

非対称結合連想記憶ニューラルネットワークと相関アトラクタ

東工大 理 椎野正寿, 山野明

平均発火率の仮定に基礎を置くいわゆる連想記憶モデルの想起状態の性質は、シナプス結合が対称である場合については、統計力学理論におけるレプリカ法の幅広い適用により、本質的な部分を含めかなりの程度明らかにされてきたといっても過言ではない。一方、シナプス結合が非対称であるネットワークは、生物学的ならびに工学的観点からも大いに関心を持たれるものであるが、記憶パターン数が有限である一部の場合を除いて、系統的に性質が調べられた例はほとんどない。

我々は、レプリカ法 [1] にかわりリヤプノフ関数のないネットワークの場合にも適用可能なSCSNAの方法 [2,3] に基づいて、いくつかの典型的な非対称相互作用を取り入れたモデルについての考察を行ってきている。すなわち、(1) 通常のヘブ則で与えられる対称なシナプス結合 J_{ij}^s に加えて、シナプス前あるいはシナプス後細胞の活動を記憶する形のシナプス結合が仮定されたような場合や [4,5,6]、(2) J_{ij}^s を一定の割合でランダムに切断してできるいわゆる希釈系の場合 [7]、さらに、(3) J_{ij}^s とともに、時系列パターンを想起させるための学習則に基づくシナプス結合を合わせ考えた場合 [8]、の各非対称相互作用を持つネットワークに対して、それぞれにおけるシナプス結合の非対称性が記憶想起相に与える影響について系統的に調べてきた。その結果、(1) におけるシナプス後細胞の活動記憶型の場合ではその非対称性が、また、(2) では、非対称性というよりも結合のランダム性がニューロンの局所場にノイズ項を寄与するところとなって、想起状態を壊す効果をもたらすものであることがわかった。しかし、(1) のシナプス前細胞の活動記憶型の場合ではその性質上、想起状態の出現自体がランダムパターン依存性を持つという新たな現象を引き起こしてしまうことに注意しておきたい。また、非単調伝達関数に固有に現れる完全記憶想起相については、(2) の場合わずかなランダム性が入っただけでも消失するが、一方、(1) ではある程度の非対称性までは安定に存在し続けることになる。

ここでは、(3) の場合に対し、相関アトラクタの出現との関連において調べたネットワークの挙動について簡単に述べる。扱うモデルは、以下に示すような通常連続時間型アナログネットの状態更新方程式とシナプス結合で規定される N 個のニューロンよりなるネットワークであり、 $N \rightarrow \infty$ のときを扱うことにする [8]。

$$\frac{dx_i}{dt} = -x_i + F\left(\sum_{j=1}^N J_{ij} x_j\right) \quad i = 1, \dots, N \quad (1)$$

$$J_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\ell=1}^L \sum_{\mu=1}^S \left(a \xi_i^{\ell\mu} \xi_j^{\ell\mu} + (1-a) \left(b \xi_i^{\ell\mu+1} \xi_j^{\ell\mu} + (1-b) \xi_i^{\ell\mu-1} \xi_j^{\ell\mu} \right) \right), \quad J_{ii} = 0 \quad (2)$$

シナプス結合の非対称部分は、 ℓ ($\ell = 1, \dots, L$) で指定される各学習ステージで、 S (有

限) 個のランダムパターンからなる巡回的な時系列を順方向, 逆方向に想起させるかたちの学習則に基づいてできているものと仮定してある. パターン数 p は, $p = SL$ で与えられ, $\alpha = p/N$ と定義する.

まず, パターン数有限の場合には, 簡単のため $L = 1$ と仮定して (1) よりオーバーラップ m^μ ($\mu = 1, \dots, S$) についての方程式が得られる.

$$\frac{dm^\mu}{dt} = -m^\mu + 2^{-p} \sum_{\xi} \xi^\mu F \left(\sum_{\nu=1}^S \left(a \xi^\nu + (1-a)(b \xi^{\nu+1} + (1-b) \xi^{\nu-1}) \right) m^\nu \right) \quad (3)$$

$F = \text{sgn}$ を仮定して, $\frac{dm^\mu}{dt} = 0$ とおくことにより, ネットワークの平衡状態を求めると, 通常の想起状態とミクスチャー状態の他に, $S \geq 10$ では $\vec{m} = \vec{m}_{CA}^{(1)} = 2^{-7}(77, 51, 13, 3, 1, 0, \dots, 0, 1, 3, 13, 51)$ ならびにその巡回置換であるような解が存在することがわかる. これは $b = 1/2$ としたシナプス結合が対称な場合において, Griniasty 達 [9] により相関アトラクタと呼ぶ新しいタイプのアトラクタとして見出され, Miyashita と Chang [10] による猿を用いた生理学実験で得られている知見をそれなりに説明するモデルであるとして議論されたものである. Miyashita らの実験結果は, パターンを記憶する時間的順序の意味での時間相関が, 神経回路に形成されるとみられるアトラクタの間の空間相関に変換されることを示唆している. また, 相関アトラクタは, 互いに無相関なパターンに対応してできるアトラクタ間に相関が生じることを意味するもので, Griniasty 達のモデルにおいては, p や a によらず上記の \vec{m}_{CA} のごとく, 5パターン離れると減衰して成分が0になる特徴的なオーバーラップベクトルで表されることになる [11, 12].

パラメータ a, b を変化させたとき, $t \rightarrow \infty$ でのネットワークの性質すなわちアトラクタの変化の様子を a - b 平面上の相図としてとらえたのが, 巡回パターン数 S の偶数, 奇数に応じてそれぞれ Fig.1, Fig.2 である [8]. CA と表される相関アトラクタは \vec{m} の値を変えずに相図の中心部の狭い領域のみで現れている. このアトラクタは $\vec{m} = (1, 0, \dots, 0)$ を初期条件として到達可能なものである. 一方, $\vec{m} = (1, 0, \dots, 0)$ 近傍よりは到達不可能であるが安定である相関アトラクタ CA , CA' 等も存在する. オーバーラップベクトルも CA のそれに極めて近い値をとるこれらの相関アトラクタは, 相図の中で広い範囲にわたって存在するものの, 吸引領域は非常に狭いもので, Miyashita 達の実験結果を説明するものとしては除外して考えてよいことになる. ここに挙げた相図は S が偶数, 奇数であるかにより定性的に異なるものとなっているが, それは主に, リミットサイクル解に対応した振動状態が $a \leq \frac{1}{2}$ にたいしては S が偶数のときだけ実現されることになっているからである. この振動状態の現れる様子および性質は, $S = 4$ のとき詳しい解析を容易に行うことができ, Fig.3 に挙げる相図において 準 CA 相との相境界は $2(1-a)b = 1$ で与えられる.

L が, したがってパターン数 p が N に比例する程度の大きさの場合には, 平衡状態と

しての想起状態の性質は、SCSNAを用いて解析を行うことができる。ニューロンの局所場中のノイズの分散は、詳細は紙面の都合で省略せざるを得ない、かなり複雑な形をとる。

$b=0$ あるいは $b=1$ としたときの、記憶容量など想起状態の性質を見るために、伝達関数に、end-cutoff 型の非単調関数 ($\theta \rightarrow \infty$ の極限として sgn を実現する) を仮定して得られる相図を、 $S=3$ の場合について Fig.4 に示す [8]。SCSNA 解が不安定化して $\alpha_c \leq \tilde{\alpha}_c$ となることは対称結合の場合と同様である [3]。

$\alpha \neq 0$ のときの相関アトラクタの挙動については、 $a \geq \frac{1}{2}$ でも存在できるようになることが、伝達関数に $\text{sgn}()$ を仮定し $S=11$ の場合に、 $\alpha = 0.001$, $b = 0.49$ を一定にし、 a を変えて \vec{m}, U の値をプロットした Fig.5 よりわかる。オーバーラップベクトルは $\alpha = 0$ のときの \vec{m}_{ca} とほとんど変わりがない。

終わりに、Miyashita 達の生理実験の結果に関し議論・検討のできる、一つのモデルとしての相関アトラクタについて、非対称結合を考えたとき安定に存在し続けられるかといった観点より、我々の得た結果を眺めてみると、相図の上でそれは極めて狭い領域にしか現れないということに注意しておきたい。相関アトラクタ自体は本質を捕えているもののここで扱った非対称結合が、不適當なものではなかろうかといった考え方もできなくはないが、真にモデルたりうるかどうかについては今後の研究に期待をかけねばなるまい。非対称結合の取り方、さらにいえば、学習の過程でのシナプスの変化が実際どのようになっているのか、実験で得られる知見をもとに学習則を検討することが必要であろう。

[参考文献]

- 1) Amit D.J. Gutfreund H. and Sompolinsky H. 1987. Ann. Phys. NY **173**, 30
- 2) Shiino M. and Fukai T. 1992. J. Phys. A Math. Gen. **25**, L375.
- 3) Shiino M. and Fukai T. 1993. Phys. Rev. E **48**, 867.
- 4) Peretto P. 1988. J. Phys. (France) **49**, 711.
- 5) Yoshioka M. and Shiino M. 1997. J. Phys. Soc. Jpn. **66**, 1294-1305.
- 6) Yoshioka M. and Shiino M. 1997. Phys. Rev. E **55**, 7401-7413.
- 7) Okada M., Fukai T. and Shiino M. Phys. Rev. E to appear.
- 8) Shiino M. 1997. International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications, Honolulu (NOLTA'97) 665-668.
- 9) Griniasty, M., Tsodyks, M.V., Amit, D.J. 1993. Neural. Comp. **5**, 1-17.
- 10) Miyashita Y. 1988. Nature **335**, 817.
Miyashita Y. and Chang H.S. 1988 Nature **331**, 68.
- 11) Cugliandolo L.F. 1994. Neural Comput. **6**, 220.
- 12) Cugliandolo L.F. and Tsodyks, M.V. 1994. J. Phys. A Math. Gen. **27**, 741-756

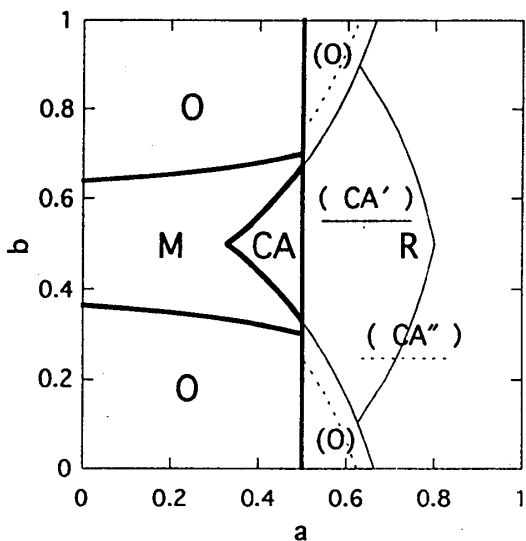


Fig.1 相図 ($\alpha=0, S=10, L=1$)
 R: 想起状態 M: ミクスチャー状態 O: 振動状態
 CA, CA', CA'': 相関アトラクタ.
 (X) は記憶パターンに対応した状態からは到達しえないアトラクタであることを示す。

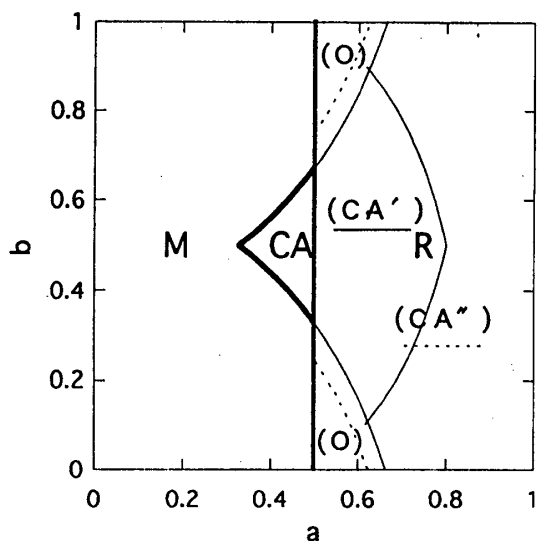


Fig.2 相図 ($\alpha=0, S=11, L=1$)

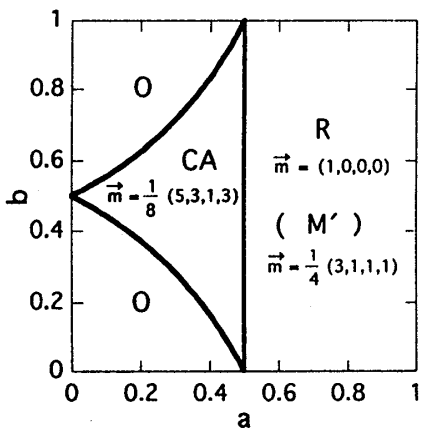


Fig.3 相図 ($\alpha=0, S=4, L=1$)

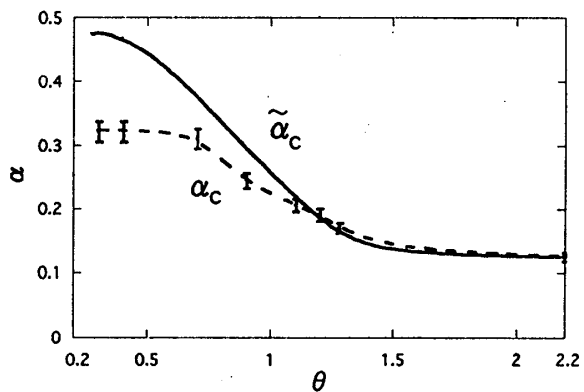


Fig.4 相図 ($\alpha \neq 0, S=3, a=0.8, b=1$)
 end-cutoff型の非単調伝達関数:

$$F(u) = \begin{cases} \text{sgn}(u) & (|u| \leq \theta) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

に対する記憶容量 α_c の θ 依存性. $\tilde{\alpha}_c$ は SCSNA 解の上限, α_c は数値シミュレーションによる上限を示す.

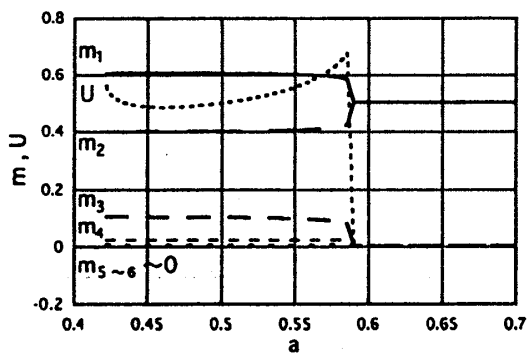


Fig.5 $\alpha \neq 0$ のときの相関アトラクタの a 依存性 ($\alpha=0.001, S=11, b=0.49$). オーダパラメータ m_i, U の値の a についてのプロットを示す.