Title	クオーク・グルーオンプラズマの輸送理論(第4回『非平衡系の統計物理』シンポジウム,研究会報告)
Author(s)	並木, 美喜雄; 室谷, 心
Citation	物性研究 (1997), 69(1): 6-18
Issue Date	1997-10-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/96167
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

クオーク・グルーオン プラズマの輸送理論

早大理工　　・並木美喜雄
徳山女子短大・室谷　心

イントロダクション

現在の素粒子模型では、重粒子や中間子などのハドロンは、基本粒子であるクォークにより構成されていると考えられている。通常の物質においてはクォークはハドロンの中に閉じ込められているが（ハドロン相）、相互作用のエネルギー尺度が十分大きくなり、小さな時空領域での相互作用が重要になるような超高温・超高密度では、クォークの閉じ込めの破れた新しい相への相転移が起こると考えられている。このクォークの閉じ込めの破れた新しい相のことをクォーク・グルーオン プラズマ相と呼ぶ。素粒子模型の基本粒子としてはクォークとグルーオンであるが、通常のハドロン相においてはこれらは常にハドロン内部に閉じ込められているために、熱力学量に寄与する自由度はハドロンの自由度で決まる。しかしながら、この超高温超高密度で実現が期待されるクォーク・グルーオン プラズマ相においては、熱力学量はクォークとグルーオンにより支配されると考えられており、この意味でも新しい”相”であるといえる。

Bigbang宇宙論によれば、宇宙初期においては宇宙は高温であり、クォーク・グルーオン プラズマ相の時代があったと考えれている。実験的には、超高エネルギーの重イオン衝突実験においてクォーク・グルーオン プラズマ相の実現に十分な超高温・超高密度状態が生成されると期待されている [1]。われわれはこの重イオン衝突反応において生成されるクォーク・グルーオン プラズマ状態の時空発展を議論するために、量子論的なランジュヴァン方程式に基く半現象論的な輸送理論を定式化した。さらにこの輸送理論を基礎に、現象論である流体モデルの数値

解析を進めて、実験結果の現象論的な解析を行っている。ここでは特に、輸送理論の定式化と最近のわれわれの試みを紹介したい。

古典的なランジュヴァン方程式

古典的な多体問題においては”粗視化”が重要であるということはよく知られている。すなわち、全自由度についてニュートンの運動方程式を立て、膨大な連立方程式を解くよりも、その現象について特徴的な時空間尺度を選び、粗視化を行って現象の特徴的な振る舞いを記述する方が、簡単でありかつ本質的な理解ができる場合が多くある。この視点で用いられる方程式が、ランジュヴァン方程式である。すなわち、ランジュヴァン方程式は多体系の複雑な現象において粗視化を行った、”適当な時空間尺度”の現象を記述するものである。また、粗視化の結果現れた性質として、ランジュヴァン方程式は不可逆現象（エントロピー生成）と密接に結びついている。例えば、一様な電場E中での電子の古典的なブラウン運動は、電子の質量m，電荷e、摩擦係数γを用いた電子の速度に対するランジュヴァン方程式

$$m\dot{v}(t) + \gamma v(t) - eE = f(t) \tag{1}$$

で表される。ここで乱雑力$f(t)$は、Boltzmann 定数 をk温度をTとして、

$$\begin{aligned} \langle f(t) \rangle &= 0 \\ \langle f(t) f(t') \rangle &= 2\gamma k T \delta(t-t') \end{aligned} \tag{2}$$

で与えられるガウス型白色雑音である。

(1) から得られる、平均の運動$\langle v(t) \rangle$から、オームの法則

$$j = \sigma E \tag{3}$$

が得られる。ただしここで、電流jは電荷密度ρを用いて、$j = e\rho\langle v(t) \rangle$であり、電気伝導率$\sigma$は

$$\sigma = \frac{e^2\rho}{\gamma} \tag{4}$$

である。オームの法則からジュール熱を求めることができ、エントロピーの生成を議論できることはいうまでもない。

すなわち、基礎理論であるニュートンの法則から粗視化を行うことによって得られたランジュヴァン方程式は、エントロピー生成現象（不可逆過程）を記述することのできる方程式である。この"粗視化"とエントロピー生成現象がランジュヴァン方程式の重要な特徴であるといえる。

量子論的ランジュヴァン方程式の定式化

"量子論的ランジュヴァン方程式"と呼ばれているものには、いくつかの種類があるが、ここでは、生成消滅演算子に対する Heisenberg の運動方程式を拡張したものを考えることにする。この形の量子論的ランジュヴァン方程式の研究は、もともと Senitzky や Lax[2] により白色雑音を用いて始められた。しかし、白色雑音を用いた量子論的ランジュヴァン方程式は熱平衡条件を意味する久保-Martin-Schwinger 条件（K-M-S 条件）を満たしていないことが、久保によって指摘された [3]。我々の量子論的ランジュヴァン方程式 [4] は、K-M-S 条件も満たすように定式化した Streater の議論 [5] を基にしている。またさらに、長谷川達 [6] は、Streater の定式化に対して改良を加えた量子論的ランジュヴァン方程式の定式化を行っている。

粗視化の結果残った、現象を良く記述するモードの消滅演算子を $a(\mathbf{k},t)$ とし、$a(\mathbf{k},t)$ の従う方程式として、量子論的ランジュヴァン方程式

$$i\frac{d}{dt}a(\mathbf{k},t) = \int^{t} K(\mathbf{k},t')a(\mathbf{k},t')dt' + f(\mathbf{k},t) \tag{5}$$

を導入する。積分核 $K(\mathbf{k},t)$ は、この量子論的ランジュヴァン方程式のインプットパラメーターであり、乱雑力 $f(\mathbf{k},t)$ の性質は、この量子論的ランジュヴァン方程式が量子論的に好ましい性質を持つように後で定める。もちろん、はたして、$f(\mathbf{k},t)$ の性質をうまく仮定するだけで、(5) を量子論的に満足できるものに定式化できるかどうかは、自明なことではない。

ここで我々は、(5) が有限温度場の理論の立場からみて適切なものであるように以下の 2 つの要請を課す

1)$a(\mathbf{k},t)$ は、任意の時刻において同時刻交換関係

$$[a(\mathbf{k},t), a^{\dagger}(\mathbf{k},t)]_{\pm} = \delta^{3}(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \tag{6}$$

を満足する。

2) 久保-Martin-Schwinger 条件

$$\langle a^\dagger(\mathbf{k},t)a(\mathbf{k}',t'+i\beta)\rangle = \langle a(\mathbf{k}',t')a^\dagger(\mathbf{k},t)\rangle e^{\beta\mu} \tag{7}$$

を満足する。ここでβは温度の逆数でμは化学ポテンシャルである。

1) はもちろん量子論の基本的な要請であり、2) は熱平衡状態を表す要請である。2) で、$\langle **\rangle$ は乱雑力 $f(\mathbf{k},t)$ についての平均であり、この (7) が成り立つように、定める必要がある。

積分核 $K(\mathbf{k},t)$、及び乱雑力 $f(\mathbf{k},t)$ のフーリエ変換を

$$E(\mathbf{k},\omega) = \lim_{\delta\to+0}\int_0^\infty e^{(i\omega-\delta)t}K(\mathbf{k},t) \tag{8}$$

$$\tilde{f}(\mathbf{k},\omega) = \lim_{\delta\to+0}\int_0^\infty e^{(i\omega-\delta)t}f(\mathbf{k},t) \tag{9}$$

とし、$E(\mathbf{k},t)$ の実部及び虚部をそれぞれ実関数$\varepsilon(\mathbf{k},\omega)$、$-\frac{1}{2}\gamma(\mathbf{k},\omega)$ によって表し

$$E(\mathbf{k},\omega) = \varepsilon(\mathbf{k},\omega) - \frac{i}{2}\gamma(\mathbf{k},\omega) \tag{10}$$

とする。初期条件 $a(\mathbf{k},t=0)=a_0(\mathbf{k})$ のもとで (5) を解くと

$$a(\mathbf{k},t) = ia_0(\mathbf{k}) \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}\frac{e^{-i\omega t}}{\omega - E(\mathbf{k},\omega)} + \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}\frac{e^{-i\omega t}}{\omega - E(\mathbf{k},\omega)}\tilde{f}(\mathbf{k},\omega) \tag{11}$$

となる。ここで$(\omega - E(\mathbf{k},\omega))^{-1}$が複素$\omega$平面の下半面のみに極を持つとし、$j$番目の極及びその留数を

$$E_j(\mathbf{k}) = \varepsilon_j(\mathbf{k}) - \frac{i}{2}\gamma_j(\mathbf{k}) \tag{12}$$

$$R_j(\mathbf{k}) = [1 - \frac{\partial E(\mathbf{k},\omega)}{\partial\omega}\,|_{\omega=E_j(\mathbf{k},\omega)}]^{-1} \tag{13}$$

によって表せば、(11) の第1項は

$$ia_0(\mathbf{k})\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}\frac{e^{-i\omega t}}{\omega - E(\mathbf{k},\omega)} = a_0(\mathbf{k})\sum_i R_i(\mathbf{k})e^{-iE_i(\mathbf{k})t} \tag{14}$$

となる。従って、ここでもし $f(\mathbf{k},t)$ もしくはそのフーリエ変換 $\tilde{f}(\mathbf{k},\omega)$ が c 数であるとするならば、この $a(\mathbf{k},t)$ とこれにエルミート共役な演算子 $a^{\dagger}(\mathbf{k},t)$ との間で同時刻交換関係をとった結果は、時間とともに減衰してしまう。そこで、上記の要請 1) を満たすために、乱雑力 $f(\mathbf{k},t)$ を演算子とし、$f(\mathbf{k},t)$ のフーリエ展開表示を

$$f(\mathbf{k},t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' [\frac{\gamma(\mathbf{k},\omega')}{2\pi}]^{1/2} \rho(\mathbf{k},\omega') A(\mathbf{k},\omega') \mathrm{e}^{-i\omega' t} \tag{15}$$

とする。ここで $A(\mathbf{k},\omega)$ は演算子であり、交換関係

$$[A(\mathbf{k},\omega), A^{\dagger}(\mathbf{k}',\omega')] = \delta^3(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\delta(\omega-\omega') \tag{16}$$

を満足すると仮定する。$A(\mathbf{k},\omega)$ は、(16) において ω についての δ 関数がある点で、通常の量子論とは異なった性質を持つ演算子である。また重み関数 $\rho(\mathbf{k},\omega)$ は上記の要請 1) を満たすように Streater により導入された c 数関数である。(15) を用いて (11) は

$$\begin{aligned} a(\mathbf{k},t) &= ia_0(\mathbf{k}) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{\mathrm{e}^{-i\omega t}}{\omega - E(\mathbf{k},\omega)} \\ &\quad + \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \sqrt{\frac{\gamma(\mathbf{k},\omega)}{2\pi}} \frac{\rho(\mathbf{k},\omega) A(\mathbf{k},\omega)}{\omega - E(\mathbf{k},\omega)} \mathrm{e}^{-i\omega t} \end{aligned} \tag{17}$$

で与えられる。Streater や長谷川達によって、この $a(\mathbf{k},t)$ と、そのエルミート共役演算子 $a^{\dagger}(\mathbf{k},t)$ との間に、同時刻交換関係 (6) を満足させるような重み関数 $\rho(\mathbf{k},\omega)$ の具体形が調べられている。ここでは、十分時間が立って平衡状態になった後の揺らぎを考えることにして、(17) の定常解

$$a(\mathbf{k},t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \sqrt{\frac{\gamma(\mathbf{k},\omega)}{2\pi}} \frac{\rho(\mathbf{k},\omega) A(\mathbf{k},\omega)}{\omega - E(\mathbf{k},\omega)} \mathrm{e}^{-i\omega t} \tag{18}$$

のみを取ることにする。このとき同時刻交換関係から $\rho(\mathbf{k},\omega)$ に要請される条件は、

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \rho^2(\mathbf{k},\omega) \frac{\gamma(\mathbf{k},\omega)}{|\omega - E(\mathbf{k},\omega)|^2} = 1 \tag{19}$$

となる。さらに Streater に従って積分区間を $\omega > 0$ ととることにする。

2) の K-M-S 条件は、$A(\mathbf{k},\omega)$、$A^{\dagger}(\mathbf{k},\omega)$ の平均を以下のように与えることにより満たされる。

$$\langle A(\mathbf{k},\omega)\rangle = \langle A^{\dagger}(\mathbf{k},\omega)\rangle = 0 \tag{20}$$

$$\langle A^\dagger(\mathbf{k},\omega)A(\mathbf{k}',\omega')\rangle = \delta^3(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\delta(\omega-\omega')n(\omega,T) \tag{21}$$

$$\langle A(\mathbf{k},\omega)A^\dagger(\mathbf{k}',\omega')\rangle = \delta^3(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\delta(\omega-\omega')[1+\xi n(\omega,T)] \tag{22}$$

$$\langle A(\mathbf{k},\omega)A(\mathbf{k},\omega)\rangle = \langle A^\dagger(\mathbf{k},\omega)A^\dagger(\mathbf{k},\omega)\rangle = 0 \tag{23}$$

$$\xi = \begin{cases} 1 & \text{for ボース粒子} \\ -1 & \text{for フェルミ粒子} \end{cases}$$

また、より高次の平均に対してはWick展開が可能であるとする。ここで、温度をT、化学ポテンシャルをμとして分布関数$n(\omega,T)$は、

$$n(\omega,T) = \frac{1}{\exp(\frac{\omega-\mu}{T})-\xi} \tag{24}$$

であり、この分布関数がスペクトル$\varepsilon(\mathbf{k},\omega)$ではなく、振動数$\omega$の関数であることが、K-M-S条件を満たすために重要である。実際このように仮定することにより、乱雑力$f(\mathbf{k},t)$の平均は、

$$\langle f(\mathbf{k},t)\rangle = \langle f^\dagger(\mathbf{k},t)\rangle = 0 \tag{25}$$

$$\langle f^\dagger(\mathbf{k},t)f(\mathbf{k}',t')\rangle = \delta^3(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi}\rho^2(\mathbf{k},\omega)\gamma(\mathbf{k},\omega)n(\omega,T)\mathrm{e}^{-i\omega(t-t')} \tag{26}$$

$$\langle f(\mathbf{k},t)f^\dagger(\mathbf{k}',t')\rangle = \delta^3(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi}\rho^2(\mathbf{k},\omega)\gamma(\mathbf{k},\omega) \times[1+\xi n(\omega,T)]\mathrm{e}^{+i\omega(t-t')} \tag{27}$$

$$\langle f(\mathbf{k},t)f(\mathbf{k}',t')\rangle = \langle f^\dagger(\mathbf{k},t)f^\dagger(\mathbf{k}',t')\rangle = 0 \tag{28}$$

となり、これはまさしく量子論的な揺動散逸定理である。上式の右辺に$n(\omega,T)$があることから明らかなように、量子論的な乱雑力$f(\mathbf{k},t)$は有色雑音であり、白色雑音とK-M-S条件が共存しないことは、久保により指摘されている[3]。

熱力学的量及び輸送係数の温度依存性

ここでは、半現象論的に導入した量子論的ランジュヴァン方程式を場の演算子に適用することによって、高エネルギー反応の現象論である流体モデルの熱力学的量や輸送係数との関係付けを行う。第2節において議論したように、不可逆過程におけるエントロピー生成の議論が容易であることが、ランジュヴァン方程

式を用いる方法の重要な長所の1つである。このことは、"量子論的"ランジュヴァン方程式であっても変わらない。すなわち、基礎理論である量子論は時間反転不変でありエントロピー生成を記述することは難しい。しかし、それを粗視化した量子論的ランジュヴァン方程式によれば、半現象論的なレベルではあるがエントロピー生成を容易に議論できる。このことは、量子論的ランジュヴァン方程式に基礎をおく我々の半現象論の大きな長所である。

高エネルギー衝突で作られるような高温の状態を考え、その熱力学的量について支配的なモードを$\varphi(x)$とする(ここでは簡単のため中性スカラーボソンの場合を考えることにする)。$\varphi(x)$は熱浴中のモードであり、熱力学量を支配するモードなので、粗視化を行っても力学量として生き残るような時空間尺度のモードのはずである。従って、モード$\varphi(x)$の生成消滅演算子は、前節で議論したような量子論的ランジュヴァン方程式に従うと考えられる。すなわち

$$\varphi(x) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{\sqrt{(2\pi)^3 \cdot 2\Omega(\mathbf{k})}}[a(\mathbf{k},t)\mathrm{e}^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + a^\dagger(\mathbf{k},t)\mathrm{e}^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}] \tag{29}$$

とし、生成消滅演算子$a^\dagger(\mathbf{k},t)$及び$a(\mathbf{k},t)$は(5)の定常解(18)及びそのエルミート共役であるとする。ここで規格化因子$\Omega(\mathbf{k},\omega)$は、場$\varphi(x)$が同時刻交換関係

$$[\varphi(\mathbf{x},t), \dot{\varphi}(\mathbf{x}',t)]_\pm = \delta^3(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \tag{30}$$

を満たすことを要請すれば、

$$\Omega(\mathbf{k}) = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi}\rho^2(\mathbf{k},\omega)\omega\frac{\gamma(\mathbf{k},\omega)}{|\,\omega - E(\mathbf{k},\omega)\,|^2} \tag{31}$$

となる。

この熱浴中の場$\varphi(x)$から熱力学量や輸送係数を求めるために、エネルギー運動量テンソル演算子$T^{\mu\nu}$をノーマル積: ** :によって

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu}(x) &= :\varphi(x)\overleftrightarrow{p^\mu}\,\overleftrightarrow{p^\nu}\,\varphi(x): && (32)\\ \overleftrightarrow{p^\mu} &= \frac{i}{2}(\overrightarrow{\partial^\mu} - \overleftarrow{\partial^\mu}) && (33)\end{aligned}$$

で定義する。このエネルギー運動量テンソル$T^{\mu\nu}$からエネルギー密度$E(T)$及び圧力$P(T)$が

$$E(T) = \langle T^{00}\rangle \tag{34}$$

$$P(T) = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\langle T^{ii}\rangle \tag{35}$$

で与えられる。またエントロピー密度 $S(T)$ は粒子流演算子 J^μ から

$$J^\mu(x) = :\varphi(x)\overleftrightarrow{p^\mu}\varphi(x): \tag{36}$$

$$\langle J_0(T)\rangle = \int_0^\infty \frac{k^2dk}{2\pi^2}J_0(k,T) \tag{37}$$

によって定義される $J_0(k,T)$ を用いて

$$S(T) = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty k^2dk\Big\{(1+J_0(k,T))\ln(1+J_0(k,T)) - J_0(k,T)\ln J_0(k,T)\Big\} \tag{38}$$

で与えられる。ただしここで角度依存性は無いとした。(18)、(20)〜(23) を用いればそれぞれ角度依存性がない場合には

$$E(T) = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty k^2dk\int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi}\frac{\omega}{\Omega(k)}\rho^2(k,T)\omega\frac{\gamma(k,T)}{|\,\omega - E(k,\omega)\,|^2}n(\omega,T) \tag{39}$$

$$P(T) = \frac{1}{6\pi^2}\int_0^\infty k^2dk\int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi}\frac{\omega}{\Omega(k)}\rho^2(k,T)\frac{k^2}{\omega} \times\frac{\gamma(k,T)}{|\,\omega - E(k,\omega)\,|^2}n(\omega,T) \tag{40}$$

$$J_0(k,T) = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi}\frac{\omega}{\Omega(k)}\rho^2(k,T)\frac{\gamma(k,T)}{|\,\omega - E(k,\omega)\,|^2}n(\omega,T) \tag{41}$$

である。

また、熱伝導率 $\kappa(T)$、ずれ粘性係数 $\zeta_{(s)}(T)$ および体積粘性係数 $\zeta_{(v)}(T)$ という輸送係数は、線形応答理論を用いれば、単一緩和時間近似の下でそれぞれ

$$\kappa(T) = \frac{V}{T}\int_0^\infty d\tau\langle\Big\{\bar{T}^{01}(t),\bar{T}^{01}(t+\tau)\Big\}\rangle_C \tag{42}$$

$$\zeta_{(s)}(T) = \frac{2V}{T}\int_0^\infty d\tau\langle\Big\{\bar{T}^{12}(t),\bar{T}^{12}(t+\tau)\Big\}\rangle_C \tag{43}$$

$$\zeta_{(v)}(T) = \frac{V}{T}\int_0^\infty d\tau\langle\Big\{\bar{P}(t),\bar{P}(t+\tau)\Big\}\rangle_C \tag{44}$$

$$\bar{P}(t) = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\bar{T}^{ii}(t) - \frac{\partial P(T)}{\partial E(T)}\bar{T}^{00}(t) \tag{45}$$

で与えられる。ただしここで一様等方性を仮定し、体積 V 中での平均のエネルギー運動量テンソル演算子

$$\bar{T}^{\mu\nu}(t) = \frac{1}{V}\int d^3\mathbf{x}T^{\mu\nu}(x) \tag{46}$$

を用いた。また $\{**\}$、$\langle**\rangle_C$はそれぞれ

$$\{A,B\} = \frac{1}{2}(AB+BA) \tag{47}$$

$$\langle AB\rangle_C = \langle AB\rangle - \langle A\rangle\langle B\rangle \tag{48}$$

である。ここで (18)、(20)〜(23) を用いればそれぞれ

$$\begin{aligned}\kappa(T) &= \frac{1}{6\pi^2 T}\int_0^\infty k^2dk\int_0^\infty d\omega\frac{\omega^2k^2}{\Omega^2(k)}\rho^4(k,\omega)\frac{\gamma^2(k,\omega)/4}{\pi\mid\omega-E(k,\omega)\mid^4}\\ &\quad\times n(\omega,T)[1+n(\omega,T)]\end{aligned} \tag{49}$$

$$\begin{aligned}\zeta_{(s)}(T) &= \frac{1}{15\pi^2 T}\int_0^\infty k^2dk\int_0^\infty d\omega\frac{k^4}{\Omega^2(k)}\rho^4(k,\omega)\frac{\gamma^2(k,\omega)/4}{\pi\mid\omega-E(k,\omega)\mid^4}\\ &\quad\times n(\omega,T)[1+n(\omega,T)]\end{aligned} \tag{50}$$

$$\begin{aligned}\zeta_{(v)}(T) &= \frac{1}{2\pi^2 T}\int_0^\infty k^2dk\int_0^\infty d\omega\frac{1}{\Omega^2(k)}[\frac{1}{3}k^2-\frac{\partial P(T)}{\partial E(T)}\omega^2]^2\\ &\quad\times\rho^4(k,\omega)\frac{\gamma^2(k,\omega)/4}{\pi\mid\omega-E(k,\omega)\mid^4}n(\omega,T)[1+n(\omega,T)]\end{aligned} \tag{51}$$

で与えられる。ここで、良く知られている輸送係数は減衰項$\frac{1}{2}\gamma(k,\omega)$ の逆数に比例するという性質 ((4) 参照) がきちんと (49)、(50)、(51) に現れている。(39)〜(41)、(49)〜(51) のいづれも量子論的ランジュヴァン方程式のインプットパラメーターである$\varepsilon(k,\omega)$ および$\gamma(k,\omega)$ を与えることにより具体的に計算することができる。

特に、$\varepsilon(k,\omega)$、$\gamma(k,\omega)$ のモデルとして、$(\omega-E(k,\omega))^{-1}$が、単純極$\varepsilon(k)-i\gamma(k)/2$ のみを持つとする。$\varepsilon(k)\gg\gamma(k)$ の極限の下で、熱力学量 (39)〜(41) は

$$E(T) = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty k^2dk\varepsilon(k)n(\varepsilon(k),T) \tag{52}$$

$$P(T) = \frac{1}{6\pi^2}\int_0^\infty k^2dk\frac{k^2}{\varepsilon(k)}n(\varepsilon(k),T) \tag{53}$$

$$\begin{aligned}S(T) &= \frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty k^2dk\{(1+J_0(k,T))\ln(1+J_0(k,T))\\ &\quad-J_0(k,T)\ln J_0(k,T)\}\end{aligned} \tag{54}$$

ここで　$J_0(k,T)$ は $n(\varepsilon(k),T)$

となり、輸送係数は

$$\kappa(T) = \frac{1}{3\pi^2 T}\int_0^\infty k^2dk\frac{k^2}{\gamma(k)}n(\varepsilon(k),T)[n(\varepsilon(k),T)+1] \tag{55}$$

$$\zeta_{(s)}(T) = \frac{2}{15\pi^2 T}\int_0^\infty k^2 dk \frac{k^4}{\varepsilon^2(k)}\frac{1}{\gamma(k)} n(\varepsilon(k),T)[n(\varepsilon(k),T)+1] \quad (56)$$

$$\zeta_{(v)}(T) = \frac{1}{\pi^2 T}\int_0^\infty k^2 dk \frac{1}{\varepsilon^2(k)}\frac{1}{\gamma(k)}[\frac{1}{3}k^2 - \frac{\partial P(T)}{\partial E(T)}\varepsilon^2(k)]^2 \times n(\varepsilon(k),T)[n(\varepsilon(k),T)+1] \quad (57)$$

という非常に簡単な形になる。

ここでは簡単のため中性スカラーボソンの場合のみ議論したが、フェルミオンに対しても同様の議論を行い、熱力学量や輸送係数の表式が得られている [4]。

相転移を考慮に入れた流体モデル。

われわれは、前節まで議論した“半現象論的なランジュヴァン方程式に基く輸送理論”を基礎にした流体モデルを用いて、高エネルギー重イオン散乱実験の現象論的な解析を試みている。興味の中心は、クォーク・グルーオンプラズマ状態への相転移現象が起こっているかどうかであり、我々は QCD 相転移ライク な状態方程式をインプットとして用いることによって、相転移現象の実験結果への影響を議論しようと考えている。

我々は QCD 相転移として、Table 1 のような性質を想定して、簡単なシングルモードモデルを設定し、ランジュヴァン方程式のインプットであるモードスペクトラムとして、

$$\epsilon(\mathbf{k},T) = A\sqrt{\mathbf{k}^2+M^2}\frac{1-\tanh\frac{T-T_C}{d}}{2} + k\frac{1+\tanh\frac{T-T_C}{d}}{2}, \quad (58)$$

を考える。ここで、A は相転移の前後での自由度の違いをあたえるパラメーター

Table 1: QCD 相転移に対する モデル

	$T < T_C$	$T > T_C$
Phase	Hadronic Phase	Quark-Gluon Plasma Phase
Chiral transition	massive mode	massless mode
Confinement-deconfinement transition	Hadrons π, K, (η,η')	quarks and gluons u,d,s and g

である。M や d などのパラメーターを適当にとることによって、QCD 相転移ライクな状態方程式が得られる [7]。

さらに、この状態方程式を用いて相対論的流体方程式を解くことによって、重イオン衝突によって生成されるクォーク・グルーオンプラズマの時空発展を議論することができる。我々はこの QCD 相転移ライク な状態方程式を用いて円筒対称を仮定した流体方程式を数値的に解き、時空発展ならびにハドロン分布の解析を行った [8]。また、次元を落とした 1 + 1 次元モデルでは、相転移付近での粘性の影響も議論した [7]。

直接光子の解析

最後に、我々が最近行っている、 QGP からの直接光子のスペクトルの解析について簡単に紹介したい [9]。

クォーク・グルーオンプラズマ生成の信号としては、現在までさまざまの現象が議論されている。特に光子や軽粒子といった強い相互作用をしない粒子は、ハドロンによる終段階相互作用の影響が少なく、クォーク・グルーオンプラズマ状態からの良い信号として働くのではないかと期待されている。

場の理論の処方箋に従って計算すれば、光子の一体スペクトラム $I(\mathbf{k},\lambda)$ は

$$
\begin{aligned}
I(\mathbf{k},\lambda) &= \sum_{in} w_{in} < in|S^{\dagger}c^{\dagger}(\mathbf{k},\lambda)|X >< X|c(\mathbf{k},\lambda)S|in > \\
&= \int \frac{d^4x d^4x'}{2k^0(2\pi)^3}\varepsilon_\mu(\mathbf{k},\lambda)\varepsilon_\nu(\mathbf{k},\lambda)\mathrm{e}^{-ik\cdot(x-x')} \\
&\quad \times < \frac{\delta S^{\dagger}}{\delta A_\mu(x)}\frac{\delta S}{\delta A_\nu(x)} > \\
&= \int \frac{d^4x d^4x'}{2k^0(2\pi)^3}\varepsilon_\mu(\mathbf{k},\lambda)\varepsilon_\nu(\mathbf{k},\lambda)\mathrm{e}^{-ik\cdot(x-x')} \\
&\quad \times < \mathrm{T}_+(S^{\dagger}j^{\mu}(x))\mathrm{T}(Sj^{\mu}(x') > \qquad (59)
\end{aligned}
$$

で与えられる。ここで $j^\mu(x)$ は光子源、w_{in} は統計的な重みであり、$<\cdots>$ はクォークやグルーオン、ハドロンの状態についてのトレースである。

我々はこの

$$< \mathrm{T}_+(S^{\dagger}j^{\mu}(x))\mathrm{T}(Sj^{\mu}(x') >$$

を 半現象論的に量子論的ランジュヴァン方程式に従う 演算子から作られた場の演算子

$$\psi_r(x) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{\sqrt{(2\pi)^3}} \int d\omega \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} \rho(\mathbf{k},\omega) \times \sum_r \left[u_r(\mathbf{k},\omega) \frac{a_r(\mathbf{k},\omega)}{\omega - E(\mathbf{k},\omega)} \mathrm{e}^{-ik\cdot x} + v_r(\mathbf{k},\omega) \frac{b_r^\dagger(\mathbf{k},\omega)}{\omega - E^\dagger(\mathbf{k},\omega)} \mathrm{e}^{ik\cdot x} \right] \quad (60)$$

から作った粒子源演算子

$$J^\mu(x) = \sum_r : \bar{\psi}_r(x) \gamma^\mu \psi_r(x) : \quad (61)$$

と、量子論的な雑音についての平均で置き換えることにする。ここで我々の立場では、ランジュヴァン方程式のモードスペクトラム

$$E(\mathbf{k},\omega) = \epsilon(\mathbf{k},\omega) - \frac{i}{2}\gamma(\mathbf{k},\omega)$$

は揺動散逸定理から虚部を持つ半現象論的なインプットパラメーターである。すなわち、この複素のスペクトラムに、熱浴である周りのグルーオンやパイオンなどとの強い相互作用の影響を半現象論的に取り込んでいると考える。

これにより、ハドロン流体や クォーク・グルーオンプラズマ流体からの放出光子のスペクトラムはそれぞれ、

$$\begin{aligned}
R_{had} = & \sum_s e_h^2 \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k_0} \int \frac{d^3\mathbf{p}_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d\omega_1}{2\omega_1} \frac{\Gamma(T)}{|\,\omega_1 - E(p_1)\,|^2} \\
& \times \int \frac{d^3\mathbf{p}_2}{(2\pi)^4} \int \frac{d\omega_2}{2\omega_2} \frac{\gamma(T)}{|\,\omega_2 - E(p_2)\,|^2} \\
& \times (2\pi)^4 \{ -n_b(\omega_1)\{1+n_b(\omega_2)\}(p_1+p_2)^2 \delta^4(p_1-p_2-k) \\
& - \{1+n_b(\omega_1)\} n_b(\omega_2)(p_1+p_2)^2 \delta^4(p_1-p_2+k) \\
& - \quad n_b(\omega_1) \quad n_b(\omega_2)(p_1-p_2)^2 \delta^4(p_1+p_2-k) \} \qquad (62)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{QGP} = & \sum_s e_q^2 \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 2k_0} \int \frac{d^3\mathbf{p}_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d\omega_1}{2\omega_1} \frac{\gamma(T)}{|\,\omega_1 - E(p_1)\,|^2} \\
& \times \int \frac{d^3\mathbf{p}_2}{(2\pi)^4} \int \frac{d\omega_2}{2\omega_2} \frac{\gamma(T)}{|\,\omega_2 - E(p_2)\,|^2} \\
& \times (2\pi)^4 (n_f(\omega_1)\{1-n_f(\omega_2)\}(8p_1p_2 - 16\sqrt{p_1^2}\sqrt{p_2^2})
\end{aligned}$$

$$\times\delta^4(p_1-p_2-k)$$
$$+\{1-n_f(\omega_1)\}n_f(\omega_2)(8p_1p_2-16\sqrt{p_1^2}\sqrt{p_2^2})$$
$$\times\delta^4(p_1-p_2+k)$$
$$+\quad n_f(\omega_1)\quad n_f(\omega_2)(8p_1p_2+16\sqrt{p_1^2}\sqrt{p_2^2})$$
$$\times\delta^4(p_1+p_2-k)) \tag{63}$$

で与えられる。ここで、$n_b(E)$、$n_f(E)$ はそれぞれボース分布とフェルミ分布であり、流体の4元速度の関数でもある。また、$W(p)=\varepsilon(p)-\frac{i}{2}\Gamma(T)$ である。さらに e_h e_q はそれぞれ自由度を考慮に入れた有効電荷である。この表式と、流体方程式の数値解とを組み合わせることによって、実験的に期待される光子のスペクトラムについて議論することができる。

現在我々は、特に相転移の有無と横方向光子スペクトラムとの関係に注目して、数値的な解析を進めている [9]。詳しい結果は他の場所に報告する予定である。

References

[1] 例えば QUARK MATTER '95: A.M. Poskanzer, J.W. Harris and L.S. Schroeder, ed. Nucl. Phys. **A590**(1995) 1.

[2] I. R. Senitzky, Phys. Rev. **119**(1960), 670; R. Lax, Phys. Rev. **145**(1965), 111.

[3] R. Kubo, J. Phys. Soc. Jpn. **26**(1969), Suppl. 1.

[4] M. Mizutani, S. Muroya and M. Namiki, Phys. Rev. **D37**(1988), 3033.

[5] R. F. Streater, J. Phys. **A15**(1982), 1477.

[6] H. Hasegawa, J. R. Klauder and M. Laksmanan, J. Phys. **A18**(1985), L12 3.

[7] Y. Akase, S. Date, M. Mizutani, S. Muroya, M. Namiki and M. Yasuda, Prog. Theor. Phys. **82**(1989), 591.

[8] Y. Akase, M. Mizutani, S. Muroya and M. Yasuda, Prog. Theor. Phys. **85** (1991) 305; S. Muroya, H. Nakamura and M. Namiki, Prog. Theor. Phys. Supp. **120** (1995) 209.

[9] T. Hirano, S. Muroya, and M. Namiki, in preparation.