ベイジアンネットワークと確率の解釈

渡辺一弘

1. はじめに

確率とはいったい何なのか、という確率の哲学的解釈の問題は、科学哲学におけるメイントピックのひとつであるだけでなく、実際の科学研究の諸分野においても、その方法論や適用範囲の妥当性と絡んでしばしば議論される重要な問題である。本稿の目的は、因果的推論の分析手法として近年著しい発展を遂げている「ベイジアンネットワーク」の分野において、確率の解釈の問題がどのように取り扱われているか、その議論状況の一端を整理することである[(1)]。

「ベイジアン」ネットワークという名が示すとおり、その発展の過程における最も主要な貢献者たちは、確率を個人の信念の度合いと捉え、ベイズ的条件付けと呼ばれる基準に沿って確率の変化を説明しようとする「主観的ベイズ主義」の立場をとってきた。しかし、ベイジアンネットワークの理論自体が確率の解釈にかんして主観的確率としか相容れず、他の種類の確率を適用できないのかというと、そんなことはない。頻度や傾向性といった客観的確率をベイジアンネットワークに適用することは可能であるし、実際になされている。そこで当然のことながら、次のような問題が生じてくることになる。すなわち、ベイジアンネットワークの分野においては、確率を主観的なものと捉える立場と客観的なものと捉える立場のどちらがよいか、という問題である。

この問題に対しては多様なアプローチが可能であろうが、そのうちのひとつとして、ベイズ主義それ自体への批判を出発点とする方策が考えられる。ベイズ主義に対しては、科学哲学あるいは統計学の分野において、これまでさまざまな批判が提出されてきたが[(2)]、本稿でも、そうした批判のひとつを紹介し、このタイプの批判がベイジアンネットワークにおける確率の解釈の問題にどのように波及していくかを見ていくことにしよう。

２．実際のベイジアンネットワーク研究における状況

さてまずは、ベイジアンネットワークの実際の研究者たちが、これまでどのような確率の解釈を採用してきたかを概観しておこう。すでに述べたとおり、この分野の黎明期から現在にいたるまで主要な貢献をなしてきた研究者らは、確率を主観的なもの、すなわち個人の信念の度合いと捉える「主観的ベイズ主義者（Subjective Bayesianist）」であった[(3)]。次

の引用でも明らかなように、ベイジアンネットワークの代表的研究者であるPearlは、この立場に立っている。

> 我々は確率のベイズ的解釈に従うことにする。この解釈によれば、確率は世界の事象にかんする信念の程度を記号化したものであり、データはそのような信念の度合いを強めたり更新したり弱めたりする。この形式化において、信念の程度はある言語の命題（真か偽の値をとる文）に割り当てられ、またそうした信念の程度が、確率計算の規則に従って組み合わされたり操作されたりするのである。(Pearl, 2000, p. 2)

一方で、できるかぎり客観的な確率解釈に留まろうという考え方の研究者もいる。主観的ベイズ主義の立場をとるPearlに対して、Neapolitan(1990)は確率を客観的なものと捉えようとする。ただし、彼は自身の立場を「極端でない頻度主義（nonextreme frequentist）」と呼ぶ。極端な頻度主義は、個人の信念の度合いなどという曖昧なものを科学的な確率の文脈から排除しようとする。しかし翻ってみれば、彼らが客観的な確率として想定する「相対頻度の極限値」なるものも結局は理想化の産物に過ぎず、実際上は存在しない。それゆえこの極端な立場をそのまま採用することは出来ない。さらに、我々は相対頻度では表現できない状況下でも不確実な判断を下さなければならないことを知っている(4)。そのような場合には、確率を信念の度合いと捉える主観説の想定が役に立つ。そこで「極端でない頻度主義」は、ある種の確率はやはり客観的なものと見なすのがよいと考えるが、主観主義の有用性も利用しようとするのである。このようにNeapolitanは、折衷的な立場に立ちつつもできる限り頻度主義的な枠組みに留まろうとする。そして彼によれば、実際上、この立場は「極端でない主観主義（nonextreme subjectivist）」とほとんど違いがなく、主観主義的な枠組みとも適合するという(5)。

Neapolitanは後になると、自らの立場を頻度主義とは呼ばずにベイズ主義のカテゴリーに分類し、確率の解釈にかんしては主観説の側に近づいている(Neapolitan, 2004)。が、実質的にはほとんど上記と変わらない中庸的な立場を守っていることがわかる。その立場は経験的ベイズ主義（empirical Bayesian）と呼ばれ、人間はデータにもとづき、ベイズの定理を使って相対頻度にかんする自身の信念を変化させることができる、と主張する。この経験的ベイズ主義という立場の内実は、彼の客観的確率（ここでは物理的確率physical probabilityと呼ばれている(6)）に対する態度を見るとよく分かる。彼は客観的確率の存在を肯定も否定もせず、あくまで哲学的なコミットメントはせずに、それが「あたかも存在するかのように使用する」のである。ランダムに選んだ個人が肺がんに罹っている確率のように、極

限においてはそれがある値に収束していくと考えるのが適当と思われるケースは実際にある。しかしコイントスのような試行でさえ、実験の状況は時々刻々と変化してしまうがゆえ、客観的に存在する相対頻度などというものは理想化の産物に過ぎない。それゆえ彼はやはり主観説と客観説の間の中庸的な立場をとるのである。

さてここまでで、ベイジアンネットワークの研究現場において、確率は主観的なものとしても解釈されるし、客観的なものとも解釈されうることが分かった。それではこの分野において、確率の主観説と客観説、どちらが妥当な立場といえるだろうか。上述のようにNeapolitan は、少なくとも極端な頻度主義の立場は避けようとした。しかしまた以下で見ていくように、頻度主義の対局に位置すると思われる Pearl の主観的ベイズ主義の立場についても、ある限界が指摘されるのである。すなわち、純粋な主観的ベイズ主義の立場にこだわる限り、理論枠組みそれ自体の変化のような、知識状態の大幅な変更を適切に捉えることができなくなってしまうという限界である。以下では、ベイズ主義に対する Gillies (1998, 2001, 2002)の批判を参照して、この点を確認していくことにしよう。

３．主観的ベイズ主義に対する批判

ベイジアンネットワークにおいて主観的ベイズ主義がどのような限界をもつかを理解するために、ベイズ主義一般に対する方法論的批判のひとつを概観することから始めよう。ベイズ主義の方法論的妥当性は、歴史的に統計学の分野において活発に議論されてきた。すなわちそこでは、ベイズ主義 v.s.古典統計学（classical statistics）という対立構造のもとに両派がながらくしのぎを削ってきた経緯がある。さらに、経験的データを定量的に取り扱おうとするおよそほとんどの分野では、統計学の方法論が使われている。それゆえ統計学における立場の違いは、きわめて大きな含みをもっているといえるのである。

さてそれでは、統計学におけるベイズ主義の方法論と、古典統計学のそれとの間には、どのような相違があるのだろうか。まずは主観的ベイズ主義の概略から見ていこう。この立場をある特定の問題状況に適用するときには、まず可能な統計的仮説θが想定される。次に、問題に関連するなんらかのデータや証拠（eとする）が集められる。そしてこの証拠に照らして仮説を判断するのが、ここでの課題となる。そのためにまず、θに事前確率（prior probability）$p(\theta)$が与えられる。これは証拠eが考慮される前の、「θがこれこれの値をもつ」という統計学者の信念の度合い（degree of belief）を表している。$p(\theta)$が与えられると、今度はeのもとでの事後確率分布$p(\theta|e)$、すなわちデータや証拠をふまえたうえでの仮説θの確からしさがベイズの定理を用いて計算される。その結果としてベイズ主義の統計学者は、自らの信念を$p(\theta)$から$p(\theta|e)$に合わせる。これがベイズ的条件付け

（Bayesian Conditionalisation）と呼ばれるプロセスである。ここで様々な仮説のよさは、$p(\theta|e)$を用いて判断されている。ベイズ主義にもとづく統計的推論は、$p(\theta)$によって表される信念から$p(\theta|e)$によって表される、換言すれば、ベイズ的条件付けによってもたらされた信念への変化を本質的に含んでいるのである。

次に、古典統計学の方法論とはどのようなものだろうか。信念の変更という考え方がベイズ主義の中心的概念にあるのに対して、古典統計学にとって本質的なのは、仮説検定（hypothesis test）という考え方である。古典統計学の方法論とは、本質的に、検定に関する方法論であるとさえいえる。統計的推測では母集団の性質（期待値や分散など）についての予想をする。その予想（仮説）が、母集団から得られた標本（データ）と完全に合うことはまれであろう。仮説のもとで予想されたものと、実際に観測されたデータとの間に齟齬があった場合、その違いの原因が（1）仮説が間違っていたことにあるのか、それとも（2）偶然によって起こったものなのかを判定する必要があるだろう。この判定を確率的な基準を用いて行おうとするのが、統計的仮説検定である。検定の結果、仮説とデータの違いが偶然によって起こったものだと判定されたとしよう。このような場合でも、（通常は）その仮説が「確証された」という言い方はしない。仮説はあくまで「棄却（reject）される」か「棄却されない」かのどちらかなのである。統計的仮説は、観察されたデータを説明するために、あくまで仮のものとして提示され、続いて統計的検定にかけられる。これらの検定をパスすれば、仮説は暫定的に保持される。パスできなければ、仮説は棄てられるか修正されなければならない。これはポパーが主張した推測と反駁の方法であり、古典統計学の方法はポパー流の反証主義とその基本的な考え方を共有しているのである。

ここまで確認したうえで、次は、古典統計学の立場からなされるベイズ主義批判の一例を見ていくことにしよう。ただし、Gillies が注意を促しているように、この批判は主観的ベイズ主義の枠組みを根底から覆すようなタイプのものではない。そうではなく、彼はここで主観的ベイズ主義が適用されるべき状況にはある制限が存在する、と主張しているのだ。それを簡潔にまとめたものが、次の「理論的枠組みの確定性にかんする条件（the condition of the fixity of the theoretical framework）」である。

> ベイズ主義は、探求の過程において変化しないと想定するのが合理的であるような、確固たる、既知の理論的枠組み（fixed and known theoretical framework）がある場合にのみ、有効に適用されうる。(Gillies, 2001, p. 364)

すなわち、その性質がよく分かっていない過程を研究しているのであれば、ベイズ主義は

適用できないということであり、そのような場合には統計的仮説検定（すなわち古典統計学の方法論）が本質的に必要となる、と彼は主張する。別の言い方をすれば、ベイズ主義が適切に扱える信念の変化は、理論的枠組みそれ自体の変化を含まないようなものであるといえる。以下、次のような例をとおして、この主張の内実と根拠を理解していこう。

Gillies(2001)があげる例は、古典的統計学の基礎を築いたひとりである Neyman が実際に行った、実験農場における幼虫の分布に関する研究(Neyman, 1952)である。この研究ではまず、作物が植えられた実験農場をいくつもの小区画に分割し、それぞれの区画にいるすべての幼虫の数が数え上げられた。当然のことながら、それぞれの区画で幼虫の数は変化してくる。ネイマンはこの変化を説明するような数学モデルを見つけようとした。当初、そうしたモデルとして彼が想定したのはポアソン分布であった。おおざっぱに言って、この分布は幼虫が実験場にランダムに存在するという想定と対応しており、直感的にもっともらしいモデルと言えるだろう。さらにネイマンは、これと非常によく似たペトリ皿上のバクテリアの分布に関する問題を取り扱った際にも、ポアソン分布をあてはめ、実際に成功を収めていた。つまり、いまの場合についてもまずはポアソン分布を仮説として立てることは至極妥当と思われるのである。

しかし、Neyman がこの仮説に対して検定を試みると、この仮説は棄却されてしまった。つまりデータによって反証され、幼虫の分布はランダムではなく、そこには偏りが存在することが分かったのである。ところで件の仮説は、「ある幼虫は他の幼虫と独立に存在している」という想定のもとに立てられていた。実験場の作物に産卵する蛾は、特定の場所に集中して卵を産みつける理由を持たないはずである。それゆえ卵から孵った幼虫も、他の幼虫とは関係なく存在すると思われたのである。しかし実態はそうでなかった。なぜだろうか？ Neyman が検定の結果を受けて、幼虫の生態に関する専門家に助言を仰いだ結果として分かったのは、幼虫の卵はランダムに存在しても、幼虫自体は餌を求めて移動するので、上記の仮定が成り立たない、ということだった。そしてネイマンはこの新たな背景知識を考慮に入れることで、最終的に二つのパラメータをもつ「A 型分布」を考案し、幼虫の分布はこれに従うという仮説を立てた。実際、先と同じデータを使って検定を行うと、この仮説は棄却されなかった。

この事例は古典統計学の方法論、換言すればポパーの推測と反駁の方法論を用いて成功を収めた研究を代表するものといえる。さてそれでは、主観的ベイズ主義に立つ統計学者は、こうした研究において古典統計学者の Neyman と同様に成功を収めることができるだろうか。Gillies の見解は否定的である。主観的ベイズ主義者はこの場合、可能な仮説 $h_\lambda(0 < \lambda < \infty)$ の集合から出発する。ここで h_λ はパラメータ λ をもつポアソン分布である。

次に、λのそれぞれの値に対する統計学者の事前の信念の度合いを表す事前確率分布 $p(\lambda)$ を定める。この分布は証拠eに照らして、事後分布 $p(\lambda \mid e)$へと変更される。しかし、ベイズ的条件付けによるこのような信念の変更は、A 型分布のような異なるタイプの分布をもたらさない。ベイズ的な枠組みで扱えるのは、せいぜいλのある特定の値についての信念を変更することだけなのである。このことはベイズ主義が理論枠組みの確定性を必要とする、という先のテーゼをうまく例証している。幼虫の分布を説明するにはポアソン分布から A 型分布という、基本的な想定の大幅な変化が必要であり、このようなタイプの信念の変化は、ベイズ的条件付けでは扱えないのである。

こうした批判に対しては、ベイズ主義者からの次のような反論が予想される。すなわち、ベイズ的枠組みにおいては、最初の可能な仮説の集合にポアソン分布とA型分布の両者が含まれていると考えればよい、と。しかしながらそのような提案には難点がある。なぜならNeymanは、A型分布を探求の当初から考慮に入れていたわけでは決してないからである。幼虫の分布に関する研究を始めたときには、統計学のどの文献にもA型分布など存在しなかった。それは、ある特定の問題について専門家の助けを得て初めてNeymanがたどり着いたものなのだ。それでも、しぶといベイズ主義者はなお次のように反論するだろう。すなわち、研究の最初において当該の問題に関して適切な分析を行っていれば、その段階でA型分布を可能な仮説のひとつとして想定できていたはずだ、と。この反論にはかなり無理があると思われるが、仮にそのようなことが可能であるとしよう。しかし、もし実際にこのアプローチをとろうとすれば、ベイズ主義者は研究の最初において、関係するかもしれないいくつもの分布を仮説として想定しなければならなくなるだろう。その性質がよく知られていない問題においては専門家の意見も当然分かれてくるはずだからである。これは非常に多くの場合、たんなる時間の無駄である。もちろん、反証主義的なアプローチでも、最初に想定した分布型の仮説が検証によって棄却され、次に立てた仮説も棄却され、といったように、データとの突き合わせに耐えうる分布の発見になかなかたどりつかないケースもあるだろう。しかしこのような場合にも、反証主義的な方法の方が効率的だと思われる。なぜなら、いま仮に、研究対象の性質から想定しうる可能な分布の仮説がn個であり、専門家の助言を得てひとつの分布モデルを導きだすのに要する時間がt時間であったとしよう。ベイズ主義的な枠組みでは最初にすべての分布を用意しなければならないので、つねにn×t時間かかることになる。古典統計学の枠組みでも最大では同じn×t時間をかける必要があるかもしれないが、運が良ければ、また最初に想定した分布の仮説が棄却されたという事実が次に立てるべき仮説のヒントとなりうることを考慮に入れれば、もっと少ない時間で「棄却されない」仮説にたどりつく見込みがつねにある(7)。あるいは逆に、考え

られる分布がせいぜい２ー３個であるような場合には、最初にそれらをすべて想定しても、トライ・アンド・エラーで正解にたどり着こうとしても、労力にそれほどの差はないかもしれない。このような意見に対しては、それでも古典統計学には上記のような効率性が（わずかであっても）あるともいえるし、あるいは、想定しうる分布がそれほど少ないのなら、「理論的枠組みの確定性に関する条件」がある程度成り立っているのだ、ともいえるだろう(8)。

このように、ベイズ主義は理論枠組みの確定性に依存しているので、ベイズ主義者は厄介な選択に直面することになる。すなわち彼らは、探求のまさに始めにおいていまだ知られぬ可能な仮説の全体を考慮しなければならないか、もしくは問題の解となる仮説にいつまでたってもたどり着かない危険を抱え込まざるをえないかのどちらかになるのである。

ところで、いま Gillies の主張にそって紹介してきたベイズ主義に対する批判は、ベイズ的条件付けにかかわる「言語変化（language change）」の問題として論じられるものとほぼ同一の批判である。ベイズ的条件付けにともなう言語変化の問題とは次のようなものだ(cf. Williamson, 2005, chap. 12.1)。確率は、ある決まった（fixed）命題言語の文の集合上で定義されるか、ないしはある決まった変数のドメインへの真理値割当ての集合上で定義される。しかし現実において、ある行為者の変数やドメインは時間の経過にともなって変化することがある。すなわち事前確率を設定したときには考慮に入っていなかった新しい文や変数が、新しい情報の獲得によって信念が変更される際には行為者の知識（言語）の総体に含まれるということはありうる。それゆえ、言語そのものが変化してしまったとき、信念はどのように変更されるべきなのかという問題が生じてくる。主観的ベイズ主義は、このような場合に信念の度合いがどれくらいになればよいかを示すことができない。それゆえベイズ的条件付けが適用可能なのは、すなわち主観的ベイズ主義が妥当であるのは、事前確率が定義されたときの言語が変化しないと想定されるときに限られるのである。

このように考えると、主観的ベイズ主義は、その基本的な枠組みに忠実であろうとする限り、ベイズ的条件付けによる信念の変化のみを許容する、いわば非常に限定的な応用範囲しかもたない立場であるといえるだろう(9)。その性質がよく分かっていない問題を研究すること、言い換えればその探求の過程で理論枠組み自体が変化するようなケースは、決してめずらしくはないはずだ。科学が進歩するにはしばしばこうした構造の変化こそが必要となる。そのような場合を適切に取り扱えないのならば、主観的ベイズ主義はユニバーサルな方法論であるとはいえないだろうし、少なくとも、その適用に際してはかなり慎重な態度が要求されるだろう。

４．ベイジアンネットワークにおける主観的ベイズ主義の弱点

前節では統計学におけるベイズ主義の批判を見てきたが、すでに述べたように、これは経験科学におけるベイズ主義一般に当てはまるものということができる。ではこうした批判をふまえて、以下においていよいよ、ベイジアンネットワークにおける主観的ベイズ主義の問題を検討していくことにしよう。この研究分野の主要な貢献者である Pearl らは主観的ベイズ主義者であり、確率を個人の信念の度合いとして捉えていた。しかしもちろん、数学的定理であるベイズの定理を用いるに際して、確率を主観的なものと捉えなければならない理由はない。その名称にも関わらず、ベイジアンネットワークにおいては、むしろ確率を客観的なものと解釈しようとする試みがあったこともすでに見たとおりである。そして Gillies によれば、古典統計学の方法論である仮説検定を行うことが、ベイジアンネットワークの分野においても可能であるだけでなく、本質的に必要でもあるのである。

ベイジアンネットワークの目的は、さまざまな事象をノードによって、またそれらの間の影響関係をエッジによって表し、さらに各ノードに確率分布を割り当てることによって、ある事象の確率値に関して新しい情報が追加されたときに、他の事象の確率がどう変化するのかを計算することである。そのためには、どのようなベイジアンネットワークにも、ある独立性ないし条件付き独立性が含意されていなければならない（マルコフ条件）。この独立性にかんする仮定はベイジアンネットワークにおいて本質的なものである。ところで主観的ベイズ主義のアプローチでは、この仮定は我々やその分野の専門家の知識によって正当化されるが、ポパー流の反証主義者から見れば、そのような事象間の独立性に関する知識は推測に過ぎず、正しいかもしれないが間違っている可能性もある。そこで独立性に関する統計的検定が必要になってくる。他方、主観的ベイズ主義の枠組みにおいては、ベイジアンネットワークにおける独立性の仮定は検定によってチェックされない。ここにおいて、主観的ベイズ主義の欠点が再び明らかになる、とGilliesは考える。独立性を間違って想定し、事実と異なるグラフを作ってしまう可能性は実際のところ十分にあるからだ。ベイジアンネットワークにおいて仮定される事象間の独立について、検定がどのような役割を果たすか、次のような例で確認してみよう(10)。

腸内疾患の発見には、しばしば大腸内視鏡検査（colon endoscopy）が有効である。ふだんは知識と経験を積んだ専門医によって行われる検査だが、これを人工知能に代行させるエキスパート・システムの開発が試みられた。大腸内視鏡検査では、カメラが患者の腸内に挿入され、内部の映像が外部のモニターに映し出される。この装置の操作で最も重要なのは、カメラの先端を「内腔（lumen）」と呼ばれる腸の空間部に向けて進めていくことである。そうしなければカメラが腸の内壁にあたって患者に痛みを与えるだけでなく、腸に

穴をあけてしまう危険性さえあるからだ。そこで、カメラから送られてくる画像をもとに、いかにして内腔の場所を割り出すかが問題となる。専門医たちはこれをみずからの知識と経験をもとにして行っているわけだが、エキスパート・システムの目的はこの作業を自動化することである。専門医と相談した結果、次のようなことが分かった。まず、カメラが内腔の方を向いているとき、モニターには通常「大きな暗い部分（large dark region）」が映し出されるということ。ただし、ときにそれは小さく、いくつかの同心円によって囲まれているように見えることもあるということ。また、もうひとつ注意しなければならない重要なことがある。「憩室（diverticulm）」と呼ばれる腸壁内の小さな奇形が病気を引き起こす場合があるが、これはふつう内腔よりは小さいもののやはり暗い部分として、そして円形のものとして見えるということである。そこでモニターに映し出された映像から、カメラの前にあるのが内腔なのか憩室なのかを識別できるよう、いかにしてコンピュータをプログラムするかが問題となる。これを解決するために、専門家の助言を得て次のようなベイジアンネットワークを作った（図 1）。

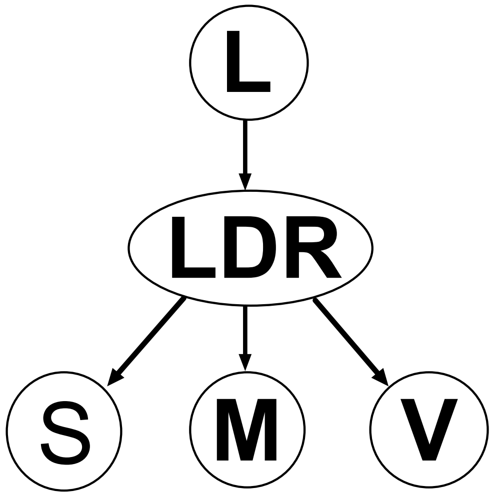

図1

この図でLは内腔を表し、カメラの先端がこの方向を向いていれば画面上には大きな暗い部分（LDR）が映しだされる。SはLDRの大きさを、Mはその強度（intensity）の平均を、Vはその強度の分散を表す変数であり、LDRによってそれらの値が決められることになる。これまで専門医によって行われてきた検査において、彼らが内腔の存在を判断したときの画像はたくさんの録画テープのかたちで残されており、それらが十分な頻度データを与えてくれる。注意すべきは、このプロセスにおいて信念の程度としての確率はなんの役にも立たない、ということである。さて、どんなベイジアンネットワークも、独立性にかんするマルコフ条件を満たしていなければならない。いまの場合、S、M、VはLDRのもとでLと条件付独立でなければならず、またS、M、Vは同じくLDRのもとでそれぞれ互いに条件付き独立でなければならない。もしこの条件が成り立たなければ、図のグラフはベイジアンネットワークではないことになる。そして実のところ、過去のテープから得られた経験的データによって分かったのは、上記の独立性条件は成り立っておらず、MとVはLDRのもとで強く相関しているということだった[11]。

なぜMとVは相関しているのだろうか。理由は単純で、確率変数の平均と分散の間にはある数学的な関係が成り立っているからである(12)。一般的に、二つの変数間に数学的関係が成り立てば、両者の間には相関が生まれる。いまの場合それはよく知られたものであったが、難解かつ明らかでないような数学的関係はしばしばありうる。そのようなときのために、ベイジアンネットワークとして満たすべき独立性条件がきちんと成り立っているかは当該のグラフを作ったあとに頻度データを用いて調べてみなければならない。そしてこのプロセスのために絶対に必要になってくるのが、古典統計学における検定という方法なのであり、これは主観的ベイズ主義の枠組みにはないものなのだ。

ところで、検定によって最初のネットワークがマルコフ条件を満たしていないことが分かったら、その後どうするべきだろうか。ひとつの手段としては、相関している二つのパラメータのうちのひとつを取り除いてしまうことである。なぜなら、両者は相関しているために、ひとつのパラメータで二つのパラメータと同じくらい多くの情報をもたらしうるからである。Sucar & Gillies & Gillies(1993)の研究では、三つのパラメータを用いたときよりも、V か M のどちらかを取り除いたときのほうが、内腔を正しく識別できる割合が大きかった。このように検定を行うことで、シンプルなだけでなくよりよい結果をもたらすベイジアンネットワークを作ることができる。これこそ、ベイジアンネットワークにおいてポパー流の検定の方法論を用いることの価値であるということができる。

5．おわりに

以上見てきたように、Gillies によれば、主観的ベイズ主義の基本的枠組み（個人の信念の度合いとしての主観的確率の使用＋ベイズ的条件付けのみによる信念の改訂）はその適用範囲に制限（理論的枠組みの確定性に関する条件）がある。それゆえ主観的ベイズ主義は、しばしばそうした変化を含む科学の実情を十全に説明できず、そのような場合には古典統計学の方法論が必要とされた。ベイジアンネットワークの分野においても、独立性条件が成り立たなければ定義上ベイジアンネットワークには成りえず、確率変数間の独立性をデータから判断するには統計的仮説検定を使わざるをえないという意味で、主観的ベイズ主義の立場は万能なものとはいえないとされた。

それでは、Pearl らの主観的ベイズ主義者が今後とるべき方策としては、どのようなものがあるだろうか。確率の主観的解釈は放棄されるべきなのだろうか。しかしその有用性を考えると、主観的解釈は簡単にあきらめるには非常に惜しいものだ。確率の主観的解釈がなぜこれまでひろく採用されてきたかを振り返ってみよう。まず、それが一回性の事象に適用できることが挙げられる。私たちには、（人間一般や日本人一般ではなく）他ならぬ自

分が 80 歳まで生きる確率や、今期にジャイアンツが優勝する確率を知りたいと思うような機会がよくある。また、物理的確率が必要とするような、完全に同一の条件での反復といった非現実的な想定を必要としないというメリットがある。

Williamson(2005)は、確率を個人の信念の度合いと捉えることのこうしたメリットを保持しつつ、ベイズ的条件付けにおける言語変化の問題をクリアする方法を提案している。ただし注意しなくてはならないのは、それがあくまで命題論理の限定的な形式的設定の範囲内での議論であるということ、そしてさらに重要なのは、Williamsonは純然たる意味での主観的確率解釈を採っていないということである。彼は、主観的ベイズ主義に対して自身の立場を客観的ベイズ主義（Objective Bayesianism）と呼び、またその確率解釈を認知的確率（epistemic probability）と呼ぶ。彼の定義では、主観的ベイズ主義とは次のような主張をする立場である。すなわち、行為者の信念関数が合理的といえるのはそれが整合的（coherent）なときそしてそのときに限る。また、行為者の信念関数が整合的なのはそれが確率関数であるときそしてそのときに限る、という主張である。これに対して客観的ベイズ主義は、確率を個人の信念の度合いと考える点では前者と一致するものの、合理性とはたんなる整合性を超えるものだと考える点で異なる。すなわち行為者の信念の程度は何でもよいというわけではなく、ある経験的（empirical）そして論理的（logical）な制約(13)を満たしたときに限り合理的であると見なされるのである(cf. Williamson, 2005, chap. 5.1)。

まとめると、ベイジアンネットワークというその名称にも関わらず、そこでの確率解釈で純然たる主観的ベイズ主義の立場を採ることは難しい。Williamson が提案するように、あるいは Neapolitan が主張するように、そこでの確率は主観と客観の中庸とならざるをえない。ただしそれら両極端のどこに位置し、どのような性質を満たすものとなるのかを正確に知るには、この分野のさらなる進展を待つ必要がありそうである。

註

(1) 本稿ではベイジアンネットワークそれ自体の説明は割愛する。その概略および詳しい定義などについては、本号所収の大塚氏、北島氏のサーベイを参照されたい。

(2) 主観的ベイズ主義に対する批判の主要なものについては、Howson & Urbach(1989), chap. 11 を参照のこと。

(3) この立場に立つものとしては、後述の Pearl(1988, 2000)の他に、Lauritzen & Spiegelhalter(1988)がいる。

(4) 「今期のセ・リーグでは巨人が優勝する」ことに対する判断を、頻度的な概念にもとづいて考えることはナンセンスである。一回性の事象に頻度の概念を適用しても意味がない。

(5) 「極端な主観主義」は電子のふるまいのような場合にも、それに対応する客観的な確率が存在することを認めない。しかし「極端でない主観主義」は、ある試行の系列が無限に交換可能で、かつ試行回数が大きければ、確率を近似的に表現するのに相対頻度を使用することを許容する。すなわち、電子のふるまいに関連する客観的な確率があることを否定しないのである。(Neapolitan, 1990, sec. 2.3-4)

(6) 彼がここで physical probability と呼んでいるものは、正確には傾向性(propensity)としての確率解釈である。傾向性解釈は、たとえばコイントスの場合、コインが表を向けて止まる傾向性もち、かつ試行回数が無限に近づくにつれて表が出る確率もその傾向性に近づくと想定する。このとき確率はコインの性質であるので、物理的確率と呼ばれるのである。
(7) もっとも、古典統計学の方法では、検定の作業をいくどもしなければならないので、その分のロスはあるといえる。しかしこの場合、各回の検定には最初にとった同一のデータセットが使われるので、実際の手間は計算のしなおしだけである。専門家から情報を得て新しい分布の数学モデルを考案することに比べれば、このようなロスはほとんど無視しうるといってよいだろう。
(8) ただし、理論的枠組みの「確定性」をこのように程度の問題と考えることに、Gillies 自身が頷くかどうかは定かではない。
(9) この点については次のような反論がなされるかもしれない。すなわち、ベイズ的条件付け以外の仕方による信念の変更を許容するようなベイズ主義のヴァージョンを作ることは可能だ、と。このような反論に対して Gillies は、そのような試みはこれまでなされていないし、もしなされるとしたら、いったいどのような状況おいてベイズ的条件付けから他の信念変化の形式へと移るのか、またそうした他の種類の信念変化はどのような形式をとるのかがはっきりされなければならない、と答える(Gillies, 1998, 2001)。
(10) 以下の事例は、Sucar et. al. (1993), Gillies (1998), Gillies(2002)より。
(11) Sucar et. al. (1993)では、ピアソンの r とケンドールの τ という二つの相関係数について検定を行った結果、M と V の間には独立とはみなせないほどの相関があることが報告されている。
(12) Xを確率変数、Eを期待値、MをXの平均（=E(X)）、VをXの分散とすると、MとVの間の数学的関係は以下の通り。$V = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - M^2$。
(13) 経験的制約とは、例えばもしあるサイコロを振ると 1/3 の頻度で 6 の目が出たことを知っているならば、次に 6 が出るという信念の度合いを 1/3 に合わせなければならないということであり、論理的制約とは、例えばこれから行なおうとしている実験が 5 つの結果をもつということしか知らない場合、それぞれの結果に対する信念の度合いを 1/5 に合わせなければならないということである。

文献

Gillies, D. (1998). ‘Debates on Bayesianism and the Theory of Bayesian Networks’, *Theoria*, *64(1)*, 1-22.
——— (2001). ‘Bayesianism and the Fixity of the Theoretical Framework’, in D. Corfield & J. Williamson (Eds.), *Foundations of Bayesianism* (2001, pp. 363-79), Kluwer Academic Publishers.
——— (2002). ‘Causality, Propensity, and Bayesian Networks’, *Synthese*, *132*, 63-88.
Howson, C. & Urbach, P. (1989). *Scientific Reasoning: The Bayesian Approach*, La Salle, Illinois : Open Court.
Lauritzen, S. L. & Spiegelhalter, D. J. (1988). ‘Local Computations with Probabilities on Graphical Structures and their Application to Expert Systems (with discussion)’, *Journal of the Royal Statistical Society*, *B50(2)*, 157-224.
森棟公夫 (2000). 『統計学入門（第２版）』, 新世社.
Neapolitan, R. E. (1990). *Probabilistic Reasoning in Expert Systems*, New York : John Wiley.
——— (2004). *Learning Bayesian Networks*, Upper Saddle River : Pearson Prentice Hall.
Pearl, J. (1988). *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference,* San Meteo, Calif. : Morgan Kaufmann.
——— (2000). *Causality. Models, Reasoning, and Inference*, Cambridge : Cambridge University Press.
Romeijin, J. (2005). ‘Theory Change and Bayesian Statistical Inference, *Philosophy of Science*, *72*, 1174-1186.
繁桝算男 (1985). 『ベイズ統計入門』, 東京大学出版会.
Sucar, L. E., Gillies, D. F. & Gillies, D. A. (1993). ‘Objective Probabilities in Expert Systems’, *Artificial Intelligence*, 61, 187-203.
東京大学教養学部統計学教室編 (1991). 『統計学入門』, 東京大学出版会.
Williamson, J. (2005). *Bayesian Nets and Causality: Philosophical and Computational Foundations*, Oxford : Oxford University Press.

〔京都大学大学院博士課程・哲学／日本学術振興会特別研究員〕