

Title	量子解析と非平衡統計力学(第4回 『非平衡系の統計物理』シンポジウム,研究会報告)
Author(s)	鈴木, 増雄
Citation	物性研究 (1997), 69(1): 5-5
Issue Date	1997-10-20
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/96168">http://hdl.handle.net/2433/96168</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

## 量子解析と非平衡統計力学

東京大学 大学院理学系研究科

鈴木増雄

量子力学や統計物理学では、非可換な演算子を扱う。これによって量子ゆらぎが取り込まれる。この非可換性を考慮して微積分法を定式化する。すなわち、演算子  $A$  の関数  $f(A)$  を  $A$  そのもので微分する定式化を行う。微分  $dA$  が  $A$  と非可換であるため、通常の微積分法の公式とは異なったものとなる。いま、内部微分  $\delta_A$  を  $\delta_A Q = [A, Q] = AQ - QA$  によって定義すると、新しい「量子微分」 $df(A)/dA$  は、公理的には次式によって定義される。

$$\frac{df(A)}{dA} = \frac{\delta f(A)}{\delta_A} = \frac{f(A) - f(A - \delta_A)}{\delta_A} = \int_0^1 f^{(1)}(A - t\delta_A) dt$$

ここで、 $f^{(n)}(x)$  は、通常の意味での  $f(x)$  の  $n$  階微分を表す。 $d^n f(A)/dA^n$  は

$$\frac{d^n f(A)}{dA^n} = n! \int_0^1 dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \cdots \int_0^{t_{n-1}} dt_n f^{(n)}(A - t_1 \delta_1 - \cdots - t_n \delta_n)$$

で与えられる。ただし、 $\{\delta_j\}$  は  $\delta_j : dA \cdots dA = (dA)^{j-1} (\delta_A dA) (dA)^{n-j}$  によって定義される超演算子 (hyper operator) である。多変数演算子の関数  $f(\{A_j\})$  に対しても、偏微分、高階偏微分などが定義できる。これらを用いると、演算子のテーラー展開公式を導くこともできる。von Neumann 方程式からエントロピー演算子の方程式を導くのに大変便利である。また、高次指数分解公式への応用もある。さらに演算子汎関数の量子微分も定義できる。

参考文献

M. Suzuki, ~~Submitted to~~ Commun. Math. Phys. (および J. Stat. Phys. 岩波講座 4 「統計力学」(改訂版)(1996年6月3日発行)の補章「量子解析とその応用」参照。また, Int. J. Mod. Phys. B10

1637—1647 (1996) 参照。代数的定式化に関しては, phys. Lett. A および日本応用数理学会論文誌参照。