Title	不安定粒子のデコヒーレンス(第4回『非平衡系の統計物理』シンポジウム,研究会報告)
Author(s)	森川, 雅博
Citation	物性研究 (1997), 69(1): 39-47
Issue Date	1997-10-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/96165
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

不安定粒子のデコヒーレンス

森川 雅博
茶の水大学 理学部物理
東京都文京区大塚 2-1-1
電子メール: hiro@phys.ocha.ac.jp

Abstract

何ら恣意的な粗視化を導入せずに不安定 Lee モデルに対する散逸効果を含んだ有効ハミルトニアンを構成する．in-in 形式の場の理論に基づいた一般化された輻射補正は自動的に不可逆性と量子相関の自発的崩壊を導く．特に，この方法を用いた記述によれば，根源的に散逸的な系を記述するために通常のヒルベルト空間を拡張する必要が無い事が分かる．

1 導入

物理学において，マクロな世界の不可逆性の理解は最も魅力的なテーマの１つである．特に基本的なミクロな法則から不可逆性を整合的に導くことは物理学の中心的な課題になっている．不幸にしてほとんどすべてのミクロの法則は厳密に可逆であって，それらの単純な適用からは不可逆性は決して得られない．

マクロな不可逆性を導くよくある方法は，はじめから外に開いた系を考えることである [1]．つまり全体としては閉じた系を，着目する重要な系と残りの環境系に分離する．そしてこの環境系に関して粗視化をして着目する系の運動を得るのである．不可逆性は着目系から環境系への情報の損失として発生する．この方法は広く使われているが，不可逆性の詳細は，我々がどのように全体系を分離したかまたどのような粗視化を行ったかによって違ってくる．我々は物理系の不可逆性は物理系の持っている根源的な性質であって単に外からどのように記述するかには依らないものと想定しているので，このような恣意性は実に不都合である．この論文では，非常に限られた物理系ではあるが，恣意的な分離操作や粗視化なく物理系の根源的な不可逆性を導けることを示す．

明らかに，すべての物理系が不可逆性を示すというわけではない．では，不可逆な系と可逆な系との違いは何であろうか？経験的に明らかなことは不可逆な系は少なくとも不安定であるということである．安定な系は平衡にあってそれ以上変化しないので不可逆性を示さない．一方，不安定な系は初めの状態に留まっていることができずにそのうち崩壊し，もし安定状態があればそこに移行していく．しかしながら不安定性が不可逆性のための十分条件であるというわけではない．もし不安定な系が単純な構造しか持っていなくて有限の再帰時間を持っている場合には，不可逆性は現れない．再帰時間が発散するためには系は無限の自由度を持っているか又はカオティックである必要がある [2]．不可逆性の為のもう一つの必要条件は，粗視化に相当する自然な過程であろう．そのような過程として量子論における輻射補正があげられる．特に無限自由度の量子場の理論においてはこの輻射補正は必然である．我々は以上で述べた 3 条件 a) 不安定性，b) 無限の自由度，c) 自然な粗視化の操作，が不可逆性のために充分であることを完全に証明することはできないが，これらの条件

を満たす簡単なモデルを使って不可逆性の起源を考察してみようと思う．そのモデルは不安定な Lee model[3] である．この簡単なモデルは厳密に解ける場の理論であって過去には繰り込み理論の考察に盛んに用いられたようである．この論文では我々はこの不安定な Lee モデルを用いて根源的不可逆性の起源を考察してみようと思う．

物理系の持っている不安定性というのは不可逆性が出現するためにどうしても必要な条件であると考えられている．しかし不安定系はエルミートであからさまに不可逆性を含まない形のハミルトニアンで記述されている．不安定系とその崩壊に関する研究は過去に長い歴史がある．量子力学・量子場の理論におけるもの [4] [5]，統計力学におけるもの [6] [7] などである．彼らはハミルトニアンの複素固有値を扱わなければならない状況に直面し，ハミルトニアンのエルミート性を保持するために通常のヒルベルト空間を拡張した．つまり通常のヒルベルト空間（２乗可積分な関数空間）を諦めて拡張されたヒルベルト空間（超関数の空間）を導入した．この形式においては，ヒルベルト空間の１対が必要になった [7]．つまり $\Psi_+^\dagger$ と $\Psi_-^\dagger$ である．それぞれ未来に向かって崩壊する状態の空間と過去に向かって崩壊する空間である．

我々は不安定系の根源的な不可逆性を追求していくのに，このような一般化されたヒルベルト空間の方法は使わないで，もっと便利な一般化された in-in 形式の場の理論を使っていこう [8] [9] [10]．この形式には散逸効果・不可逆性が輻射補正を通じて整合的に記述できるのである [11] [12]．通常の場の理論（in-out 形式）においては，紫外発散が輻射補正を通じてハミルトニアンの中にあるパラメターの再定義（繰り込み）を余儀なくする．この輻射補正は広い意味の平均化操作と見ることもできるが，安定系においては不可逆性を導かないものである．しかし不安定系においてはこの輻射補正によって遅延グリーン関数に複素な極をもたらす．この極の位置は不安定状態の崩壊の強さつまり寿命の逆数を表わすと解釈されている．この散逸性はもとのハミルトニアンの中には見出すことができなかったのであるが，輻射補正を通じて新たに生成されたのである．in-in 形式の場の理論においては，輻射補正は in-out 形式よりもっと整合的な形で有効作用の中の散逸効果を表わす項を生成する．

次の節 §2 において，不安定 Lee モデルに関して一般的な記述を概観する．§3 においては，同じモデルを今度は in-in 形式の場の理論から扱い，場に対するランジュバン方程式を導く．さらに §4 においては，不可逆性を表現する有効ハミルトニアンを導き，実際線形エントロピーが増大することを示す．最後の節 §5 は議論と結論を述べる．

2 不安定 Lee モデル

不安定 Lee モデルについての通常の扱いから始めよう．全系は２つの非相対論的フェルミオン場 N と V，および １つのボソン場 $\boldsymbol{\theta}$ から構成される． この Lee モデルのハミルトニアンは次のように与えられる．

$$\begin{aligned}
\mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{int} \\
\mathbf{H}_0 &= m_V^0 \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} \mathbf{V}^*_{\vec{p}} \mathbf{V}_{\vec{p}} + m_N \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} \mathbf{N}^*_{\vec{p}} \mathbf{N}_{\vec{p}} + \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \omega_{\vec{k}} \boldsymbol{\theta}^*_{\vec{k}} \boldsymbol{\theta}_{\vec{k}} \\
\mathbf{H}_{\mathbf{int}} &= \lambda_0 \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 \sqrt{2\omega_{\vec{k}}}} \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} f(\omega_{\vec{k}}) (\mathbf{V}^*_{\vec{p}} \mathbf{N}_{\vec{p}-\vec{k}} \boldsymbol{\theta}_{\vec{k}} + \mathbf{h.c.}).
\end{aligned} \tag{1}$$

但し，$\omega_{\vec{k}} = \sqrt{\vec{k}^2 + \mu^2}$ である．状態 $|N_{\vec{p}}\rangle \equiv \mathbf{N}^*_{\vec{p}}|0\rangle$ および $|a_{\vec{k}}\rangle \equiv \mathbf{a}^*_{\vec{k}}|0\rangle$ は 全ハミルトニアンの固有状態であるが，状態 $|V_{\vec{p}}\rangle \equiv \mathbf{V}^*_{\vec{p}}|0\rangle$ はそうではない．

固有状態 $|\tilde{V}_{\vec{p}}\rangle$ を構成するために, 我々は状態 $|V_{\vec{p}}\rangle$ と $|a_{\vec{k}}N_{\vec{p}-\vec{k}}\rangle$ を重ねあわせて

$$|\tilde{V}_{\vec{p}}\rangle = \sqrt{Z_V}\left(|V_{\vec{p}}\rangle + \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} g_{\vec{k}} |a_{\vec{k}}N_{\vec{p}-\vec{k}}\rangle\right) \tag{2}$$

を考える. すると, これが固有状態であるために重み関数 $g_{\vec{k}}$ は固有値方程式

$$\mathbf{H}|\tilde{V}_{\vec{p}}\rangle = m_V|\tilde{V}_{\vec{p}}\rangle \tag{3}$$

から

$$g_{\vec{k}} = \frac{1}{m_V - m_N - \omega_{\vec{k}}} \frac{\lambda_0 f(\omega_{\vec{k}})}{\sqrt{2\omega_{\vec{k}}}} \tag{4}$$

のように決定される. 固有値 m_V の決定は遅延グリーン関数

$$G_R(E) = \left[E - m_V^0 + i\epsilon + \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{m_N + \omega_{\vec{k}} - E - i\epsilon} \frac{\lambda_0^2 f^2(\omega_{\vec{k}})}{2\omega_{\vec{k}}}\right]^{-1} \tag{5}$$

の極を探すことと同等である. V 粒子が安定な時には実数の極が見つかる. しかし, 不安定なときには極は複素数になる: $E = m_V - i\gamma/2$. 通常 m_V は物理的質量に, $1/\gamma$ は物理的 V 粒子の寿命に同定される [13]. しかしながら状態 $|\tilde{V}_{\vec{p}}\rangle$ は, 単にハミルトニアンがエルミートであることから, 零ノルムを持つ事になってしまう : $\langle\tilde{V}_{\vec{p}}|\tilde{V}_{\vec{p}}\rangle = 0$. 中西さん等 [4] [5] はこの固有状態をうまく表現するために複素超関数の概念を導入した. 一方, 論文 [6] [7] の著者らは同じ目的のために通常のヒルベルト空間を拡張した.

3 in-in 形式の場の理論における不安定 Lee モデル

我々は不安定 Lee モデルに保守的にアプローチしよう. 通常のヒルベルト空間を拡張するのではなく, 場の理論をほんの少し拡張した in-in 形式の場の理論 [8] [9] [10] を用いるのである. この形式は不安定量子系を扱うのに最も適した方法である [11]. in-in 形式の場の理論は通常の場の理論の時間軸を2倍にしただけの簡単な形式であるが, 統計的揺動散逸効果を量子論と整合的に扱える点で優れている. 詳細は論文 [12] にゆずり, ここでは簡単に in-in 形式を見ていこう.

in-in 形式の場の理論における時間軸は$-\infty$ から $+\infty$ まで行って再び$-\infty$ に帰ってくる経路を取る. 時間軸が実質2倍になったので, あらゆる場$\Phi(x)$ の自由度は2倍になっている. さらに, ハミルトニアン $\mathbf{H}[\Phi]$ は次のように一般化される. $\hat{\mathbf{H}}[\Phi^{\pm}] = \mathbf{H}[\Phi^{+}] - \mathbf{H}[\Phi^{-}]$ 但し, $X^{+}(x)$ と $X^{-}(x)$ は $X(x)$ を, それぞれ, 未来向きの時間軸の分岐, 過去向きの時間軸の分岐に制限したものである. 同様に, ラグランジュアン密度 $\mathcal{L}$ は次のように一般化される. $\hat{\mathcal{L}} = \mathcal{L}[\Phi^{+}] - \mathcal{L}[\Phi^{-}]$. 通常の密度行列の時間発展を与えるパウリ方程式 $i\partial\rho(t)/\partial t = [\mathbf{H}, \rho(t)]$ は, 座標表示 ($\langle\Phi_{+}|\rho(t)|\Phi_{-}\rangle = \rho[\Phi^{\pm}, t]$) すると

$$i\frac{\partial\rho[\Phi^{\pm}, t]}{\partial t} = (H[\Phi^{+}] - H[\Phi^{-}])\rho[\Phi^{\pm}, t] \tag{6}$$

となるので, 上の一般化されたハミルトニアン$\hat{H}$は密度行列の時間発展を与える演算子と考えることができる.

分配関数は, 時間積分経路が2倍になっていることだけを除いて, 通常と同じように定義される.

$$\begin{aligned}\hat{Z}[J] &\equiv \mathrm{Tr}[T_C(\exp[i \int_C d^4x J(x)\Phi(x)])\rho] \\ &= \mathrm{Tr}[T_{+}(\exp[i \int d^4x J_{+}(x)\Phi_{+}(x)])T_{-}(\exp[-i \int d^4x J_{-}(x)\Phi_{-}(x)])\rho].\end{aligned} \tag{7}$$

ここで，積分の添え字 C は先程述べた閉じた時間経路を表わす．ρ というのは初期密度行列である．また，$\Phi(x)$ はハイゼンベルグ表示での場の演算子を表わす．一般化された有効作用 $\hat{\Gamma}[\Phi]$ は，単に上で与えられた分配関数$\hat{Z}[J]$ のルジャンドル変換として定義される．様々な量を計算するのに一般化されたプロパゲーターを用いた摂動論を用いることもできる．

さて，不安定 Lee モデルに戻って一般化された有効作用を計算しよう．V- 粒子のプロパゲーターには単に 1 ループの量子補正しか現れないし，N- 粒子とボーズ粒子には量子補正はないので計算は厳密にできる：

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma} &= S_N[N_+] - S_N[N_-] + S_\theta[\theta_+] - S_\theta[\theta_-] + S_{\rm int}[N_+, V_+, \theta_+] - S_{\rm int}[N_-, V_-, \theta_-] \\ &+ \int d^4x \int d^4x' \left(\Phi_V^+, \Phi_V^-\right)_x^* \begin{pmatrix} D - iB & i(B-A) \\ i(B+A) & -D+iB \end{pmatrix}_{x,x'} \begin{pmatrix} \Phi_V^+ \\ \Phi_V^- \end{pmatrix}_{x'}. \end{aligned} \tag{8}$$

ここで，すべての N や Vはグラスマン数の場である．上で最初の行は式 (1) に対応する自由場のものである．但し，λ_0でなく繰り込まれた λが使われている．最後の行は V粒子に対して輻射補正から得られたものでこの項はさらに

$$\int d^4x \int d^4x' \left(\Phi_V^\Delta, \Phi_V^C\right)_x^* \begin{pmatrix} iB & D+iA \\ D-iA & 0 \end{pmatrix}_{x,x'} \begin{pmatrix} \Phi_V^\Delta \\ \Phi_V^C \end{pmatrix}_{x'}, \tag{9}$$

と書き換えられる．ここで，$\Phi_\Delta = \Phi_+ - \Phi_-$，$\Phi_C = (\Phi_+ + \Phi_-)/2$ である．積分核 A, B, そして D は厳密に輻射補正から得られたものである．これらのフーリエ変換（運動量表示）は

$$\begin{aligned} D(E) &= E - m_V^0 + \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{\lambda_0^2 f^2(\omega_{\vec{k}})}{2\omega_{\vec{k}}} \frac{\mathcal{P}}{m_N + \omega_{\vec{k}} - E}, \\ B(E) &= Z_V^{-1} \theta(E - m_N - \mu) \sqrt{(E - m_N)^2 - \mu^2}\, \lambda^2 f(E - m_N)/(4\pi), \\ A(E) &= \mathrm{sign}(E) B(E), \end{aligned} \tag{10}$$

と得られる．但し，3 次元運動量は零においてある．積分核 $D(E)$ は発散する質量補正と波動関数の繰り込みを含んでいる．

$$D(E) = (1 + C_1)E - (m_V^0 - C_0 + C_1 m_V) = Z_V^{-1} E - m_V. \tag{11}$$

ここで，

$$C_0 = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{\lambda_0^2 f^2(\omega_{\vec{k}})}{2\omega_{\vec{k}}} \frac{\mathcal{P}}{m_N + \omega_{\vec{k}} - m_V}, \quad C_1 = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{\lambda_0^2 f^2(\omega_{\vec{k}})}{2\omega_{\vec{k}}} \frac{\mathcal{P}}{(m_N + \omega_{\vec{k}} - m_V)^2} \tag{12}$$

である．式 (10) の中の繰り込まれた結合定数 λと波動関数の繰り込み Z_Vは次のように定義される．

$$Z_V^{-1} = 1 + C_1, \quad \lambda^2 = Z_V \lambda_0^2. \tag{13}$$

積分核 $B(E)$ は未来向きの時間軸の分岐上の演算子と過去向きの時間軸の分岐上の演算子との干渉から現れる項である．これは通常の in-out 形式の場の理論にはなかったもので，in-in 形式に移ってはじめて得られるものである．積分核 $A(E)$ もやはり in-in 形式の場の理論に特有なものである．この項は引数 Eに関して奇なので時間反転対称性を破る項である．$A(E)$ のような不可逆な項が出現するのは我々が特別な境界条件を課しているからである．つまり式 (7) の中で，初期の密度行列 ρをとっているのである．もしも逆に終状態の密度行列を取っていたならば 積分核 $A(E)$ の符号は逆になっていただろう．

上に見た積分核は一般に非局所的である．ここで我々は局所近似をとろう．つまり $E \to m_V$ そして $m_V \gg m_N, \mu$ という近似である[1]．この局所近似の結果積分核は

$$A(E) \approx \frac{\lambda^2 f(m_V)}{4\pi} E, \quad B(E) \approx \frac{\lambda^2 f(m_V)}{4\pi} m_V, \tag{14}$$

となる．但し我々は $Z_V = 1$ とおいた．系が不安定であることを反映して有効作用が複素になることに注目してもらいたい[2]．$B(t)$ に比例するこの純虚の項は変数 の取り替え $\Phi_V^+ \leftrightarrow \Phi_V^-$ に関して偶である．その他の項はすべて奇である．だからエルミート共役を変数 $\Phi_V^\pm$ も含めて定義すれば一般化された有効作用 $\hat{\Gamma}$ はエルミートである．実際このエルミート性は後程出てくる有効ハミルトニアンのところではっきりするだろう．

さて，場に対する運動方程式を導こう．V 場だけが不可逆性と散逸性に関係するのでこの場に着目しよう．上で得られた有効作用は，やはりグラスマン数である補助場 $\xi(t)$ を導入すればあからさまに散逸性を表す形に書き直せる．$\Gamma = \mathrm{Re}\Gamma + i\mathrm{Im}\Gamma$ のように分解しておくと，その虚部は $\Phi_\Delta(x)$ に関して偶であって

$$\mathrm{Im}\hat{\Gamma}[\Phi_c, \Phi_\Delta, \Phi_c^*, \Phi_\Delta^*] = \iint \Phi_\Delta^*(x) B(x-y) \Phi_\Delta(y). \tag{15}$$

と書ける．これをグラスマン数の補助場 $\xi(x)$ と $\xi^*(x)$ を使って書き直せば

$$\exp[i\hat{\Gamma}[\Phi, \Phi^*]] = \int [d\xi][d\xi^*] P[\xi, \xi^*] \exp[i\mathrm{Re}\Gamma + \int (i\Phi_\Delta^* \xi - i\xi^* \Phi_\Delta)] \tag{16}$$

となる．ここで，

$$P[\xi, \xi^*] = (\det B) \exp[\iint \xi^* B^{-1} \xi] \tag{17}$$

は規格化された $\xi(x)$ and $\xi^*(x)$ に対する核である．この重み関数はガウス型をしていることに着目して欲しい．この事実は，$P[\xi, \xi^*]$ をランダム力 $\xi(x), \xi^*(x)$ に対する統計的重みと解釈していいことをあらわす．従って，式 (16) は全体の有効作用 Γ はそれぞれ個別の有効作用 $\mathrm{Re}\Gamma - \int \xi^* \Phi_\Delta + \int \Phi_\Delta^* \xi$ の統計的平均だと解釈して良い．これら個別の有効作用に対して変分原理を適用すれば，$\Phi_C(x)$ に対する運動方程式を次のように得る．

$$\begin{aligned} 0 &= \left(\frac{\delta \mathrm{Re}\Gamma - \int \xi^* \Phi_\Delta + \int \Phi_\Delta^* \xi}{\delta \Phi_\Delta^*(x)} \right)_{\Phi_\Delta = 0} \\ &= \left((i - \gamma)\partial_t - m_V + \frac{\nabla^2}{2m_V} \right) \Phi_C + V' + \xi \end{aligned} \tag{18}$$

ここで，我々は局所近似を用いた．また，V' は全ハミルトニアン H_{int} の中の相互作用項である．そして実際には外場はないので $J = 0$ とおいた．量 γ は $\lambda_0^2 f(m_V)/(4\pi)$ である．この式は摩擦項・ランダム力を含んだ，繰り込まれたランジュバン方程式である．この式によれば，場 $\Phi_C(x)$ の時間発展は部分的には決定論的であるが部分的にはランダムである．前者は，摩擦項を含んだ作用の実部 $\mathrm{Re}\Gamma[\Phi]$ で表わされ，後者はランダム力 $\xi(x)$ によるが，この統計的性質は $\mathrm{Im}\Gamma[\Phi]$ が完全に決めるという構造になっている．実際統計平均を

$$\langle \cdots \rangle_{\xi, \xi^*} \equiv \int [d\xi][d\xi^*] P[\xi, \xi^*] \cdots \tag{19}$$

[1] この非局所性は遅延効果が有限の時間尺度を持っているということである．後に見るがこれは揺らぎが無色ではないということと関連している．

[2] 積分核 $A(E)$ は奇であり，$(A(-E) = -A(E))$ 積分核 $B(E)$ は偶である $(B(-E) = B(E))$ ので，それらのフーリエ変換は，それぞれ純虚と実になることが分かる．

で定義すれば，ランダム力の相関は

$$\langle \xi^*(x)\xi(y)\rangle_\xi = B(y-x) \tag{20}$$

と書ける．ここで，局所近似をとればこれは白色ノイズになる（式 (14) 参照）．同様に他の場 N や θに対しても変分原理から運動方程式を導くことができる．しかしこれらには，輻射補正の後でも，何ら新しい項は出てこない．

4 有効ハミルトニアンとエントロピーの増大

系の不安定性を表わすのにもう一つの方法として，有効ハミルトニアンを用いる事もできる．局所近似をした有効作用は$\hat{\Gamma}_V = \int d^4x\hat{\mathcal{L}}_V$の形に書ける．ここで $\mathcal{L}_V$は有効ラグランジアンに相当する．特にその V粒子に関係した部分を書くと

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{L}}_V &= i(\Phi_V^{\Delta *}\dot{\Phi}_V^C + \Phi_V^{C*}\dot{\Phi}_V^{\Delta}) + \Phi_V^{\Delta *}\frac{\nabla^2}{2m_V}\Phi_V^C + \Phi_V^{C*}\frac{\nabla^2}{2m_V}\Phi_V^{\Delta *}\\ &- \gamma(\Phi_V^{\Delta *}\dot{\Phi}_V^C - \Phi_V^{C*}\dot{\Phi}_V^{\Delta *}) + i\gamma m_V\Phi_V^{\Delta *}\Phi_V^{\Delta}\end{aligned} \tag{21}$$

となる．正準運動量は $p_V^{\pm} \equiv \pm\partial\hat{\mathcal{L}}/\partial\dot{\Phi}_V^{\pm}$ つまり

$$p_V^{\Delta} \equiv \frac{\partial\hat{\mathcal{L}}}{\partial\dot{\Phi}_V^{\Delta}} = (i-\gamma)\Phi_V^{C*},\quad p_V^C \equiv \frac{\partial\hat{\mathcal{L}}}{\partial\dot{\Phi}_V^C} = (i+\gamma)\Phi_V^{\Delta *} \tag{22}$$

と定義される．すると全系の有効ハミルトニアンは

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \int d^3x[p_V^{\Delta}\dot{\Phi}_V^{\Delta} + p_V^C\dot{\Phi}_V^C - \hat{\mathcal{L}}]\\ &= H[\Phi_N^+,\Phi_\theta^+] - H[\Phi_N^-,\Phi_\theta^-] + H_{\rm int}[\Phi^+] - H_{\rm int}[\Phi^-]\\ &- \Phi_V^{\Delta *}\frac{\nabla^2}{2m_V}\Phi_V^C - \Phi_V^{C*}\frac{\nabla^2}{2m_V}\Phi_V^{\Delta *} - i\gamma m_V\Phi_V^{\Delta *}\Phi_V^{\Delta}\end{aligned} \tag{23}$$

と書ける．ここで，$H[\Phi_N^{\pm},\Phi_\theta^{\pm}]$ と $H_{\rm int}[\Phi^{\pm}]$ はそれぞれ 自由な N θ 粒子部分ともとのハミルトニアン（式 (1)）のなかの相互作用部分である．Z_V と λを除いて輻射補正はない．局所近似の後でも有効ハミルトニアンは $H[\Phi^-,\Phi^+]^* = H[\Phi^+,\Phi^-]$ のようにエルミートである．従って，一般化されたパウリ方程式を $i\partial\rho[\Phi^{\pm}]/\partial t = \hat{H}[\Phi^{\pm}]\rho[\Phi^{\pm}]$ のようにかけば，全確率は保存する ($\mathrm{Tr}\rho = \mathrm{const.}$)．我々はこれをパウリ方程式の演算子形式で示そう．

我々は表示$\boldsymbol{\Phi}(\vec{x})|\Phi\rangle = \Phi(\vec{x})|\Phi\rangle$, $\langle\Phi_+|\boldsymbol{\rho}(t)|\Phi_-\rangle = \rho[\Phi^{\pm},t]$, 等を使っていたことを思い出そう．従って例えば$\Phi_\Delta$ $\rho[\Phi^{\pm},t]$ の演算子形式は $[\boldsymbol{\Phi},\boldsymbol{\rho}(t)]$ である．同様にしてパウリ方程式を演算子形式で書けば

$$i\frac{\partial\boldsymbol{\rho}(t)}{\partial t} = [\mathbf{H}_R,\boldsymbol{\rho}(t)] - i\gamma m_V[\boldsymbol{\Phi}_V^*,[\boldsymbol{\Phi}_V,\boldsymbol{\rho}(t)]], \tag{24}$$

となる．ここで，H_R は繰り込まれた全ハミルトニアン（式 (1)）である．この形式では全確率の保存は見やすい．

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{Tr}\boldsymbol{\rho}(t) = 0. \tag{25}$$

さらに我々は線形エントロピー $S(t) \equiv -\mathrm{Tr}\boldsymbol{\rho}(t)^2$を定義しよう．これは $[-1,0]$ の間の値を取る．この量は系がどれだけ量子コヒーレンスを持つかあるいはどれだけ古典的かを測る尺度になる．つま

り純粋状態に対しては $S(t) = -1$ であり，$S(t)$ が大きくなるほど量子コヒーレンスが壊れている [14]. 線形エントロピー $S(t)$ の時間発展は 式 (24) の右辺最後の項に支配されている.

$$\begin{aligned}\frac{\partial S(t)}{\partial t} &= 2\gamma m_V \mathrm{Tr}[\boldsymbol{\rho}(t), \boldsymbol{\Phi}_V^*][\boldsymbol{\Phi}_V, \boldsymbol{\rho}(t)] \\ &= 2\gamma m_V \mathrm{Tr}|[\boldsymbol{\Phi}_V, \boldsymbol{\rho}(t)]|^2 > 0. \end{aligned} \tag{26}$$

従って，この線形エントロピーは永遠に増大する．ここではっきりと不可逆性が現れている．我々は何も恣意的な平均操作をとっていないしそもそも我々の系には環境系が存在しないことを強調しよう．従って式 (26) で表現されている不可逆性は系に根源的なものである．さらに，我々の輻射補正は厳密であって相関関数の方程式を勝手に途中で切りつめたのではない[3]．つまり Lee モデルは厳密に解けるのである．このデコヒーレンス項は，未来向きの時間軸の分岐上の場と過去向きの時間軸の分岐上の場との干渉で出現したものであって，通常の場の理論からは素直には出現しないものである．

5 議論とまとめ

この報告では，我々は不安定 Lee モデルについて，散逸的なダイナミクスの表現，式 (18)，式 (23) や式 (24) を見出した． 根源的な不可逆性の起源に関して我々は以下の点を強調したい．

1. 我々の出発点は裸のハミルトニアン，式 (1) であってここでは散逸性はあからさまではなかった．但しこのままではこの裸のハミルトニアンは現実の物理を表現しない：つまりちゃんと輻射補正をいれて非物理的な発散を取り除かなければならない．この輻射補正は物理過程に関して結論を引き出すためにどうしても必要なものである．同時にこの輻射補正は，もし我々が in-in 形式の場の理論をとれば，散逸的な積分核（式 (10)）を必然的に導くのである．この輻射補正の過程には何ら恣意的な平均操作はない．実際裸のハミルトニアンが持っていた情報は何ら失われていないのである．

2. 系の状態は通常のヒルベルト空間の中で密度行列によって充分記述できる．ヒルベルト空間の拡張は必要ない．V粒子の状態は自発的にデコヒーレンスを起こす．このことは，V粒子が崩壊するときにエネルギーの散逸だけでなく同時に情報の散逸もするというごく自然なことである．

以下では，不可逆性と散逸性について，我々のアプローチとほかのアプローチを比較検討しよう．

1. T. Petrosky 達 [6] と I. E. Antoniou 達 [7] は不安定状態の半群的時間発展をエルミートなハミルトニアンで整合的に記述するために通常のヒルベルト空間を拡張した． 我々の場合はヒルベルト空間を拡張するのではなく，in-in 形式の場の理論にのっとり，時間積分経路を2倍にすることによって場を拡張し，さらに密度行列を導入する．系が散逸的で不可逆であってもここで一般化されたハミルトニアン（式 (23)）はエルミートであることが保証されている．文献 [6] や [7] に記されていなかった新しいことは，式 (21) や 式 (23) に表されているように，不安定性に付随して現れる量子相関の崩壊である．式 (26) に表されるようにこの量子相関の崩壊によってエントロピーが増大することが示される[4]．

   文献 [6] [7] の中で著者達は決定論的で可逆な時間発展と統計力学的で不可逆な時間発展をスターユニタリー変関で結び付けようとした．我々の場合はこの変換に対応するのは，in-in 形

[3]我々は非相対論的近似を取って V粒子に対する反作用を無視した．また，局所近似を取った．我々の近似はこれですべてである．

[4]一般に摩擦項はエントロピーを減少させ，量子相関を崩壊させる項はそれを増大させる [15].

式の場の理論における一般化された輻射補正に基づく繰り込みである．文献 [6] と [7] においては，未来向かって崩壊する状態と過去に向かって崩壊する状態を表すために 1 対の相対空間が必要であった．我々の場合，この対に相当するのが時間積分路を 2 倍にして拡張された場の変数である．未来向きの時間軸の分岐上の場が未来に向かって崩壊する状態に対応し，過去向きの時間軸の分岐上の場が過去に向かって崩壊する状態に対応するのである．

2. Laplae 達 [16] と Umezawa [17] は，裸の場と輻射補正を受けた漸近場を結び付けるダイナミカル写像という概念を導入した．この写像は，正準交換関係のたくさんの等価な表現のうちから，1 つの物理的な表現を選び出す．この視点からいえば，我々の記述におけるダイナミカル写像は 式 (16) に見たように，たくさんの等価な表現のアンサンブルを結び付ける． 式 (23) に対応するところの有効作用$\hat{\Gamma}[\Phi, \Phi^*]$ は，各要素が決定論的な時間発展をする集団の統計力学的平均である．この意味で，我々のダイナミカル写像は 1 対多である．

3. Arimitsu 達は文献 [18] の中で，熱場の理論における一般の有効ハミルトニアンを導いた．我々のものは彼らが導いたものとよく似ている．彼らの形式では，散逸的時間発展を通常のヒルベルト空間の中で記述するために，場の自由度を 2 倍に（Φ 場と$\tilde{\Phi}$場）増やす必要があった．この状況は我々が直面したものとほとんど同じである．我々にはΦ_+場とΦ_- 場が同じ理由で必要であった．

4. 量子散逸系の力学を扱う普通のやりかたは，影響関数の方法である [19][20]．影響関数は環境系について部分的にトレースをとって得られる作用関数であって，我々の式 (8) に非常に良く似ている．違いは，我々の場合には，単に輻射補正を施しているわけだから，部分トレースではなく全体系のトレースをいっきに考えているのである（式 (7)）．更に言えば，我々が得た Lee モデルの根源的散逸性は，Lee モデルが 1 ループで厳密に解けるという事に基づいて導かれたものであって，相関関数の BBGKY 連鎖を途中で切るような恣意的なことは何もしていない．

最後に我々の仕事をまとめよう．我々は不安定 Lee モデルを in-in 形式の場の理論に基づいて解析し，輻射補正された有効作用（式 (8)）や有効ハミルトニアン（式 (23)）を得た．この有効作用からはV粒子に対するランジュバン方程式を得た（式 (18)）．ここに，減衰と揺らぎの効果があからさまに入っていた．一方有効ハミルトニアンからは我々は常に増大するエントロピーを見出した．これらの不可逆性や散逸性は初めの裸のハミルトニアン（式 (1)）にはあからさまに現れていなかった．しかし予言可能な理論を構築するために，我々は輻射補正（ダイナミカル写像と読み替えてもよい）を取り入れて漸近場を記述する事を余儀なくされたのである．この輻射補正の過程を通じて，不可逆性や散逸性があからさまになる有効ハミルトニアン・有効作用が自動的に出てきたのである．表面的にはこの輻射補正は平均をとる操作だと見なせる．この平均操作が散逸性を導いたのであるが，これは普通の平均操作とは違って何ら恣意的な物が入る余地がない．だから我々が得た不安定 Lee モデルの散逸性は系に根源的なものだと結論できるのである．

我々の導いたエントロピーの増大は，量子相関を壊す，式 (23) の最後の項に由来している．この項は場 Φ_+と場Φ_-との干渉から生ずる．この事をちゃんと記述できる形式が in-in 形式の場の理論なのである．このように，不可逆性は通常のヒルベルト空間の中で完璧に記述できてしまう．もし散逸性を波動関数で書き切ろうとするなら，そのノルムが零になったりする不都合が出てきてしまうが，混合状態を許す密度行列でかけば，散逸性にもかかわらず確率はちゃんと保存するのである．

謝辞

貴重な議論をしてくれた窪谷さん，小嶋さん，菅本さんに感謝します．また倉田財団・文部省からの経済的援助に感謝します．

References

[1] Ke-Hsueh Li, Phys. Rep. **134** 1 (1986).

[2] H. Kubotani, T. Okamura, M. Sakagami, Physica A **214** 560 (1995).

[3] T. D. Lee, Phys. Rev. 1329 **95** (1954).

[4] N. Nakanishi, Prog. Theor. Phys. **19**, 607 (1968).

[5] E. C. G. Sudarshan, C. B. Chiu, and V. Gorini, Phys. Rev. **D 18** 2914 (1978).

[6] T. Petrosky, I. Prigogine, and S. Tasaki, Physica **A 173** 175 (1991).

[7] I. E. Antoniou and I. Prigogine, Physica **A 192** 443 (1993).

[8] J. Shwinger, J. Math. Phys. **2** 407 (1961).

[9] L. V. Keldysh, Sov. Phys. JETP **20** 1018 (1964).

[10] K. Chou, Z. Su, B. Hao, and L. Yu, Phys. Rep. **118**,1 (1985).

[11] M. Morikawa, Phys. Rev. **D33**, 3607 (1986).

[12] M. Morikawa, Prog. Theor. Phys. **93** 685 (1995).

[13] G. A. Gammow, Z. Phys. **51** 204; **52** 510 (1928).

[14] M. Morikawa, Phys. Rev. **D42**, 2929 (1990).

[15] M. Morikawa, in preparation (1995).

[16] L. Laplae, R. N. Sen, and H. Umezawa, Suppl. Prog. Theor. Phys., Communication issue for the thirty Anniversary of the meson theory by Dr. H. Yukawa, 637 (1965).

[17] H. Umezawa, *Advanced Field Theory — Micro, Macro, and Thermal Physics —*, American Institute of Physics Press (1993).

[18] T. Arimitsu and H. Umezawa, Prog. Theor. Phys. **77** 53 (1987).

[19] R. P. Feynman and F. L. Vernon, Ann. Phys. (USA) **24** 118 (1963)

[20] A. O. Caldeira and A. J. Leggett, Physica **121A** 587 (1983).