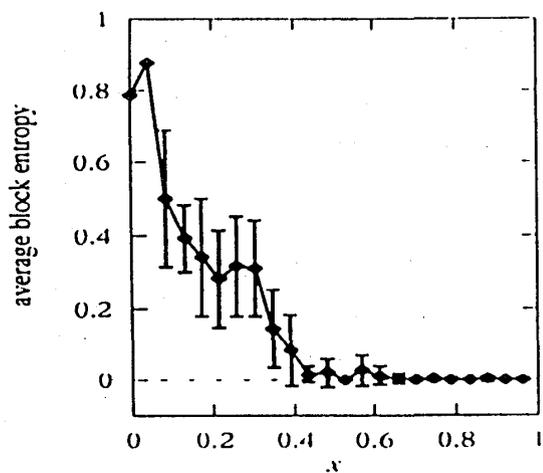


図2：平均のブロックエントロピー

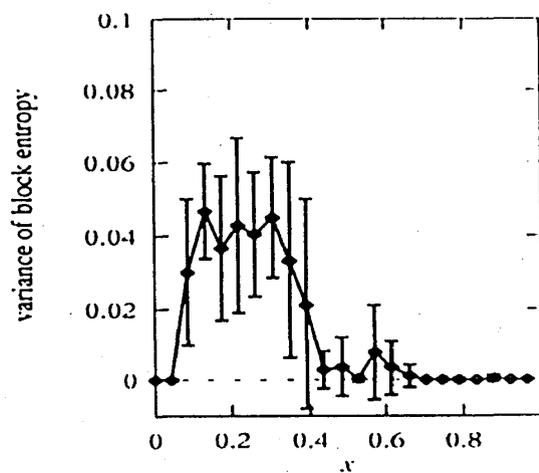


図3：ブロックエントロピーの分散

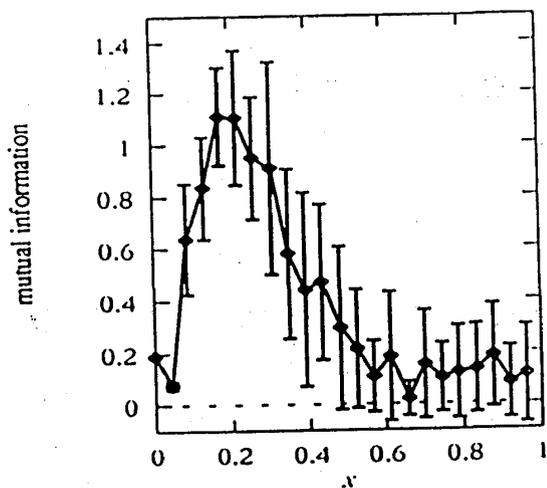


図4：相互情報量

分散は低く、逆に x が高い時には全体的に周期的になっているのでここでも分散は低くなっている。 x が中間の領域では、カオスの縁という周期状態とカオス的な乱れた状態が共存している為、ブロックエントロピーの分散が高くなっている。

次に、これらの挙動を相互情報量を用いて調べる。相互情報量は2つのシステムの相関をシャノンエントロピーを用いて測る指標で、一つの複雑性の指標であると考えられている[4-5]。また、この指標はセルオートマトンにおいてカオスの縁を示す所で高い値を示す[6]。図4に示すように、相互情報量は x が低い領域（カオスの）と高い領域（周期的）で低く、 x が中間の領域（カオスの縁）で非常に高い値を示すことがわかる。

4. 考察

我々はルール変化をとまなうセルオートマトンを調べ、元ルールが22においてカオスの縁を確認した。通常のセルオートマトンでは、カオスの縁において相互情報量が高くなるという特徴があるが、我々のモデルでも相互情報量が高い値を示す事がわかった。

ラントンは n パラメーターを増やしていった時に 周期 → カオスの縁 → カオスへと遷移する現象[6]をルール空間の中で見出したが、我々はパラメーター x を増やしていった時に カオス → カオスの縁 → 周期 へと遷移する現象を確認した。この結果は、カオスの縁を生み出すメカニズムを探る上でも興味深いと考えている。我々のモデルでは、元ルールが周期的であると、おおよそ周期的な状態へ陥ってしまう。元ルールがカオス的であると、ここで示したような遷移を示すルール（54、122、123、90、など）が現れる。しかし、そうならないルール（105、150、など）もあり、なぜこのような差が現れてくるのかを調べたいと考えている。今後の展望としては、自由度の大きいセルオートマトン（内部状態の数や近傍の数を増やす）や、2次元セルオートマトンへの適用、元ルール自体を変化させていくというような事を考えている。

参考文献

- [1] K. Kaneko, Pattern Dynamics in Spatiotemporal Chaos, Physica D. 34, 1-41 (1990).
- [2] S. Wolfram, Computation Theory of Cellular Automata, Commun. Math. Phys. 96, 15-57 (1984).
- [3] P. Grassberger, Toward a Quantitative Theory of Self-Generated Complexity, Int. J. Theor. Phys. 25, 907-938 (1986).
- [4] R. Wackerbauer, A. Witt, H. Atmanspacher, J. Kurths, H. Scheingraber, A Comparative Classification of Complexity Measures, Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 4, No. 1, 133-173 (1994).
- [5] H. Matsuda, K. Kudo, R. Nakamura, O. Yamakawa, T. Murata, Int. J. Theor. Phys. Vol. 35, No. 4, 839-845 (1996).
- [6] C. G. Langton, Computation at the Edge of Chaos, Physica D. 42, 12-37 (1990).