

階層パターンを持つ自己相関型連想記憶モデル

岡田 真人^A 戸谷 要^B 福島 邦彦^C科技団川人プロジェクト^A 阪大基礎工^B 阪大大学院基礎工^C

1 はじめに

ここでは階層構造を持つ記憶パターンを憶えた自己相関型連想記憶モデルについて議論する。このモデルでは憶えた記憶パターンだけでなく、階層構造で同じグループに属する記憶パターンの混合パターンもダイナミクスの平衡状態になる。Amariはこれを概念形成と呼んだ[1]。本論文では、この概念パターンに相当する混合パターンの安定性について議論する。

全く同じ例を学んでも、人によってそれらから類推される“概念”は多様であることが多い。これを神経回路モデルに当てはめて考えてみよう。フィードフォワードネットワークに誤り訂正学習をもちいた場合、概念の多様性は結合荷重空間中の解空間の体積に帰着される。では、アトラクターネットワークに相関学習をもちいた場合はどのようになるであろうか。例えば三つのパターン ξ^1, ξ^2, ξ^3 を自己相関行列で回路の平衡状態に埋め込む場合、それら以外に混合パターン $\eta = \text{sgn}(\xi^1 + \xi^2 + \xi^3)$ も平衡状態になる。これが上述の概念形成である。そこで η を概念パターンと呼ぼう。この場合は誤り訂正学習とは異なり、概念パターンは学習した記憶パターンから一意に決まる。

今回我々は、この概念パターンの平衡状態での安定性と想起のダイナミクスを議論する。このモデル自体はレプリカ法[2]やSCSNA[3]などの(平衡)統計力学的な手法で解析されている。しかしながら、そこではオーダーパラメータ方程式を導出し、容量を求めることしか行なわれていない。本来情報処理として興味深い概念パターンの詳細な性質はほとんど調べられていなかった。また想起のダイナミクスについては全く手つかずの状態であった。概念パターンについて詳細に調べることにより、あるパラメータ領域で概念パターンが双安定性状態をとることを示す。上で述べたように、相関学習での概念パターンは、記憶パターンを決めると一意に決まると思われていた。この双安定性は、回路の素子数を N とした時に、回路に $O(N)$ 個の記憶パターンを憶えさせた時にはじめて起こるノントリビアルな現象である。次ぎに階層構造を持たない様な記憶パターン $O(N)$ 個と有限個の階層パターンを憶えさせたモデルについても議論する。この場合にもあるパラメータ領域で、概念パターンは双安定状態をとる。一方 $O(N)$ 個の非想起パターンをスピングラスに対応す

るガウスノイズに置き換えた場合は、このような現象は起きない。これらの解析から、ここで述べた概念パターンの双安定性は、詳細な階層構造によらない普遍的な現象であることが示唆される。

2 モデル

モデルは N 個の素子から構成されている。 j 番目の素子から i 番目の素子への結合荷重は J_{ij} であり、素子の出力関数は符号関数とする。モデルのダイナミクスは次式で記述される、

$$x_i^{t+1} = \text{sgn}\left(\sum_{j \neq i}^N J_{ij} x_j^t\right), \quad (1)$$

ここで x_i^t は時刻 t での i 番目の素子の出力である。

記憶パターンは、まずそのパターンが属するグループの中心(親パターンと呼ぶ)を生成し、その親パターンに対し一定の相関を持つように生成する。簡単のため親パターンは互いに無相関であるとし、その各成分は独立に確率 $1/2$ で ± 1 を取るものとする。 μ 番目のグループに属する ν 番目の記憶パターン $\xi^{\mu\nu}$ の各成分は、そのパターンの親パターン ξ^μ をもちいて、

$$\text{Prob}[\xi_i^{\mu\nu} = \pm 1] = \frac{1 \pm b \xi_i^\mu}{2}, \quad (2)$$

で生成する。この式で生成される記憶パターン $\xi^{\mu\nu}$ 、 $\xi^{\mu'\nu'}$ 間のオーバーラップは、

$$E[\xi_i^{\mu\nu} \xi_i^{\mu'\nu'}] = \delta_{\mu\mu'} (\delta_{\nu\nu'} + b^2 (1 - \delta_{\nu\nu'})), \quad (3)$$

となり階層構造を持つ。結合荷重 J_{ij} は相関学習をもちいて以下のように決める、

$$J_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^p \sum_{\nu=1}^s \xi_i^{\mu\nu} \xi_j^{\mu\nu}, \quad (4)$$

ここで p はグループ(親パターン)の数であり、 s は一つのグループに属する記憶パターンの数である。記憶パターンの総数 p_{total} は $p_{total} = ps$ となる。簡単な考察から $s \sim O(1)$ 、 $p \sim O(N)$ であることがわかるので、 $p = \alpha N$ と置き、 α を記憶率とする。 $b = 0, 1$ は従来のモデルに対応する。 $b = 0$ は一樣な記憶パターンに相当し、 $b = 1$ は同一グループに属する記憶パターンはすべて同じパターンになる。

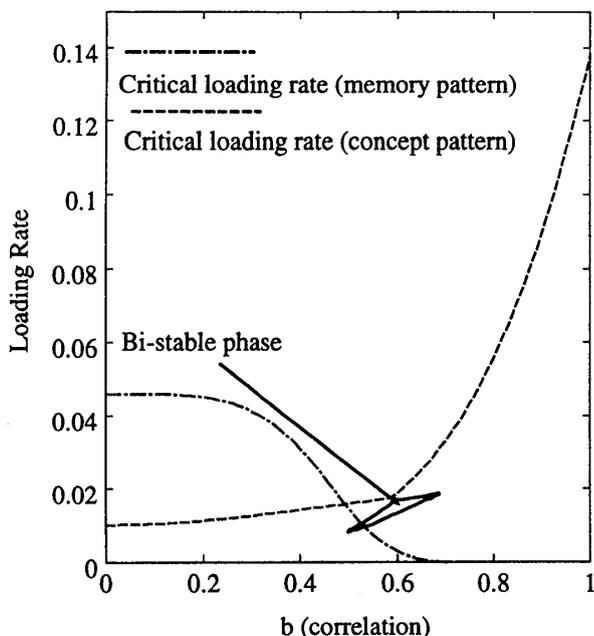


図 1: 相関パターンを αN 組憶えさせたモデルの相関 b と記憶率 α に関する相図. それぞれ記憶パターン ξ と概念パターン η の記憶容量を示す. 三角形で囲まれた部分が双安定領域である.

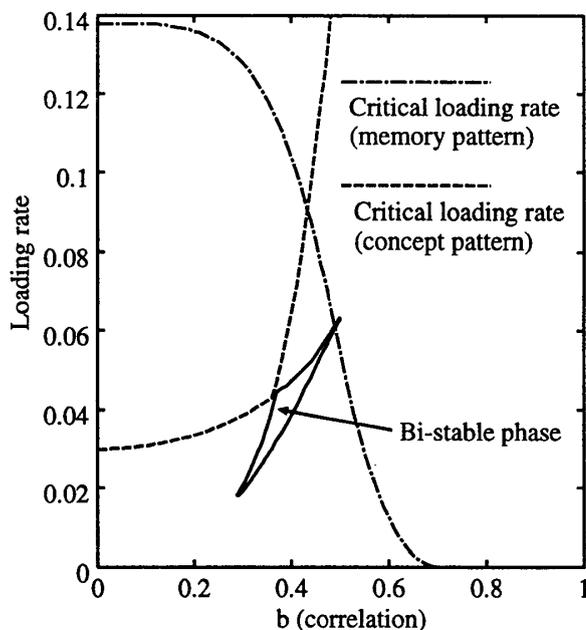


図 2: 一組の相関パターンと αN 個のランダムパターンを憶えさせたモデルの相関 b と記憶率 α に関する相図. それぞれ記憶パターン ξ と概念パターン η の記憶容量を示す. 三角形で囲まれた部分が双安定領域である.

3 平衡状態の性質

平衡状態を記述するオーダパラメータ方程式の詳細は文献 [2, 3, 4] を参照されたい. ここでは, 簡単のため各グループに 3 個の記憶パターンが属する場合を議論する ($s = 3$). オーダパラメータ方程式を数値的に解いてえられた相図を図 1 に示す. それぞれの線は記憶パターンと概念パターンの記憶容量をあらわす. 図中の三角形で囲まれた部分が概念パターンの双安定領域である. 統計力学的には, この領域の途中で一次相転移が起こっている. 次に有限個の階層構造を持つパターンと αN 個の一樣な記憶パターンを記憶した場合を議論する. 相図を図 2 に示す. 図 1 と同様に, それぞれの線は記憶パターンと概念パターンの記憶容量をあらわす. 図中の三角形で囲まれた部分が概念パターンの双安定領域である.

一方 $O(N)$ 個の非想起パターンをスピニングラスに対応するガウスノイズ置き換えた場合は, このような現象は起きない. これらの解析から, ここで述べた概念パターンの双安定性は, 詳細な階層構造によらない普遍的な現象であることが示唆される.

4 想起過程の性質

ここでは前節で述べた二種類の概念パターンの引き込み領域を統計神経力学をもちいて議論する [5]. 特に記憶パターンを $O(N)$ 個憶えさせた結果生

じた, 二つ目の概念パターンがどの程度の引き込み領域を持つかが非常に興味深い. 理論は時刻 t で t 次理論を使うフルステップ計算をもちいた. ここではクロストークノイズの取扱が容易な一組の相関パターンと αN 個のランダムパターンを憶えさせたモデルの想起過程を議論する. 図 2 の双安定相に属する $b = 0.36, \alpha = 0.035$ について議論する. まず初期状態 x^0 を一つの相関パターン $\xi^{1,1}$ をもちいて以下の確率で決める,

$$\text{Prob}[x_i^0 = \pm 1] = \frac{1 + \xi_i^{1,1} m_0^1}{2}, \quad (5)$$

$$0 < m_0^1 \leq 1. \quad (6)$$

この時, 初期状態 x^0 は記憶パターン $\xi^{1,1}, \xi^{1,2}, \xi^{1,3}$ とそれぞれ $m_0^1, b^2 m_0^1, b^2 m_0^1$ のオーバーラップを持つ. 図 3 に時刻 t での状態 x^t と記憶パターン $\xi^{1,1}$ とのオーバーラップ m_t^1 とクロストークノイズの分散 σ_t^2 のベクトル軌跡を示す. 図中の ξ^1 と η はそれぞれ $\xi^{1,1}$ と $\eta^1 = \text{sgn}(\xi^{1,1} + \xi^{1,2} + \xi^{1,3})$ の近傍の平衡状態をあらわす. また $\tilde{\eta}$ は記憶パターンを $O(N)$ 個憶えさせた結果生じた, 二つ目の概念パターンである. 図 3 に示されるように $\tilde{\eta}$ のクロストークノイズの分散は η の約 10 倍で一桁大きい. 図 3 の実線は $\tilde{\eta}$ に収束するベクトル軌跡をあらわし, 一点鎖線は ξ^1 に収束するベクトル軌跡をあらわす. 図 3 からわかるように, 式 (5) のように記憶

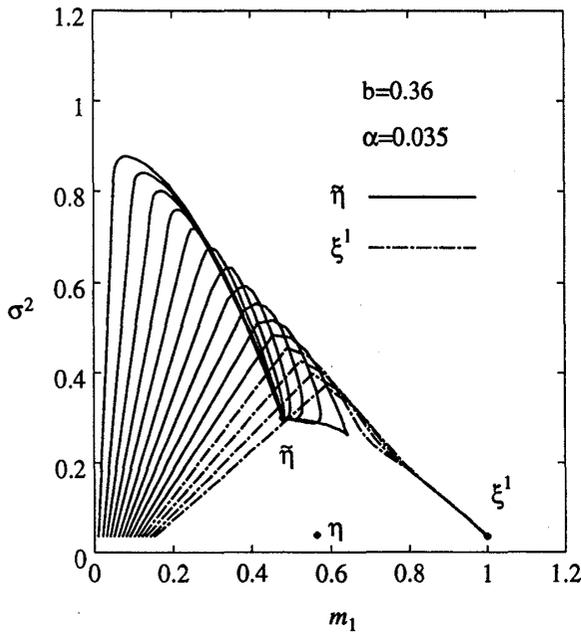


図 3: 一組の相関パターンと αN 個のランダムパターンを憶えさせたモデルの想起過程. 初期状態は $P[x_i^0 = \pm 1] = (1 + \xi_i^{1,1} m_0^1)/2$ で与えた.

パターンにノイズを加え作った初期状態の収束先は $\tilde{\eta}$ もしくは ξ^1 であり, 決して η へは収束しない. また $\tilde{\eta}$ と ξ^1 の引き込み領域の境目の近傍を初期状態とした場合, 状態は一旦サドルに引き込まれ, そのサドルの不安定多様体によって $\tilde{\eta}$ もしくは ξ^1 に収束して行く.

次に初期状態 x^0 を η^1 をもちいて以下の確率で決める,

$$\text{Prob}[x_i^0 = \pm 1] = \frac{1 + \eta_i^1 m_0}{2}, \quad (7)$$

$$0 < m_0 \leq 1. \quad (8)$$

この時, 初期状態 x^0 は記憶パターン $\xi^{1,1}$, $\xi^{1,2}$, $\xi^{1,3}$ と等距離にあり, そのオーバーラップは $\frac{m_0(1+b^2)}{2}$ で与えられる. 図4に時刻 t での状態 x^t と記憶パターン $\xi^{1,1}$ とのオーバーラップ m_t^1 とクロストークノイズの分散 σ_t^2 のベクトル軌跡を示す. 今の場合, 初期状態が三つの記憶パターン $\xi^{1,1}$, $\xi^{1,2}$, $\xi^{1,3}$ と等距離にあったため, 時刻 t での状態 x^t と残り二つの記憶パターンとのオーバーラップも m_t^1 となる. 図4の実線は $\tilde{\eta}$ に収束するベクトル軌跡をあらわし, 点線は η に収束するベクトル軌跡をあらわす. 図4からわかるように, 式(7)のように記憶パターンにノイズを加え作った初期状態の収束先は $\tilde{\eta}$ もしくは η である. 図3と同様に, $\tilde{\eta}$ と η の引き込み領域の境目の近傍を初期状態とした場合, 状態は一旦サドルに引き込まれ, そのサド

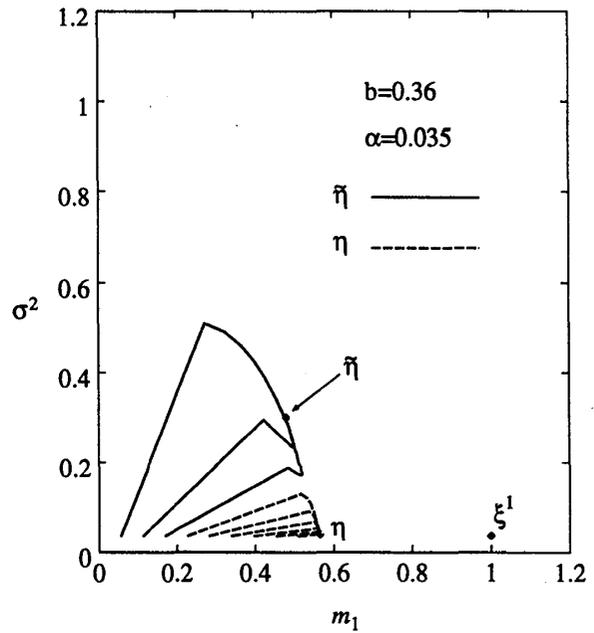


図 4: 一組の相関パターンと αN 個のランダムパターンを憶えさせたモデルの想起過程. 初期状態は $P[x_i^0 = \pm 1] = (1 + \eta_i^1 m_0)/2$ で与えた.

ルの不安定多様体によって $\tilde{\eta}$ もしくは η に収束して行く.

このモデルに関して双安定相の中の他のパラメータに関しても, 定性的には系の挙動は変化しなかった. 今後図1に対応するモデルについても同様の解析を行う予定である. また非同期ダイナミクスを持つモデルに関する解析も現在進行中であり, 非単調素子を持つモデルに関しても予備的な結果が得られている [6].

参考文献

- [1] Amari, S. (1977). *Biological Cybernetics*, **26**, 175.
- [2] Fontanari, J. F. (1990). *J. Phys. France*, **51**, 2421.
- [3] 岡田真人. (1995). 日本神経回路学会第6回全国大会講演論文集, 38-39.
- [4] Okada, M. (1997). Recall dynamics of correlation type associative memory models. 日本物理学会 1997 年秋の分科会.
- [5] Okada, M. (1995). *Neural Networks*, **9**, 1429.
- [6] 掛谷英紀, 岡田真人, 岡部洋一. (1996). 日本神経回路学会第7回全国大会講演論文集, 98-99.